

# Proseminar im Wintersemester 2022/23

## Symmetrische Funktionen

### Beschreibung

Symmetrische Funktionen sind Polynome, die unter beliebigem Vertauschen ihrer Variablen unverändert bleiben. Sie beleuchten das Zusammenwirken verschiedener algebraischer Strukturen und spielen eine wichtige Rolle unter anderem in der Kombinatorik, der Darstellungstheorie, der algebraischen Geometrie, und der mathematischen Physik. Ziel dieser Veranstaltung sind die Grundbegriffe sowie einige Anwendungen symmetrischer Funktionen.

### VORAUSSETZUNGEN

Lineare Algebra 1&2

### ANRECHNUNG

Die Veranstaltung zählt mit 6 LP als “Proseminar” in den Bachelorstudiengängen Mathematik. Die Unterrichtssprache ist Deutsch, der Vortrag auf Englisch ist möglich.

### BEWERTUNG

Die Benotung Ihres 45-minütigen Vortrags erfolgt anhand der Lernziele des Proseminars: Selbständige Erarbeitung eines (einfachen) mathematischen Sachverhalts anhand vorgegebener Literatur, und dessen klare und verständliche Vermittlung an einen kleinen Kreis von Hörern.

Die (aktive und passive) Teilnahme an den Vorträgen vor und nach Ihrem eigenen ist *verpflichtend* und ihre Bewertung beeinflusst ebenfalls die Modulnote.

### EMPFEHLUNGEN

Das Seminar richtet sich inhaltlich nach dem Skript von A. Savage [Savage], selbst eine Ausarbeitung von Teilen des ersten Kapitels des klassischen Buchs von I. G. Macdonald [Macdonald]. Das Hinzuziehen weiterer Literatur ist ausdrücklich erlaubt, insbesondere zur (sorgfältigen!) Fixierung der deutschen Terminologie. Wir empfehlen sehr, den Vortrag an der Tafel zu halten.

Bitte nehmen Sie rechtzeitig vor Ihrem Vortrag (ca. 2-3 Wochen) Kontakt mit dem jeweils angegebenen Tutor auf, um einen Termin zur Vorbesprechung Ihres Vortrags auszumachen.

ORGANISATION

- Das Seminar trifft sich dienstags, von 16-18h im INF 205 / SR 8 (vrsl.)
- Dozenten und Tutoren: Prof. Walcher, Dr. Noja, Steffen Schmidt
- Homepage: <https://www.mathi.uni-heidelberg.de/~walcher/teaching/wise2223/symmfunct/>
- MaMpf: <https://mampf.mathi.uni-heidelberg.de/lectures/131>

## Vorträge

SYMMETRISCHE GRUPPE UND PARTITIONEN

Gruppen, symmetrische Gruppe, Konjugationsklassen, Zykeln, Partitionen

*Literatur:*[Savage], 1.1, 1.2, inkl. Übungsaufgaben und Beispiele, evtl. auch aus den Vorlesungen zur Linearen Algebra oder Algebra

*Datum:*18. Oktober

*Vortragende:*Luise Schneider

*Tutor:*Johannes Walcher

PARTITIONEN UND TABLEAUX

Partitionen und verwandte Begriffe (Kompositionen nur bei grossem Zeitüberschuss), Äquivalenz verschiedener Notationen, Anordnungen, erzeugende Funktion, Visualisierung mittels Young-Diagrammen.

*Literatur:*[Macdonald] I.1, [Savage], 1.2, 2.3

*Datum:*25. Oktober

*Vortragende:*Jannik Simianer

*Tutor:*Johannes Walcher

SYMMETRISCHE FUNKTIONEN I

(Zwei Vorträge) Graduierte Ringe und formale Potenzreihen (mit Beispielen), der Ring symmetrischer Funktionen, elementarsymmetrische Funktionen, Hauptsatz zu symmetrischen Polynomen, Beispiele!

*Literatur:*[Savage] 1.3, 1.4., 2.1, 2.2., 2.4.

*Datum:*8. November

*Vortragende:*Amelie Haberzettl, Leonie Rick

*Tutor:*Simone Noja

SYMMETRISCHE FUNKTIONEN II

(Zwei Vorträge) Vollständig homogene symmetrische Funktionen, Potenzsummen, monomial-symmetrische Funktionen, die “vergessenen” symmetrischen Funktionen, erste Beziehungen zwischen den verschiedenen Basen, Beispiele!

*Literatur:* [Savage] 2.5, 2.6., [Macdonald] I.2

*Datum:* 15. November

*Vortragende:* Vincent Voss, Laura Wamsler

*Tutor:* Simone Noja

SCHUR FUNKTIONEN

(Zwei Vorträge) Schur Polynome, Definition über Determinanten, Kostka-Zahlen, Jacobi-Trudi Identität, Giambelli/Pieri Identität, kombinatorische Interpretationen, Beispiele!

*Literatur:* [Savage] 3.1, 3.2, [Macdonald], I.3

*Datum:* 22. November

*Vortragende:* Robin Campbell, Dominik Svorad

*Tutor:* Simone Noja

INNERES PRODUKT

Wiederholung Innenprodukträume, Definition des Hall inneren Produkts, Orthogonalität der Potenzsummen, Orthonormalität der Schur Funktionen, Cauchy Identität

*Literatur:* [Savage] 3.3

*Datum:* 29. November

*Vortragende:* Lea Thömen

*Tutor:* Steffen Schmidt

SCHIEFE SCHUR FUNKTIONEN

Kurze Wiederholung Young Diagramme und Young Tableaux, halb-standard Tableaux, schiefe Schur Funktionen, Berechnung der Kostka-Zahlen, Beispiele!

*Literatur:* [Savage] 3.4

*Datum:* 6. Dezember

*Vortragende:* Ludwig Dehn

*Tutor:* Steffen Schmidt

BASISWECHSEL

Zusammenstellung der bisherigen Ergebnisse, Wiederholung Anordnung von Partitionen, Beschreibung und Berechnung der Übergangs-/Basiswechselmatrizen.

*Literatur:*[Savage] 3.5

*Datum:*13. Dezember

*Vortragende:*Hannah Raithel

*Tutor:*Steffen Schmidt

LITTLEWOOD-RICHARDSON REGEL

(2 Vorträge) Bedeutung und sorgfältige Formulierung der Littlewood-Richardson Regel, inkl. Wiederholung der relevanten Begriffe aus den vorherigen Vorträgen, kombinatorische Interpretation und Umsetzung in Beispielen.

*Literatur:*[Savage] 3.6

*Datum:*20. Dezember

*Vortragende:*Sebastian Brandsch, Monika Ludwig

*Tutor:*Johannes Walcher

MURNAGHAN-NAKAYAMA REGEL

Beschreibung der M-N Regel inkl. Beweis

*Literatur:*[Savage] 3.7

*Datum:*10. Januar

*Vortragende:*Michelle Rehmer

*Tutor:*Johannes Walcher

DARSTELLUNGSTHEORIE

(2 Vorträge) Grundbegriffe der Darstellungstheorie endlicher Gruppen inkl. Charaktere

*Literatur:*[Savage] 6.1

*Datum:*17. Januar

*Vortragende:*Magdalena Bauer, Simone Hechler

*Tutor:*Steffen Schmidt

CHARAKTERE DER SYMMETRISCHEN GRUPPE

(2 Vorträge)

*Literatur:*[Savage] 6.2

*Datum:*24. Januar

*Vortragende:*Melina Shao, Olaf Tänzer

*Tutor:*Steffen Schmidt

DARSTELLUNGSTHEORIE DER ALLGEMEIN LINEAREN GRUPPE

*Literatur:*[Savage] 6.5

*Datum:*31. Januar

*Vortragende:*Eric Schanze

*Tutor:*Steffen Schmidt

## Literatur

[Macdonald] I. G. Macdonald, *Symmetric Functions and Hall Polynomials*, Second Edition, Oxford University Press heibox

[Savage] A. Savage, *Symmetric Functions*, Lecture notes, University of Ottawa, available at author's homepage