

# Algebra 1

Wintersemester 2014/2015

## Aufgabenblatt 2

23. Oktober 2014

### Aufgabe 1.

(4 Punkte)

Bestimmen Sie den Grad der Körpererweiterung  $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, \sqrt[4]{5})/\mathbb{Q}$ .

*Hinweis:* Sie dürfen verwenden, dass der Grad einer Körpererweiterung mit dem Grad des Minimalpolynoms übereinstimmt.

### Aufgabe 2.

(4 Punkte)

Es sei  $L/K$  eine endliche Körpererweiterung,  $a \in L$  algebraisch über  $K$  und  $f \in K[X]$  das Minimalpolynom von  $f$  (d.h. das normierte Polynom kleinsten Grades mit  $f(a) = 0$ ). Die Multiplikation mit  $a$  definiert eine  $K$ -lineare Abbildung

$$\lambda_a : L \longrightarrow L, \quad x \longmapsto ax.$$

Zeigen Sie, dass  $f$  das Minimalpolynom von  $\lambda_a$  ist (im Sinne der linearen Algebra).

### Aufgabe 3.

(4 Punkte)

Gegeben seien zwei Geraden, die sich im Winkel mit Bogenmaß  $2\pi/n$  schneiden.

Zeigen Sie, dass dieser Winkel genau dann dreigeteilt werden kann (per Konstruktion mit Zirkel und Lineal), wenn  $n$  kein Vielfaches von 3 ist.

### Aufgabe 4.

(4 Punkte)

Beschreiben Sie die Konstruktion des regelmäßigen Fünfecks mit Zirkel und Lineal.

*Hinweis:* Benutzen Sie die Identität

$$0 = \zeta^5 - 1 = (\zeta - 1)(\zeta^4 + \zeta^3 + \zeta^2 + \zeta + 1), \quad \zeta = e^{2\pi i/5}.$$