Dr. S. Wortmann SS 2004

Einführung in die Galoiskohomologie

Spezialvorlesung

Ort: M HS 5 **Zeit:** Di 14-16 Uhr **Beginn:** 20.04.2004

Inhalt: In vielen Situationen der Zahlentheorie oder arithmetischen Geometrie hat man folgendes Problem. Man möchte beispielsweise die Lösungen einer Gleichung oder das Bild einer Abbildung über einem Körper K bestimmen. Nach einer geeigneten (galoisschen) Erweiterung L/K des Grundkörpers läßt sich dieses Problem oft recht einfach beantworten und man würde gerne daraus auf die Situation über dem Grundkörper schließen. Dazu bietet es sich an die Invarianten unter der Galoisgruppe G der Erweiterung zu betrachten. Nun ist der zugeordnete Funktor nicht rechtsexakt (d.h. surjektive Abbildungen werden im allgemeinen nicht in surjektive Abbildungen überführt.) Die Galoiskohomologie stellt einen recht allgemeinen Kalkül zur Verfügung, mit dem man die Abweichung von der Exaktheit beschreiben kann. Eine der wichtigsten Anwendungen ist die kohomologische Formulierung der Klassenkörpertheorie.

In dieser Vorlesung soll beginnend mit der Gruppenkohomologie dieser Kalkül entwickelt werden. Das heißt es werden die Kohomologie- und Homologiegruppen und wichtige Abbildungen, wie Inflation, Restriktion und Cupprodukt definiert. Ein wichtiger Spezialfall ist die Kohomologie zyklischer Gruppen (Herbrandquotient) und Sätze zur kohomologischen Trivialität (Satz von Tate). Im zweiten Teil der Vorlesung soll dann die Kohomologie proendlicher Gruppen studiert werden. Um ein Analogon des Hauptsatzes der Galoistheorie für endliche Gruppen zu zeigen, ist es nötig die Krulltopologie auf der unendlichen Galoisgruppe zu betrachten. Entsprechend muss man für eine sinnvolle Kohomologietheorie in dieser Situation Gruppen mit Topologie und stetige Operationen betrachten, Spezialfälle sind (freie) pro-p-Gruppen.

Literatur:

K.Brown, *Cohomology of Groups*, Springer GTM 87.
J.Neukirch, *Klassenkörpertheorie*, BI 1969.
L.Ribes, *Introduction to profinite groups and Galois cohomology*, Queens, 1970/1999.
J.P.Serre, *Cohomologie Galoisienne*, Springer LNM 5.

Voraussetzungen: Algebra I

Zielgruppe: Mathematiker mit Studienziel Diplom und Staatsexamen,