

Übungen zur Analysis I WS 2008/2009

Blatt 11, Abgabe bis zum 09.01.2009 um 11:00 Uhr

Aufgabe 41 Sei $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ (D Intervall) eine differenzierbare Funktion mit stetiger Ableitung. Man nehme an, dass f' mit Ausnahme höchstens endlich vieler Stellen positiv ist. Zeige, dass f dann streng monoton wachsend ist.

(3 Punkte)

Aufgabe 42 (a) Zeige anhand des Differenzenquotienten, dass $\sin(x)$ und $\cos(x)$ überall differenzierbar sind und berechne ihre Ableitungen. Folgere daraus, dass $\tan(x)$ differenzierbar ist und bestimme die Ableitung.

Tipp: Finde schöne Formeln für $\sin(x) - \sin(y)$ und $\cos(x) - \cos(y)$.

(b) Sei $f : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ durch $f(x) := \frac{2x}{\sin(x)}$ definiert. Zeige, dass f umkehrbar ist, bestimme den Definitionsbereich von f^{-1} und berechne $(f^{-1})'(\pi)$.

Hinweis: Aufgabe 41 darf benutzt werden.

(2+3 = 5 Punkte)

Freiwillige Weihnachtsaufgabe* Für welche $x > 0$ konvergiert die Folge x_n , welche induktiv durch $x_1 = x$, $x_{n+1} = x^{x_n}$, definiert ist?

(Für diese Aufgabe gibt es keine Punkte. Dafür aber Ruhm, Anerkennung und¹ eine Tafel Schokolade)

Wir wünschen schöne Ferien und ein gutes neues Jahr!

¹für die etwas materialistischeren Naturen