

Seminar Arithmetik von Funktionenkörpern

Prof. Dr. A. Schmidt, K. Hübner
WS 2013/14

1. Vortrag - Der Polynomring über einem endlichen Körper (1,5 Sitzungen)

- 1.: Grundlegende Eigenschaften des Rings $\mathbb{F}[X]$
- 2.: Einheitengruppe von $\mathbb{F}[X]/(P)$ für ein Polynom $P \in \mathbb{F}[X]$
- 3.: Die Zetafunktion

Literatur: [Ro] Kapitel 1 und 2 bis einschließlich Proposition 2.4

2. Vortrag - Das Reziprozitätsgesetz (1 Sitzung)

- 1.: Einführung des d -Potenz Restsymbols
- 2.: Beweis des Reziprozitätsgesetzes

Literatur: [Ro] Kapitel 3

3. Vortrag - Algebraische Funktionenkörper (1 Sitzung)

- 1.: Diskrete Bewertungsringe
- 2.: Funktionenkörper über einem beliebigen Grundkörper
- 3.: Aussage des Satzes von Riemann-Roch und erste Folgerungen daraus

Literatur: [Ro] Kapitel 5 bis einschließlich dem Beispiel nach Korollar 5 zu Satz 5.4
[Se] Kapitel 1.1 und 1.2 für diskrete Bewertungsringe

4. Vortrag - Funktionenkörper mit endlichem Konstantenkörper (1 Sitzung)

- 1.: Endlichkeit der Klassenzahl
- 2.: Zetafunktion
- 3.: Riemannsche Vermutung
- 4.: Anzahl der Elemente vom Grad N

Literatur: [Ro] Kapitel 5 ab dem Absatz vor Lemma 5.5 ("For the rest of this section ...") bis einschließlich der Bemerkungen nach Satz 5.12

5. Vortrag - Weil Differentiale und die kanonische Klasse (1 Sitzung)

- 1.: Kurze Motivation für Differentiale anhand von Riemannschen Flächen
- 2.: Weil Differentiale
- 3.: kanonische Klasse
- 4.: Beweis des Satzes von Riemann-Roch

Literatur: [Ro] Kapitel 6

6. Vortrag - Erweiterungen von Funktionenkörpern und die Riemann-Hurwitz Formel (1,5 Sitzungen)

- 1.: Verzweigungsindex und Trägheitsgrad
- 2.: Norm und Spur
- 3.: Differentiale und Diskriminante
- 4.: Riemann-Hurwitz Formel

Literatur: [Ro] Kapitel 7 bis einschließlich Korollar 3 zu Satz 7.16
siehe auch [Se] Kapitel 3 für Differentiale und Diskriminante

7. Vortrag - Konstantenkörpererweiterungen (1 Sitzung)

- 1.: Konstantenkörpererweiterungen für Funktionenkörper mit perfektem Konstantenkörper
- 2.: Konstantenkörpererweiterungen für globale Funktionenkörper

Literatur: [Ro] Kapitel 8

8. Vortrag - Galoische Erweiterungen (1,5 Sitzungen)

- 1.: Galoische Erweiterungen
- 2.: Frobenius
- 3.: Dirichletdichte
- 4.: Aussage des Tschebotarjowschen Dichtigkeitssatzes

Literatur: [Ro] Kapitel 9 bis einschließlich der Aussage des Satzes 9.13A (ohne Beweis)

9. Vortrag - Beweis der Riemannschen Vermutung im Funktionenkörperfall (1 Sitzung, optional)

1.: Beweis der Riemannschen Vermutung im Funktionenkörperfall nach Bombieri

Literatur: [Ro] Anhang
Vorkenntniss in der algebraischen Geometrie sind hilfreich

10. Zyklotomische Erweiterungen und Kummererweiterungen (1 Sitzung)

- 1.: Primitive Wurzeln
- 2.: Zyklotomische Erweiterungen
- 3.: Kummererweiterungen

Literatur: [Ro] Kapitel 10 bis einschließlich Proposition 10.7

11. Vortrag - Artins Vermutung über primitive Wurzeln (1 Sitzung)

1.: Beweis von Artins Vermutung über primitive Wurzeln im Funktionenkörperfall nach Bilharz

Literatur: [Ro] Kapitel 10 ab Satz 10.8

Literatur

[Ro] Michael Rosen – Number Theory in Function Fields

[Se] Jean Pierre Serre – Local Fields