

Einleitung

zum Erlanger Vortrag 9.12.1997

aus Anlaß der Verleihung des v.Staudt-Preises an Martin Kneser

Als ich von den Veranstaltern gefragt wurde, ob ich hier und heute einen Kolloquiumsvortrag übernehmen wolle, da habe ich spontan zugesagt. Es gibt drei Gründe, weshalb ich gerne und mit großem Vergnügen hier spreche:

Der erste Grund ist natürlich der Anlaß, weshalb wir heute überhaupt in Erlangen zusammengekommen sind, nämlich die Verleihung des v. Staudt-Preises an meinen langjährigen Freund und Weggenossen Martin Kneser. Ich möchte dir, lieber Martin, auch von dieser Stelle aus ganz herzlich zu dieser wohlverdienten Auszeichnung gratulieren und verbinde damit meine besten Wünsche auch für die Zukunft.

Ich darf wohl annehmen, daß ich dies auch im Namen der hier Anwesenden aussprechen darf.

Wir kennen uns nun schon seit fast fünfzig Jahren, seit unseren gemeinsamen Studiensemestern im Berlin der Nachkriegszeit. Unsere damaligen Eindrücke, insbesondere in dem Schülerkreis um Hasse, haben uns sicherlich stark geprägt und sind, mir jedenfalls, noch in lebendiger Erinnerung.

Auch später noch, die mathematische Welt ist klein, haben wir uns immer wieder mal getroffen, auf Tagungen insbesondere in Oberwolfach, bei Sitzungen diverser Art, bei Vorträgen und natürlich auch bei persönlichen Besuchen. So ist unser Zusammenhalt stets lebendig geblieben, wozu natürlich auch die gemeinsamen mathematischen Interessen beigetragen haben, die sich ja schon in Berlin gezeigt hatten.

Besonders erinnere ich mich an unsere Zusammenarbeit in den Jahren 1957/58, als wir die sogenannte Oberwolfacher Arbeitsgemeinschaft gemeinsam konzipiert und auf den Weg gebracht haben. Wir waren damals noch jung, sozusagen als Jungakademiker haben wir die ersten Treffen dieser Arbeitsgemeinschaft geplant; wir hatten keinerlei Erfahrung in der Durchführung solcher Unternehmungen und manches war wohl ziemlich improvisiert. Wir haben damals kaum daran gedacht, daß diese Arbeitsgemeinschaft, die zunächst unter dem Namen „Kneser–Roquette“ lief und später unter manch anderen Namen fortgesetzt wurde, daß also diese AG noch heute nach 40 Jahren existiert und so lebendig ist wie von Anbeginn. Es hat sich gezeigt, daß unser Konzept im wesentlichen richtig war und angenommen wurde. Es

ist mir ein Bedürfnis, hier festzustellen, daß mir unsere damalige Zusammenarbeit viel Freude gemacht hat, und daß ich von deinem Rat und deinen Kommentaren viel gelernt habe.

Auch bei der Herausgabe des Crelleschen Journals gab es lange Jahre hindurch Anlaß zum gemeinsamen Handeln, zunächst ab 1958 als Beiratsmitglieder zur Unterstützung von Helmut Hasse, sodann ab 1977 als Herausgeber, wobei du die ersten 15 Jahre als geschäftsführender Herausgeber die volle Last der Verantwortung für den ganzen Betrieb getragen hast. Du hast durch dein klares und anspruchsvolles Urteil viel dazu beigetragen, daß das Crellesche Journal wieder zu den angesehensten mathematischen Zeitschriften gezählt wird, getreu der großen Tradition von über 160 Jahren.

Also nochmals:

Herzliche Glückwünsche von mir und von uns allen zu deiner Auszeichnung durch den v. Staudt-Preis!

Der zweite Grund, weshalb ich heute gerne hierher gekommen bin, ist der *genius loci* des Erlanger Mathematischen Instituts, das für mich persönlich eine besondere Bedeutung besitzt. Es war hier in Erlangen, wo ich im Wintersemester 1945/46 mein Mathematikstudium begonnen habe. Und zwar bei Otto Haupt, bei dem ich die einführenden Vorlesungen der ersten Semester hörte (damals war das Mathematische Institut provisorisch im Gebäude des Physikalischen Instituts in der Glückstraße untergebracht, gleich um die Ecke von hier aus).

Zwar waren Haupt's Vorlesungen genau so trocken wie seine Bücher. Dennoch habe ich ihm viel zu verdanken, da er mich von Anbeginn stark gefördert hat, durch vielerlei Gespräche und Hinweise, die mir den Einstieg in die Mathematik erleichterten und den Weg gewiesen haben. Im persönlichen Gespräch war er keineswegs trocken, sondern man merkte ihm seinen Enthusiasmus für die Mathematik an, aber auch seinen Einsatz für die Studenten.

Und als ich mich nach drei Semestern entschloß, zu einer anderen Universität zu wechseln, da hat er mir das in großzügiger Weise mit Empfehlungsschreiben ermöglicht – damals war es ja aufgrund der Nachkriegsverhältnisse nicht so einfach, den Wohnort oder den Studienort zu wechseln. Ein Schreiben von Haupt an Knopp öffnete mir den Weg nach Tübingen, und ein anderes an Blaschke den Weg nach Hamburg. Ich entschied mich dann für Hamburg. Ich habe das niemals bereut. Hätte es aber mit Hamburg nicht geklappt und wäre ich nach Tübingen gegangen, so hätten wir uns, lieber Martin, dort wohl schon einige Jahre früher getroffen als es später der Fall war.

Otto Haupt ist der Stifter des v. Staudt Preises, der heute verliehen wurde. Deshalb ist es für mich ein ganz besonderer Anlaß, hier heute vortragen zu können.

Ich möchte meinen Vortrag dem Gedenken an Otto Haupt widmen.

Der dritte Grund für meine spontane Zusage für diesen Vortrag liegt in der Tatsache, daß offenbar das Thema hier Interesse findet. Mein Thema ist historischer Art und bezieht sich auf die

Geschichte der Zahlentheorie in den zwanziger und dreißiger Jahren.

Gemeint sind dabei die zwanziger und dreißiger Jahre dieses Jahrhunderts.

Es war eine Zeit des Übergangs, als man begann, die großen Entdeckungen des 19. Jahrhunderts zu sichten, zu ordnen und in einem einheitlichen Rahmen zu verstehen. Insbesondere handelte es sich um die Ablösung der klassischen Algebra durch die damals „modern“ genannte, strukturell orientierte Algebra. Die algebraische Zahlentheorie begann, diejenige Form anzunehmen, die wir heute als selbstverständlich gewohnt sind. Diese Zeit ist untrennbar verbunden mit den Namen

*E. Artin, R. Brauer, E. Noether, H. Hasse,
J. Herbrand, C. Chevalley, u.a.m.*

Einer der hervorragendsten Vertreter dieser Zeit war

Helmut Hasse (1898–1976).

In meinem Vortrag möchte ich Ihnen berichten über den Fortgang unseres Projektes einer

Werkbiographie Hasse (gemeinsames Projekt mit Günther Frei).

Die mathematischen Interessen Hasses waren sehr weit gespannt, und dies zeigt sich auch in seinen Werken. Es erscheint nicht sinnvoll, in einem kurzen Vortrag auf alle Gebiete einzugehen, denen er seinen Stempel aufgedrückt hat. Ich werde mich hier beschränken auf denjenigen Teil des Hasseschen Werkes, der zusammenhängt mit der

*Riemannschen Vermutung für algebraische Kurven
über endlichen Körpern.*

Hierüber habe ich bereits an einigen Stellen vorgetragen: Ich habe z.Bsp. dargelegt, daß für Hasse die

Anregung dazu durch Harold Davenport und L.J.Mordell

gegeben wurde; dadurch wurde seine Verbindung zu den Traditionslinien der englischen Mathematiker genknüpft. Ich habe auch erläutert, daß und wie die Idee des Hasseschen Beweises im elliptischen Fall aufgrund seiner Kenntnisse der

Komplexen Multiplikation und Klassenkörpertheorie

entstanden ist; dadurch stehen diese Arbeiten in der Traditionsreihe von

Abel – Kronecker – H. Weber – Hilbert – Hecke – Takagi.

Ich habe hier nicht die Absicht, mich zu wiederholen. Ich möchte heute über einen anderen Aspekt sprechen, den ich in meinen früheren Vorträgen und Publikationen noch nicht ausgeführt habe, nämlich:

Die Kooperation von Hasse mit F.K. Schmidt.

Hierzu ist zunächst folgendes zu sagen.

Es war im Jahre 1931, als Hasse begann, sich mit der Riemannschen Vermutung für Kurven zu beschäftigen. Wie bereits vorhin angedeutet, wurde er dazu angeregt durch Diskussionen mit seinem jüngeren Freund Davenport. Aber das Problem, das ihm Davenport stellte, sah im Grunde ganz anders aus als die Riemannsche Vermutung, nämlich: es sollte die Frage entschieden werden ob

$$\sum_{0 \leq x \leq p-1} \left(\frac{f_3(x)}{p} \right) = O(p^{1/2}).$$

Hierbei bedeuten:

- $f_3(x)$ ein quadratfreies Polynom 3. Grades mit ganzrationalen Koeffizienten
- p eine variable Primzahl
- $\left(\frac{a}{p} \right)$ das quadratische Restsymbol modulo p
- $O(\cdot)$ das Landausche Symbol für den Grenzübergang $p \rightarrow \infty$.

Davenport hatte in seiner These bewiesen, daß die Abschätzung $O(p^{3/4})$ gilt, aber aus heuristischen Gründen wurde erwartet, daß im Exponenten tatsächlich $1/2$ statt $3/4$ gesetzt werden kann.

Hasse erkannte sofort, daß dieses Problem in der Tat gleichbedeutend war mit dem Beweis der Riemannschen Vermutung für die ζ -Funktion der elliptischen Kurve

$$y^2 = f_3(x)$$

über dem Primkörper \mathbb{F}_p der Charakteristik p .

Für uns ist das heute mehr oder minder trivial und gehört zu dem Grundstoff, mit dem jeder Student zunächst konfrontiert wird, wenn er sich mit

Fragen der arithmetischen Geometrie beschäftigen will. Zu Hasses Zeit war das jedoch keineswegs trivial. Die Verbindung zwischen dem Davenport'schen Problem und der Riemannschen Vermutung für die ζ -Funktion einer Kurve konnte Hasse deshalb sofort herstellen, weil ihm die Arbeiten von F.K. Schmidt wohlbekannt waren.

F.K. Schmidt hatte nämlich seit 1925 systematisch die Grundlagen der algebraischen Theorie der Funktionenkörper entwickelt, insbesondere auch die Theorie der ζ -Funktion, und zwar für Funktionenkörper beliebigen Geschlechts, und auf birational invariante Weise (im Gegensatz zu der Artin'schen Dissertation).

Im Nachlaß von Hasse findet sich seine ausgedehnte Korrespondenz mit F.K. Schmidt, beginnend mit dem Jahre 1926. Es zeigt sich, daß Hasse sich nicht nur sehr für die F.K. Schmidtschen Arbeiten interessierte, sondern auch aktiv durch Ratschläge und Vorschläge diese Arbeiten beeinflusste; es gab auch gemeinsame Publikationen von Hasse und F.K. Schmidt.

So stellt sich heraus, daß Hasse schon Jahre bevor er sich für den Beweis der Riemannschen Vermutung für Funktionenkörper zu interessieren begann, die Grundlagen dafür im Verein mit F.K. Schmidt erarbeitet hatte. Hasse stellte sich damit in die Traditionsreihe

Riemann – Dedekind – Hensel/Landsberg – Artin – F.K.Schmidt

Es bedurfte nunmehr nur des Anstoßes durch Davenport, um diese Grundlagen zum Tragen zu bringen.

In der kurzen, mir zur Verfügung stehenden Zeit will ich nun über die Kooperation von Hasse und F.K. Schmidt berichten.

Zuvor möchte ich nicht versäumen, darauf hinzuweisen, daß F.K. Schmidts Lebensweg eine enge Beziehung zu Erlangen und insbesondere zu Otto Haupt aufweist, dem Stifter des v. Staudt-Preises, für den wir heute zusammengekommen sind. Nämlich, F.K. Schmidt war sieben Jahre lang, ab 1926, als Assistent von Otto Haupt in Erlangen tätig (er habilitierte sich 1927). Aus seiner Korrespondenz mit Hasse geht hervor, daß für ihn Otto Haupt nicht nur ein strenger Chef war, sondern andererseits ein verständnisvoller Kollege und Förderer seiner mathematischen Arbeiten. Einige der ersten Arbeiten von F.K. Schmidt sind, als vorläufige Mitteilungen, in den Sitzungsberichten der physikalisch-medizinischen Sozietät Erlangen erschienen. Und zwar auf Veranlassung von Otto Haupt.

Hinzu kam der für F.K. Schmidt interessante Kontakt mit Emmy Noether, die öfters ihr Elternhaus in Erlangen besuchte (auch nach dem Tod ihres Vaters Max Noether 1921) und im Hause von Otto Haupt stets ein gern gesehener Gast war. Wir wissen, daß das Algebra-Lehrbuch von Haupt unter

dem direkten Einfluß von Emmy Noether entstanden war. So können wir uns vorstellen, daß auch F.K. Schmidt in seinen jungen Jahren dem direkten Einfluß dieser großen Algebraikerin unseres Jahrhunderts ausgesetzt worden ist. F.K. Schmidt selbst hat uns, aus eigenem Erleben, einige Anekdoten über Emmy Noether in Erlangen hinterlassen; aber darauf will und kann ich hier jetzt nicht eingehen.

Es erscheint daher durchaus am Platze zu sein, wenn ich hier in Erlangen über F.K. Schmidt spreche. Übrigens hat die Person von F.K. Schmidt auch eine Bedeutung im Lebensweg des heute ausgezeichneten Preisträgers, Martin Kneser. Nämlich: Martin Kneser war jahrelang Assistent bei F.K. Schmidt, zunächst in Münster, später in Heidelberg.

Auch der Vortragende, also ich selbst, fühle mich F.K. Schmidt verbunden: ich habe nämlich als Ordinarius in Heidelberg die Nachfolge von F.K. Schmidt angetreten. Damals, aber auch schon viel früher als junger Mathematiker, habe ich seine überwältigende Liebenswürdigkeit und Hilfsbereitschaft kennengelernt.

Kommen wir nun also zum eigentlichen Thema meines Vortrages.

_____ * * * _____

Hinweis: Ein erweitertes Manuskript des Vortrages ist erschienen unter dem Titel „Class Field Theory in Characteristic p “ in: *Class Field Theory – Its Centenary and Prospects*. Ed. by Katsuya Miyake. Advanced Studies in Pure Mathematics 30 (Tokyo 2001) pp. 549–631.