

# Briefwechsel

## H. Hasse – E. Hecke

*Herausgegeben von Peter Roquette*

*Version vom 17.09.2003*

*Letztmalig geändert am 6. September 2012.*

Hasse an Hecke 17.11.1925 – 15.12.1945

Hecke an Hasse 19.11.1925 – 15.03.1941

Hecke über Hasse

Quelle: Handschriftenabteilung der Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen,  
Nachlass Helmut Hasse,  
und Archiv der Universität Hamburg, Nachlass Hecke.

Transkription und Layout: Thomas Olschewski

# Inhaltsverzeichnis

1	Vorwort	7
2	Briefwechsel Hasse–Hecke	9
2.1	17.11.1925, Hasse an Hecke . . . . . <i>Frage über eine Formel aus der komplexen Multiplikation.</i>	10
2.2	19.11.1925, Hecke an Hasse . . . . . <i>Beantwortung von Hasses Frage. Hinweis auf analoge Frage bei Modulfunktionen von 2 Variablen.</i>	14
2.3	22.12.1925, Hasse an Hecke . . . . . <i>Hasse hat bereits seine neue Form der Theorie der komplexen Multiplikation gefunden und schickt Hecke eine ausführliche Darstellung. Diese ist gleichzeitig auch für Artin zur Kenntnis bestimmt.</i>	18
2.4	06.02.1926, Hecke an Hasse . . . . . <i>Dank für schöne und einleuchtende Abrundung der Theorie der komplexen Multiplikation. Hecke findet das so wichtig, dass er zur raschen Publikation rät. Artin ist ebenfalls entzückt. Kritik an Fuetters Buch. Ende Juli kleiner Kongress in Hamburg mit Hilbert und Carathéodory. Hecke wird sich bald entscheiden, ob er nach Leipzig geht oder in Hamburg bleibt.</i>	33
2.5	19.05.1926, Hasse an Hecke . . . . . <i>Ideen zur Übertragung der komplexen Multiplikation auf höhere Grundkörper. Hyperkomplexe Funktionentheorie?</i>	35
2.6	25.05.1926, Hecke an Hasse . . . . . <i>Antwort auf Hasses Ideen zur hyperkomplexen Funktionentheorie. Hecke bleibt lieber im traditionellen Fahrwasser. Aber die Rolle der gewöhnlichen elliptischen Modulfunktionen für den reellen quadratischen Zahlkörper ist noch nicht erkannt. Hecke arbeitet an Artikel für den Crelle-Festband.</i>	39
2.7	11.10.1926, Hecke an Hasse . . . . .	41

*Zustimmung zum kritischen Referat Hasses über Fueters Buch zur komplexen Multiplikation. Hecke ist neugierig auf Hasses geplante Publikation, da er die feinen Teile der komplexen Multiplikation noch nicht beherrscht. Hecke hat ein neues Anwendungsgebiet der komplexen Multiplikation gefunden. Über Integrale 1. Gattung k-ter Stufe. Zusammenhang zwischen elliptischen Modulfunktionen und reell-quadratischen Irrationalitäten. Hecke will im Winter über elliptische Modulfunktionen (3. Teil) lesen.*

*Lob und Kritik zu Hasses Klassenkörperbericht.*

*Über Hasses Crelle-Arbeit zu den beiden Fundamentalsätzen der elementaren Zahlentheorie. Hecke findet die Definition der L-Reihen zu einem unendlichen Modul „aufreizend“ und hofft, dass Hasse ihm das einmal erklärt.*

*Hilbert wird seinen für Hamburg versprochenen „Grundlagenvortrag“ nächstens halten. Artin bleibt in Hamburg, erhält Ordinariat.*

2.8 18.10.1926, Hasse an Hecke . . . . . 45  
*Bekennnis zu Hecke als Mensch, Mathematiker und Lehrer. Stellungnahme zu Heckes Kritik am Klassenkörperbericht. Erläuterung zu Hasses Arbeit über die beiden Fundamentalsätze der elementaren Zahlentheorie. Gültigkeitsbereich des Lokal-Global Prinzips? Satz über Prim-Hauptidealzerlegung. Körper mit Klassenzahl 1. – Artin schreibt nicht.*

2.9 11.07.1927, Hecke an Hasse . . . . . 52  
*Fueter schreibt einen 3. Band über komplexe Multiplikation. Allgemeine Theorie der analytischen Funktionen von 2 Variablen. Über Musik aus dem Grammophon. Hilbert spricht am 28./29. Juli über Axiomatik. Carathéodory, Weyl und Bohr werden auch kommen. Krankheit Hilberts.*

2.10 15.07.1927, Hasse an Hecke . . . . . 55  
*Hasse kommt nicht zum Hilbert-Tag. Umhabilitation Bessel-Hagen. Ankündigung des 2. Teils der komplexen Multiplikation. Frage betr. Fueter. Bessel-Hagen soll Hasses Klassenkörperbericht für die Annalen editieren. Hasse wird nach Kissingen gehen und dort über 2. Teil der komplexen Multiplikation vortragen.*

2.11 24.07.1927, Hecke an Hasse . . . . . 58  
*Antwort betr. Fueter. Über komplexe Multiplikation.  $\zeta$ -Teilwerte als Werte von Perioden von Integralen 1. Gattung und von anderen Modulformen der Dimension -1. Artins wunderschöne neue arithmetische Entdeckungen betr. allgemeines Reziprozitätsgesetz.*

2.12 18.10.1927, Hecke an Hasse, Postkarte . . . . . 60  
*Über Hasses Crelle-Arbeit zur komplexen Multiplikation.*

2.13 05.06.1929, Hecke an Hasse, Postkarte . . . . . 62  
*Bitte um Gutachten über ein Manuskript für die Annalen, betr. Fermatscher Satz.*

2.14 14.06.1929, Hecke an Hasse, Postkarte . . . . . 63  
*Dank für rasches Gutachten. Und für Hasses Bericht über Siegels Vortrag in Berlin.*

2.15	ohne Datum, Hasse an Hecke . . . . .	64
	<i>Einladung zum Hensel-Festband.</i>	
2.16	03.07.1931, Hasse an Hecke . . . . .	65
	<i>Ablieferungstermin für Heckes Beitrag zum Hensel-Festband.</i>	
2.17	06.06.1933, Hasse an Hecke . . . . .	66
	<i>Bitte um gutachterliche Äußerung zugunsten von Emmy Noether.</i>	
2.18	16.09.1935, Hasse an Hecke . . . . .	67
	<i>Neubesetzung des Kieler Lehrstuhls Kaluza. Petersson.</i>	
2.19	03.10.1935, Hecke an Hasse . . . . .	68
	<i>Planung der neuen Auflage der Enzyklopädie.</i>	
2.20	08.10.1935, Hasse an Hecke . . . . .	70
	<i>Über Heckes neue Arbeit zu den elliptischen Modulfunktionen. Zetafunktionen zu algebraischen Funktionenkörpern über Zahlkörpern.</i>	
2.21	25.10.1935, Hecke an Hasse . . . . .	72
	<i>Näheres zu den elliptischen Modulfunktionen. Hecke würde gerne einmal nach Göttingen kommen, um mit Hasse darüber zu sprechen.</i>	
2.22	18.11.1935, Hasse an Hecke . . . . .	75
	<i>Einladung nach Göttingen</i>	
2.23	20.11.1935, Hecke an Hasse, Postkarte . . . . .	76
	<i>Festlegung des Termins für Heckes Besuch in Göttingen.</i>	
2.24	07.12.1936, Hasse an Hecke . . . . .	77
	<i>Anfrage zu Siegels Arbeit über quadr. Formen, die Hasse z.Zt. im Seminar behandelt.</i>	
2.25	08.12.1936, Hecke an Hasse . . . . .	78
	<i>Antwort zur Anfrage vom Vortag.</i>	
2.26	17.12.1936, Hecke an Hasse . . . . .	81
	<i>Anfrage zur Geburtstagsfeier von Hilbert. Lietzmann Vorsitzender der DMV? Hasses Programm zur Göttinger Arbeitstagung über algebraische Geometrie Anfang Januar 1937. Van der Waerden, F. K. Schmidt, Deuring.</i>	
2.27	17.12.1936, Hasse an Hecke . . . . .	83
	<i>Dank für Heckes Hilfe zur Siegelschen Arbeit.</i>	
2.28	18.12.1936, Hasse an Hecke . . . . .	84
	<i>Keine besondere Geburtstagsfeier für Hilbert. Vielleicht kommt aber Hecke? Blumenthal soll evtl. eingeladen werden. Lietzmann und DMV. Betr. "Deutsche Mathematik".</i>	
2.29	01.03.1937, Hasse an Hecke . . . . .	86
	<i>Termine für Enzyklopädie-Artikel. Das Ministerium hält es nicht für wünschenswert, dass Artin jetzt nach USA geht. Siegel nach Göttingen.</i>	
2.30	04.03.1937, Hecke an Hasse . . . . .	88

		<i>Über Artins Antrag, nach USA zu reisen. Über die Pläne, Siegel nach Göttingen zu holen. Hecke hat inzwischen die Genehmigung zu seiner Reise nach den USA erhalten.</i>	
2.31	17.06.1937,	Hasse an Hecke . . . . .	90
		<i>Eichler soll bei der Herausgabe der Enzyklopädie in Göttingen eingesetzt werden. Die Vorbereitungen zur Berufung Siegels nach Göttingen verlaufen programmgemäß. Für den Fall, dass es zur Berufung Siegels nach Göttingen nicht kommt, wurde Hecke vorgeschlagen.</i>	
2.32	21.06.1937,	Hasse an Hecke . . . . .	91
		<i>Fotos aus Hamburg. Nullstellen der Zetafunktionen. Finanzierung der Arbeiten zur Enzyklopädie. Eichler. Hasse geht in den Ferien nach Ostpreußen.</i>	
2.33	06.08.1937,	Hecke an Hasse . . . . .	93
		<i>Artin ist pensioniert worden. Kann Hasse beim Ministerium für Artin finanzielle Übergangshilfen erreichen? Hecke wird es in Hamburg versuchen. Hecke soll Gutachten über Siegel für das Ministerium anfertigen (Berufung nach Göttingen).</i>	
2.34	27.08.1937,	Hasse an Hecke . . . . .	95
		<i>Hasse ist sehr betrübt wegen Pensionierung von Artin. Hasse hat auch mit Blaschke darüber gesprochen, dieser will bald in Aktion treten. Witt als Vertreter für Artin? Siegel. Carathéodory war zum Jubiläum nicht in Göttingen.</i>	
2.35	06.09.1937,	Hecke an Hasse . . . . .	98
		<i>Nachfolge Artin: Hasse, Siegel, Witt, Deuring, Kähler? Artin wird nach Notre Dame gehen. Für Eichler sind die Mittel bewilligt. Artikel Chevalley für die Enzyklopädie. Artikel Suetuna.</i>	
2.36	13.09.1937,	Hasse an Hecke . . . . .	101
		<i>Zur Nachfolge Artin: Witt, Deuring, Kähler. Van der Waerden, Reidemeister. Enzyklopädie-Artikel F. K. Schmidt.</i>	
2.37	08.10.1937,	Hecke an Hasse . . . . .	103
		<i>Vorwort zur Enzyklopädie. Specht. Artins fahren am 20. Oktober ab. Nachfolge Artin.</i>	
2.38	11.10.1937,	Hasse an Hecke . . . . .	105
		<i>Nachfolge Artin: Witt/Kähler. Angelegenheit Blaschke-Bieberbach.</i>	
2.39	14.10.1937,	Hecke an Hasse . . . . .	107
		<i>Enzyklopädie. Artikel Bachmann. Schönhardt, Brauer. Weiteres zur Nachfolge Artin. Die Familie Artin wird mit besonderer Herzlichkeit fortgefeiert.</i>	
2.40	ohne Datum,	Hecke an Hasse . . . . .	109
		<i>Siegels Weg wird wohl über G. oder H. nach Amerika gehen. Eichler.</i>	
2.41	21.10.1937,	Hasse an Hecke . . . . .	110
		<i>Hasse geht der Abschied von Artin sehr nahe, hat noch ein paar Zeilen an Artin geschrieben. Seifert, Rohrbach, Deuring. Eichler zum Fall 1 des Fermatschen Problems.</i>	
2.42	25.10.1937,	Hasse an Hecke . . . . .	112

	<i>Über Siegels Berufung. Eichlers Beweis.</i>	
2.43	08.11.1937, Hasse an Hecke . . . . . <i>Hat Hecke einen Vorschlag zur Besetzung einer Assistentenstelle? (Nachfolge H. L. Schmidt)</i>	113
2.44	12.11.1937, Hecke an Hasse . . . . . <i>Antwort: Einige Namen, die als Assistent in Frage kommen würden.</i>	114
2.45	15.11.1937, Hasse an Hecke . . . . . <i>Assistentenfrage: Franz, Wielandt, Eichler. Berufung Siegel gesi- chert, aber noch nicht offiziell entschieden. Heckes Amerikareise ist gesichert. Nachwuchs von Mathematikern in Deutschland.</i>	115
2.46	30.11.1937, Hasse an Hecke . . . . . <i>Personelle Berufungsfragen. Hamburger Berufsliste. Eichler. Franz.</i>	117
2.47	06.12.1937, Hasse an Hecke . . . . . <i>Habilitation Eichler.</i>	119
2.48	07.06.1938, Hasse an Hecke . . . . . <i>Hecke beabsichtigt, im Juli nach Göttingen zu kommen und Hilbert zu besuchen. Landherr.</i>	120
2.49	17.07.1938, Hecke an Hasse . . . . . <i>Enzyklopädie-Angelegenheiten. Hilbert.</i>	121
2.50	03.11.1938, Hasse an Hecke . . . . . <i>Enzyklopädie-Angelegenheiten. Gerücht: Hat Artin das Klas- senkörperturnproblem gelöst? Hasse hat soeben sein Buch an den Verlag geschickt.</i>	122
2.51	04.11.1938, Hecke an Hasse . . . . . <i>Enzyklopädie-Angelegenheiten. Hecke wird an Artin schreiben und wg. Klassenkörperturn anfragen. Heckmann. Heisenberg. Siegel. Studentenzahlen sind gestiegen.</i>	124
2.52	11.11.1938, Hasse an Hecke . . . . . <i>Enzyklopädie-Angelegenheiten. Stöhr. Boehle. Fall Heckmann. Wolfskehl-Stiftung. Siegel. A. Weil.</i>	125
2.53	15.11.1938, Hasse an Hecke . . . . . <i>Enzyklopädie-Angelegenheiten. Stöhr. Siegel ist verbittert.</i>	128
2.54	16.11.1938, Hecke an Hasse . . . . . <i>Enzyklopädie-Angelegenheiten. Siegel. Hecke lobt Hasses Klas- senkörper-Bericht.</i>	129
2.55	21.11.1938, Hasse an Hecke . . . . . <i>Hasse avisiert einen Besuch von Ziegenbein.</i>	130
2.56	22.11.1938, Hecke an Hasse . . . . . <i>Antwort. Siegel.</i>	131
2.57	26.11.1938, Hecke an Hasse . . . . . <i>Enzyklopädie-Angelegenheiten. Stöhr. Siegel. Briefe des Teubner- Verlages an Baer, Brauer, Mahler.</i>	132
2.58	01.12.1938, Hecke an Hasse, Postkarte . . . . .	134

	<i>Enzyklopädie-Angelegenheiten.</i>	
2.59	05.12.1938, Hasse an Hecke . . . . .	135
	<i>Enzyklopädie-Angelegenheiten. Siegel. Stöhr. Ziegenbein. Angelegenheit Baer, Brauer, Mahler. Hasse beabsichtigt im Winter einen Besuch in Hamburg, zu Siegels oder Deurings Vorträgen.</i>	
2.60	09.02.1939, Hasse an Hecke . . . . .	138
	<i>Hasse kann nicht zu Deurings Vorträgen nach Hamburg kommen. Über Hasses Buch und den Springer-Verlag und F. K. Schmidt. Süss. Petersson. Manuskripte Furtwängler, Magnus.</i>	
2.61	10.06.1939, Hecke an Hasse . . . . .	140
	<i>Enzyklopädie-Angelegenheiten. Hecke kann nicht zur Gruppenwoche nach Göttingen kommen.</i>	
2.62	14.06.1939, Hasse an Hecke . . . . .	142
	<i>Enzyklopädie-Angelegenheiten. Hasse war in München zu einer Akademie-Tagung.</i>	
2.63	02.07.1939, Hasse an Hecke . . . . .	144
	<i>Endlich ist ein Heft der Enzyklopädie erschienen. Bericht über Gruppenwoche in Göttingen. Hall. Siegel. Magnus geht zu Telefonen. Wielandt. (Vorschlag für Enzykl.-Artikel.) Heinrich Scholz. (Artikel über Logik.)</i>	
2.64	04.02.1941, Hecke an Hasse . . . . .	147
	<i>Über Hasses Nachrichten aus Paris. Finnland. Nevanlinna.</i>	
2.65	15.03.1941, Hecke an Hasse . . . . .	149
	<i>Hilferuf für Favard. Holzer. Bombennächte.</i>	
2.66	15.12.1945, Hasse an Hecke . . . . .	151
	<i>Brief von Süss. Erkrankung Heckes. Hasses Situation in Göttingen. Klassenzahlen abelscher Zahlkörper.</i>	
<b>3</b>	<b>Verschiedenes</b>	<b>153</b>
3.1	30.04.1946, Hecke über Hasse . . . . .	154
	<i>Gutachten über Hasse zur „Entnazifizierung“.</i>	
<b>4</b>	<b>Namenverzeichnis</b>	<b>156</b>
<b>5</b>	<b>Stichwortverzeichnis</b>	<b>160</b>

# Kapitel 1

## Vorwort

This paper contains the text of 66 letters which were exchanged between Helmut Hasse and Erich Hecke in the years 1925 until 1946. We have found these letters in the archives of the Universities of Göttingen and Hamburg.<sup>1</sup> It appears that this selection may not cover the complete set of letters which had been exchanged between the two, but in any case it seems to us that it may serve well to assess the nature of their relationship.

The young Hasse had attended a lecture of Hecke on number theory in Göttingen in the year 1919, just before Hecke left Göttingen for Hamburg. Hasse always emphasized that he considered Hecke as his “second” academic teacher, the “first” being Kurt Hensel (although not in the order of time since Hasse went to Hensel in Marburg in 1920 only). From the letters we can observe that Hasse felt a sentiment of admiration and reverence towards the 11 years older Hecke and his scientific achievements. We see this explicitly stated in his letter of October 18, 1926, but implicitly this can be felt throughout their exchange of letters.

Mathematically they did not cooperate in the proper sense but they exchanged opinions and results and knew that the other would be interested. Since about 1935 they both acted as editors of the new edition of “*Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften*”. From then on quite a number of their letters are concerned with this project. Although those later letters do not contain much mathematics we have decided to include them here since it may help to understand that both came to know each other rather closely – in view of all kinds of difficulties which came up not only due to

---

<sup>1</sup>Meanwhile both the Hecke Nachlass and that of Hasse are contained in the *Handschriftenabteilung* of the University library at Göttingen.

the ordinary problems of managing such an extended project, but also due to the political situation of the time.

We have added a letter of opinion which Hecke had submitted in 1946 to the British military authorities when Hasse had lost his job. It appears that Hecke had well described Hasse's commitment to science during the dark years of Nazi government.

## Kapitel 2

# Briefwechsel Hasse–Hecke

## 2.1 17.11.1925, Hasse an Hecke

*Frage über eine Formel aus der komplexen Multiplikation.*

Halle, den 17. XI. 25.

Lieber Herr Hecke !

Ich habe eine kleine Frage über eine Formel aus der komplexen Multiplikation auf dem Herzen, auf die ich hoffe, von Ihnen eine befriedigende Antwort zu erhalten. Ich will Ihnen zunächst kurz skizzieren, was mich zu dieser Frage veranlaßt:

Sie kennen sicher das neue Buch von Fueter über die komplexe Multiplikation (1924), das ich zu besprechen habe. Neben vielerlei Inkorrektheiten, die F. teils von Weber übernommen, teils selbst hereingebracht hat, zeichnet sich dieses Buch auch durch seine vollendete Unschönheit in methodischer und bezeichnungstechnischer Hinsicht aus. Insbesondere kann ich es nicht, wie F. in seinem Vorwort, als einen Fortschritt bezeichnen, daß F. bei der Konstruktion des Strahlklassenkörpers die Theorie der komplexen Multiplikation der von Weber benutzten Funktion  $\mathcal{S}(u) = \frac{\vartheta_{11}\left(\frac{u}{\omega_1}\right)}{\vartheta_{01}\left(\frac{u}{\omega_1}\right)} = \sqrt{k} \operatorname{sn} \left( \frac{\pi \vartheta_{00}^2 u}{\omega_1} \right)$  vermöge ihrer Darstellung durch die Weierstrasssche  $\wp$ -Funktion

$$-\mathcal{S}^2(u) = \frac{\wp\left(\frac{\omega_2}{4}\right) - \wp\left(\frac{\omega_2}{2}\right)}{\wp(u) - \wp\left(\frac{\omega_2}{2}\right)} = \frac{\sqrt{(e_2 - e_1)(e_2 - e_3)}}{\wp(u) - e_2}$$

begründet. Gerade dadurch werden die bei Weber noch halbwegs übersichtlichen Rechnungen zu einem unübersehbaren Gewirre. Wie schon Weber hervorhebt, ist natürlich das Ideal, dem man nachstreben muß, die Konstruktion der Strahlklassenkörper durch die geeignet normierte  $\wp$ -Funktion, also etwa durch die Webersche Funktion

$$\tau(u) = \frac{g_2 g_3}{\Delta} \wp(u), \quad \text{resp.} \quad \frac{\wp^2(u)}{g_2}, \quad \frac{\wp^3(u)}{g_3};$$

nach Weber kann man ja mit  $\tau(u)$  alles machen bis auf den Nachweis, daß

$$\tau(\pi u) \equiv (\tau(u))^p \pmod{\mathfrak{P}}$$

ist, (wenn  $\pi$  ein Primhauptideal 1. Grades,  $u = \frac{\rho}{\mu}$  ein singulärer Wert und  $\mathfrak{P}$  ein Primteiler von  $\pi$  im Körper von  $\tau\left(\frac{\rho}{\mu}\right)$  ist), was ja zur Herleitung der Zerlegungsgesetze der einzig denkbare Weg ist. Der Grund, weswegen man diesen Nachweis für die Funktion  $\tau(u)$  mit der üblichen Methode nicht führen kann, ist nach meinen Untersuchungen folgender: In der Formel

$$\tau(\pi u) = \frac{Z(\tau(u))}{N(\tau(u))}, \quad \text{wo} \quad N(\tau(u)) = \pi^2 \prod'_{\rho \pmod{\pi}} (\tau(u) - \tau\left(\frac{\rho}{\pi}\right))$$

sind zwar die Koeffizienten von  $N$  alle durch  $\pi$  teilbar, bis auf den letzten, der eine Einheit ist, dagegen sind es die Koeffizienten von  $Z$  nicht. Man kann sogar sagen, daß die Koeffizienten von  $Z$  außer dem ersten, der 1 ist,  $\pi$  im *Nenner* enthalten. Die folgende Kongruenz

$$\tau(\pi u) \equiv (\tau(u))^p \pmod{\mathfrak{P}}$$

gilt also jedenfalls nicht *identisch in u*, während das bei der Weberschen Funktion  $\mathcal{S}^2(u)$  bekanntlich der Fall ist. Macht man sich die Verhältnisse am Analogie-Beispiel der Kreisteilungskörper klar, so wäre es ja auch dort unvernünftig, an Stelle der Funktion  $e(u) = e^{2\pi i u}$  oder der gleichwertigen Funktion  $\sin 2\pi u$ , die dem  $\mathcal{S}^2(u)$  besser entspricht, die dem  $\tau(u)$  entsprechende Funktion  $\frac{1}{1-e(u)}$  zu verwenden. Für die ersteren gilt identisch in  $u$ :

$$u(pu) \equiv (e(u))^p \pmod{p}, \quad \sin 2\pi pu \equiv (\sin 2\pi u)^p \pmod{p}$$

Für die letztere ist das zwar hier auch richtig, ebenfalls identisch in  $u$ , aber man wird doch zum einfachen Beweise auf die Darstellung durch  $e(u)$  zurückgehen.

Will man also die vernünftigerweise zu stellende Forderung befriedigen, daß man den Strahlklassenkörper durch eine elliptische Funktion 1. Stufe (etwa  $\tau(u)$ ) und nicht durch solche 2. Stufe (wie  $\mathcal{S}^2(u)$ ) konstruiert, so erscheint es zweckmäßig, zur Begründung des Zerlegungsgesetzes doch auf den Ausdruck von  $\tau(u)$  durch  $\mathcal{S}^2(u)$  zurückzugehen. Von solchen Erwägungen geleitet, versuche ich nun zur Zeit, die Relation

$$\tau(\pi u) \equiv (\tau(u))^p \pmod{\mathfrak{P}} \quad \text{für} \quad u = \frac{\rho}{\mu}$$

aus den Weberschen Überlegungen heraus nachzuweisen. Bei Weber selbst ist ja, soviel ich sehe, der Nachweis durchaus nicht erbracht, daß der mittels  $\tau(u)$  konstruierte Strahlklassenkörper mit dem mittels  $\mathcal{S}^2(u)$  konstruierten identisch ist, oder nahe zusammenhängt. Ich gedenke auf diese Weise zu einer vernünftigen und eleganten Konstruktion des Strahlklassenkörpers durch  $\tau(u)$  zu gelangen. Mein Weg würde nach Herleitung des auch bei Weber über  $\tau(u)$  stehenden etwa folgender sein: Man betrachtet die 6 aus  $\mathcal{S}^2(u)$  durch die Modulsstitutionen entstehenden Funktionen

$$\pm\mathcal{S}_1^2(u), \quad \pm\mathcal{S}_2^2(u), \quad \pm\mathcal{S}_3^2(u)$$

und weise für sie à la Weber nach, daß

$$\mathcal{S}_i^2(\pi u) \equiv (-1)^{c_i} \mathcal{S}_{i'}^p(u) \pmod{\mathfrak{P}} \quad (i = 1, 2, 3)$$

gilt, wo  $i'$  eine gewisse Permutation der  $i$  bedeutet, die man in ihrer Abhängigkeit von  $\pi$  genau angeben kann. Bezeichnet man dann ferner mit  $\pm C_1, \pm C_2, \pm C_3$  die 6 homogenen Modulformen 0-ter Dimension

$$C_1 = \pm \frac{e_1}{\sqrt{(e_1 - e_2)(e_1 - e_3)}}, \dots\dots\dots$$

so gilt

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_1 \mathcal{S}_1^2(u)} + \frac{1}{C_2 \mathcal{S}_2^2(u)} + \frac{1}{C_3 \mathcal{S}_3^2(u)} &= \frac{\wp(u) - e_1}{e_1} + \dots = -\frac{g_2}{g_3} \wp(u) - 3 \\ &= -\frac{\Delta}{g_3^2} \tau(u) - 3 \end{aligned}$$

Da  $\frac{\Delta}{g_3^2}$  im singulären Falle dem Klassenkörper angehört, also bei Potenzierung mit  $p \pmod{\pi}$  invariant bleibt, kann man so zu der gewünschten Relation für  $\tau(u)$  gelangen, wenn man noch näher weiß, wie sich die  $\pm C_i$  bei der Potenzierung mit  $p$  vertauschen. Die  $\pm C_i$  gehören für den singulären Fall (Perioden = Körperbasis) dem Ringklassenkörper vom Führer 4 an, (ebenso wie auch die Moduln der  $\pm \mathcal{S}_i^2(u)$ ). Vermöge ihrer Darstellungen durch die Klasseninvarianten des Ringes vom Führer 4 gelingt es nun recht einfach, die erforderlichen Relationen für die  $(\pm C_i)^p$  herzustellen, *wenn man nur weiß, daß folgende Tatsache richtig ist:*

Ist  $j(\omega)$  die absolute Invariante,  $\omega$  eine singuläre Zahl der Diskriminante  $D = m^2 d$  ( $d$  Körperdiskriminante), die der Ringklasse  $k$  des Ringes  $\mathfrak{R}_m$

vom Führer  $m$  zugeordnet ist, ist ferner  $\mathfrak{p}$  ein Primideal 1. Grades der Norm  $p$ , (das seinem konjugierten nicht gerade äquivalent ist),  $k_{\mathfrak{p}}$  die Ringklasse von  $\mathfrak{p}$  und  $\bar{\omega}$  der Ringklasse  $kk_{\mathfrak{p}}$  zugeordnet, so gilt

$$j(\bar{\omega}) \equiv (j(\omega))^p \pmod{\mathfrak{P}}, \quad \text{wo } \mathfrak{P} \text{ Teiler von } \mathfrak{p} \text{ im Ringkl. Kp.}$$

Ob dies immer zutrifft (oder wenigstens für  $m = 4$ ) weiß ich nicht. Bekannt ist ja nur, daß diese Kongruenz entweder mod  $\mathfrak{P}$  oder mod  $\mathfrak{P}'$  richtig ist, wo  $\mathfrak{P}'$  den konjugiert-imaginären Primteiler bezeichnet, bezw. daß entweder  $j(\bar{\omega})$  oder  $j(\bar{\bar{\omega}})$  die obige Kongruenz befriedigt, wo  $\bar{\bar{\omega}}$  der Ringklasse  $kk_{\mathfrak{p}'} = kk_{\mathfrak{p}}^{-1}$  zugeordnet ist. Meine Frage lautet nun aber, ob man etwas Genaueres über diese Alternative weiß, ob etwa stets die von mir gegebene Fassung stimmt, oder stets die andere, oder ob das von  $p$  und ev. auch  $m$  abhängt.

Diese Entscheidung wird dann das Experimentum crucis sein für die Frage, ob die Funktion  $\tau(u)$  geeignet ist, den Strahlklassenkörper für irgendein vorgelegtes Ideal  $m$  durch die komplexen Teilwerte  $\tau\left(\frac{\rho}{\mu}\right)$  zu liefern, *ohne daß sich noch der Ringklassenkörper vom Führer 4 dazwischen schiebt* und damit einen höheren Körper, als den eigentlich gesuchten Strahlklassenkörper erzeugt.

Sie würden mir einen großen Gefallen tun, wenn Sie mir, sobald es Ihnen die Zeit erlaubt, mitteilten, ob und was Ihnen über die genannte Frage bekannt ist. Sollte nichts bekannt sein, so müßte ich eben versuchen, die Entscheidung zu erzwingen. Zu dieser immerhin, wie mir scheint, erheblichen Kraftanstrengung vermag ich mich aber bei der Arbeitsfülle, die mir vorliegt, erst nach Anhörung eines guten Sachverständigen zu entschließen, und ihr schönes Kolleg über dies Gebiet macht mir die begründete Hoffnung, daß ich da bei Ihnen, wenn überhaupt irgendwo, die beste Auskunft bekomme. Mein Ziel selbst, eine vernünftige Begründung der komplexen Multiplikation zu erreichen, ist überdies neben der jetzigen Veranlassung durch das schreckliche Buch von F. letzten Endes auf eine Anregung Ihrerseits zurückzuführen, die Sie mir vor einigen Jahren gelegentlich einer „Audienz“ im Math. Seminar Hamburg gaben.

Ich freue mich zu hören, daß Sie die Folgen Ihrer Operation gut überstanden haben und nunmehr von einem unangenehmen Leiden ganz geheilt sind. Mit den besten Grüßen und Empfehlungen von Haus zu Haus

Ihr Helmut Hasse.

## 2.2 19.11.1925, Hecke an Hasse

*Beantwortung von Hasses Frage. Hinweis auf analoge Frage bei Modulfunktionen von 2 Variablen.*

Prof. Dr. E. Hecke  
HAMBURG 13  
Rothenbaumchaussee 21  
Mathematisches Seminar  
der Universität

Den 19. XI 19 25

Lieber Herr Hasse,

ich bin in der unerwartet — Ihr Vertrauen ehrt mich natürlich !! — angenehmen Lage, Ihre Anfrage beantworten zu können, da die analoge Frage bei Modulfkt. von zwei Variablen mir seinerzeit viel Kopfzerbrechen gemacht hat. In meiner Arbeit Ann 74, S. 491 und 503–505 habe ich eine Methode gegeben, die auch für eine Variable passt; ob die Frage anderswo behandelt ist, weiss ich nicht. Ich kenne aber ja nur sehr wenig Litteratur. Ich versuche, Ihnen die Sache gleich auseinanderzusetzen (Ihre Hoffnung erfüllt sich leider nicht!)

Sei  $F_p(x, y) = 0$  die Transformationsgleichg.  $p$ -ter Ordnung wie bei Weber; es ist also

$$F_p(j(S\tau), j(\tau)) = 0, \quad \text{wenn } S = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad ad - bc = p.$$

Es ist bekannt, dass identisch in  $x, y$

$$F_p(x, y) \equiv (x - y^p)(x^p - y) \pmod{p}.$$

Also ist natürlich auch numerisch für ganze algebr. Zahlen

$$F_p(j(S\tau), j(\tau)) \equiv (j(S\tau) - j(\tau)^p)(j(S\tau)^p - j(\tau)) \pmod{p}.$$

Es sei  $p = \mathfrak{p} \cdot \mathfrak{p}'$  im Ringe, dessen Diskr. = Diskr. von  $\tau$  ist.

Sei

$\tau$  zugeordnete Zahl zum Ringideal  $\mathfrak{c}$ , Klasse  $\mathcal{C}$

dann schreibe ich  $j(\tau) = j(\mathfrak{c})$  oder  $j(\mathcal{C})$ .

$$F'_p(x, y) = \frac{\partial F_p}{\partial x}$$

Es ist  $F'_p(x, y) \equiv x^p - y \pmod{p}$ .

**Behauptg.**

$$F'_p(x, y) \equiv 0 \pmod{\mathfrak{p}}$$

für

$$x = j(\mathfrak{p}\mathfrak{c}), \quad y = j(\mathfrak{c}).$$

**Beweis:** Man ziehe die Multiplikatorengleichg. für die Diskriminante  $\Delta(\tau) = \eta(\tau)^{24}$  heran. Es ist

$$\Psi(\tau) = \frac{\Delta\left(\frac{a\tau+b}{c\tau+d}\right)}{\Delta(\tau)} \left(\frac{p}{c\tau+d}\right)^{12} \quad \text{eine Funktion, die sich ebenso ändert,}$$

wie

$$j\left(\frac{a\tau+b}{c\tau+d}\right).$$

Nimmt man als Repräsentanten der Transf. der Ordg.  $p$

$$S_p(\tau) = p\tau \left| \frac{\tau+h}{p} \right. \quad (h = 0, \dots, p-1) = S_h(\tau)$$

so ist also mit variablem  $t$

$$F_p(t, j(\tau)) \cdot \sum_{i=0}^{p-1} \frac{\Psi_i(\tau)}{t - j(S_i\tau)} = H(t, \tau)$$

(wo  $\Psi_i(\tau)$  die obige  $\Psi(\tau)$  gebildet mit der Subst.  $S_i$  ist) ein Polynom in  $t$ , dessen Koeffizienten ganze Modulfunktionen in  $\tau$  sind. Wegen der Symmetrie in den  $p$ -ten Einheitswurzeln sind die Koeffizienten dieser sogar ganze rationale Zahlen, also ist

$$H(t, \tau) = p \cdot M(t, j(\tau)) \quad \text{ein ganzzahliges Polynom in } t, j.$$

Dieses Polynom ist  $\equiv 0 \pmod{p}$  also  $M(t, j)$  ganzzahlig (Beweis S. 492). Wie üblich folgt dann für  $t = j(S_i(\tau))$

$$\Psi_i(\tau) = p \cdot \frac{M(j(S_i(\tau)), j(\tau))}{F'_p(j(S_i\tau), j(\tau))} \left( \begin{array}{l} \text{Hierin sind } M \text{ und } F'_p \\ \text{nur von der Determinante } p, \\ \text{nicht von den einzelnen Transform.} \\ \text{abhängig !} \end{array} \right)$$

Jetzt setze man für  $\tau$  die oben genannte singuläre Zahl ein. Dann wird  $\Psi_i$  eine ganze algebraische Zahl aus dem Körper  $K(j(\tau))$ , wenn  $S_i(\tau)$  zum Ring gehört.

Hat man jetzt

(0)

$$\begin{array}{ll} \alpha_1, \alpha_2 = \text{Basis von } \mathfrak{c} & (\text{im Ring}) \quad \beta_1 = a\alpha_1 + b\alpha_2 \\ \beta_1, \beta_2 = \text{Basis von } \mathfrak{p}\mathfrak{c} & \beta_2 = c\alpha_1 + d\alpha_2 \end{array}$$

so sind also für jedes  $\mathfrak{c}$

$$\Psi(\beta, \alpha) = \frac{\Delta\left(\frac{\beta_1}{\beta_2}\right)}{\Delta\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)} \left(\frac{\alpha_2}{\beta_2} p\right)^{12}$$

ganze Zahlen in  $K(j(\mathfrak{c}))$ . Bildet man jetzt diese Zahlen für

$$\mathfrak{c}, \mathfrak{p}\mathfrak{c}, \mathfrak{p}^2\mathfrak{c}, \dots, \mathfrak{p}^{m-1}\mathfrak{c} \quad (\mathfrak{p}^m \sim 1; \mathfrak{p}^m = (\mu))$$

$$\mathfrak{p}^m\mathfrak{c} \text{ habe Basis } \mu_1, \mu_2,$$

so ist das Produkt dieser  $m$  ganzen Zahlen gleich

$$\frac{\Delta\left(\frac{\mu_1}{\mu_2}\right)}{\Delta\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)} \left(\frac{p^{12m}\alpha_2^{12}}{\mu_2^{12}}\right)$$

Wegen  $\frac{\mu_1}{\mu_2} \sim \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$  ist wegen linearer Invarianz von  $\Delta$  diese Zahl =

$$\frac{p^{12m}}{\mu^{12}} = \frac{(\mu\mu')^{12}}{\mu^{12}} = \mu'^{12}, \quad \text{also prim zu } \mathfrak{p}!$$

Also ist auch jeder Faktor prim zu  $\mathfrak{p}$ , d. h. alle  $\Psi_i$  sind prim zu  $\mathfrak{p}$ .

Also ist

$$p \cdot \frac{M(j(S_i(\tau)), j(\tau))}{F'_p(j(S_i\tau), j(\tau))} = p \cdot \frac{M(j(\mathfrak{p}\mathfrak{c}), j(\mathfrak{c}))}{F'_p(j(\mathfrak{p}\mathfrak{c}), j(\mathfrak{c}))}$$

prim zu  $\mathfrak{p}$ ; wegen des Faktors  $p$  muss also sein

$$F'_p(j(\mathfrak{p}\mathfrak{c}), j(\mathfrak{c})) \equiv 0 \pmod{\mathfrak{p}}$$

d. h.

$$j(\mathfrak{p}\mathfrak{c})^p \equiv j(\mathfrak{c}) \pmod{\mathfrak{p}}.$$

Ihre Vermutung ist also *nicht richtig*, oder besser, Ihre Hoffnung hat sich nicht erfüllt. In allen Fällen ist aber dadurch die Webersche Alternative in einem Sinne entscheidbar. Vielleicht hilft Ihnen das etwas.

Ihr Urteil über das Buch von F. unterschreibe ich ganz. Es ist schief und unscharf, wie schon die erste Seite!

Herzliche Grüsse und Empfehlungen an Ihre Frau

Ihr

E. Hecke

## 2.3 22.12.1925, Hasse an Hecke

*Hasse hat bereits seine neue Form der Theorie der komplexen Multiplikation gefunden und schickt Hecke eine ausführliche Darstellung. Diese ist gleichzeitig auch für Artin zur Kenntnis bestimmt.*

Halle, den 22. XII. 1925

Professor Dr. H. Hasse  
Halle (Saale)  
==== Kuhntstr. 17 =====

Lieber Herr Hecke!

In meiner großen Freude über ein nunmehr endlich meinen Anforderungen genügendes Resultat in der komplexen Multiplikation fühle ich mich gedrungen, Ihnen davon Mitteilung zu machen. Denn ich weiß, daß Sie, und auch Herr Artin diesem Gegenstande großes Interesse entgegenbringen. Mein Ziel war, wie ich es Ihnen schon ausführte, zu einer funktionentheoretischen Konstruktion des Strahlklassenkörpers mod.  $\mathfrak{m}$  nach einem beliebigen Ideal  $\mathfrak{m}$  eines imaginär-quadratischen Zahlkörpers  $k$  mittels einer elliptischen Funktion 1. Stufe zu gelangen, ohne irgendwie in die Theorie der elliptischen Funktionen 2. Stufe eindringen zu müssen, womit ja notwendig gewisse Unregelmäßigkeiten und Beschränkungen für die zu 2 nicht primen  $\mathfrak{m}$  verbunden sind. In der Ihnen neulich auseinandergesetzten Skizze war dieses Ziel nur teilweise erreicht, indem zu den Beweisen der auf  $\wp(u)$  bezüglichen Sätze doch noch die Jacobischen elliptischen Funktionen 2. Stufe heranzuziehen waren. Davon habe ich mich jetzt ganz frei gemacht. Überdies habe ich das wenig elegante Additionstheorem von  $\wp(u)$  völlig vermieden und stütze die ganze Theorie allein auf Reihenentwicklung. So scheint sie mir diejenige Form bekommen zu haben, die zur Übertragung auf andere Grundkörper und damit verbundenen Übergang zu Funktionen mehrerer Variablen geeignet ist.

Ich verwende die gegenüber Weber ein klein wenig modifizierte Funktion:

$$\tau(u; \omega_1, \omega_2) = M_w(\omega_1, \omega_2) \wp^{\frac{w}{2}}(u; \omega_1, \omega_2).$$

Dabei bezeichnet  $w$  die Anzahl der Einheitswurzeln in  $k$  und  $M_w(\omega_1, \omega_2)$  ist die folgende homogene Modulform der Dimension  $w$ :

$$\begin{aligned} M_2(\omega_1, \omega_2) &= 2^7 \cdot 3^5 \frac{g_2 g_3}{\Delta}(\omega_1, \omega_2) \\ M_4(\omega_1, \omega_2) &= 2^8 \cdot 3^4 \frac{g_2^2}{\Delta}(\omega_1, \omega_2) \\ M_6(\omega_1, \omega_2) &= 2^9 \cdot 3^5 \frac{g_3}{\Delta}(\omega_1, \omega_2) \end{aligned}$$

Ich brauche von meiner Funktion  $\tau(u; \omega_1, \omega_2)$  nur die folgenden drei Eigenschaften:

**(1.) (Verhalten als Funktion von  $u$ )**

*Ist  $\omega_1, \omega_2$  Basis eines ganzen oder gebrochenen\* Ideals  $\mathfrak{w}$  in  $k$ , so ist  $\tau(u; \mathfrak{w})$  invariant bei der Substitutionsgruppe  $U_{\mathfrak{w}}$ :*

$$u' \equiv \varepsilon u \text{ mod. } \mathfrak{w}; \quad (\varepsilon^w = 1).$$

*$\tau(u; \mathfrak{w})$  ist eine automorphe Funktion von der 1. Ordnung bezüglich des Diskontinuitätsbereiches von  $U_{\mathfrak{w}}$  (Dreieck mit Randzuordnung) und hat seine einzigen Pole ( $w$ -ter Ordnung in  $u$ ) bei  $u \equiv 0 \text{ mod. } \mathfrak{w}$ .*

**(2.) (Verhalten als Funktion von  $u; \omega_1, \omega_2$ )**

*$\tau(u; \omega_1, \omega_2)$  ist invariant bei den Substitutionen der (weiteren) Modulgruppe auf  $\omega_1, \omega_2$  und homogen von der Dimension 0 in  $u; \omega_1, \omega_2$ . Für festes  $u \not\equiv 0 \text{ mod. } \mathfrak{w}$  wird  $\tau(u; \omega_1, \omega_2)$  für kein endliches  $\omega_1, \omega_2$  unendlich.*

---

\*Die Zulassung auch gebrochener Ideale  $\mathfrak{w}$  ist geradezu fundamental für das folgende.

(3.) (Reihenentwicklung.)  $\tau(u; \omega_1, \omega_2)$  besitzt eine in einer Umgebung von  $q = 0$  und in dem Streifen der Periodenparallelogramme beiderseits der reellen  $\frac{u}{\omega_1}$ -Achse (exkl. der Pole  $u \equiv 0 \pmod{\mathfrak{w}}$ ) absolut konvergente Entwicklung der Form

$$\begin{aligned} \tau(u; \omega_1, \omega_2) = q^{-1} & \left( q \left( e^{\pi i \frac{u}{\omega_1}} - e^{-\pi i \frac{u}{\omega_1}} \right)^2 \right)^{-\frac{w}{2}} \times \\ & \left( Q_0 + Q_1 \left( e^{2\pi i \frac{u}{\omega_1}} + e^{-2\pi i \frac{u}{\omega_1}} \right) + \dots \right. \\ & \left. + Q_n \left( e^{2\pi i \frac{nu}{\omega_1}} + e^{-2\pi i \frac{nu}{\omega_1}} \right) + \dots \right), \end{aligned}$$

wobei  $q = e^{2\pi i \frac{\omega_2}{\omega_1}}$  gesetzt ist und  $Q_n = a_n q^n + a_{n+1} q^{n+1} + \dots$  eine ganzzahlige Potenzreihe in  $q$  ist, die bei  $q = 0$  von mindestens  $n$ -ter Ordnung verschwindet.

Diese Tatsachen (1.)–(3.) sind auf Grund der elementaren Theorie der  $\wp$ -Funktion für  $\tau(u; \omega_1, \omega_2)$  wirklich erfüllt.

Die Theorie läuft dann etwa so: Durch Entwicklung gemäß (3.) der Funktionen

$$\tau \left( \frac{x_1 \omega_1 + x_2 \omega_2}{m}; \omega_1, \omega_2 \right) = \tau_m(x_1, x_2), \quad \begin{pmatrix} m > 1 \text{ ganzzahlig} \\ (x_1, x_2) \pmod{m} \\ \neq (0, 0) \pmod{m} \\ (x_1, x_2, m) = 1 \end{pmatrix}$$

in Reihen nach steigenden Potenzen von  $q^{\frac{1}{m}}$  mit Koeffizienten aus dem Körper der  $m$ -ten Einheitswurzeln folgt, daß diese Funktionen für „singuläres  $\omega_1, \omega_2$ “ (d. h. hier und im folgenden für eine Idealbasis von  $\mathfrak{w}$  aus  $k$ ) algebraische Zahlen sind, deren Nenner für eine Primzahlpotenz  $m = p^a$  Teiler von  $p^w$  sind, während sie für aus verschiedenen Primzahlpotenzen zusammengesetzte  $m$  ganze algebraische Zahlen sind. Überdies resultiert so, daß das Polynom

$$P_m(t; \mathfrak{k}) = \prod'_{\substack{(x_1, x_2) \pmod{m} \\ (x_1, x_2, m) = 1}} (t - \tau_m(x_1, x_2))$$

das offenbar nach (2.) nur von der Idealklasse  $\mathfrak{k}$  des Ideals  $\mathfrak{w}$ , nicht von  $\mathfrak{w}$  selbst abhängt, Koeffizienten aus dem Klassenkörper  $K$  zu  $k$  hat, die bei Ersetzung von  $\mathfrak{k}$  durch  $\mathfrak{k}_1$  den Automorphismus  $j(\mathfrak{k}) \longrightarrow j(\mathfrak{k}_1)$  des Klassenkörpers  $K$  erleiden.

Wir führen nun ein System idealer Zahlen zu  $k$  ein, die ich in der von Ihnen vorgeschlagenen Weise bezeichne. Ferner ordnen wir jeder absoluten Idealklasse  $\mathfrak{k}$  von  $k$  diejenigen Strahlklassen  $\mathfrak{k}^*$  nach dem ganzen Ideal  $\mathfrak{m} \neq 1$  aus  $k$  zu, die in der absoluten Idealklasse  $\mathfrak{k}^{-1}\mathfrak{k}_\mathfrak{m}$  liegen, wo  $\mathfrak{k}_\mathfrak{m}$  die absolute Klasse von  $\mathfrak{m}$  ist. Diese Zuordnung bezeichne ich mit  $\mathfrak{k}^* \prec \mathfrak{k}$ . Sind dann  $\widehat{\omega}$  und  $\widehat{\mu}$  feste ideale Zahlen für  $\mathfrak{w}$  und  $\mathfrak{m}$ , und durchläuft die ganze ideale Zahl  $\widehat{\rho}$  ein vollständiges Repräsentantensystem der Strahlklassen mod.  $\mathfrak{m}$  in der Klasse von  $\widehat{\omega}^{-1}\widehat{\mu}$ , also ein Repräsentantensystem der  $\mathfrak{k}^* \prec \mathfrak{k}$ , (wenn  $\mathfrak{k}$  immer die Idealklasse von  $\mathfrak{w}$  bezeichnet), so nennen wir die Funktionswerte

$$\tau\left(\frac{\widehat{\rho}\widehat{\omega}}{\widehat{\mu}}; \mathfrak{w}\right) = \tau(\mathfrak{k}^*)$$

die *Invarianten der Strahlklassen*  $\mathfrak{k}^* \prec \mathfrak{k}$  und das Polynom

$$T_\mathfrak{m}(t; \mathfrak{k}) = \prod_{\mathfrak{k}^* \prec \mathfrak{k}} (t - \tau(\mathfrak{k}^*))$$

die *Strahlklassengleichung mod.  $\mathfrak{m}$  zu  $\mathfrak{k}$* .  $\tau(\mathfrak{k}^*)$  hängt nach (1.) und (2.) nicht von  $\widehat{\rho}$  sondern nur von  $\mathfrak{k}^*$  ab (wenn  $\widehat{\omega}$  und  $\widehat{\mu}$  fest gewählt sind) und  $T_\mathfrak{m}(t; \mathfrak{k})$  (sogar bei beliebiger Wahl von  $\widehat{\omega}$  und  $\widehat{\mu}$  unter assoziierten) nur von  $\mathfrak{k}$ .

Da die  $\tau(\mathfrak{k}^*)$  spezielle  $\tau_m(x_1, x_2)$  sind, (wenn unter  $m$  das kleinste ganzrationale Multiplum von  $\mathfrak{m}$  verstanden wird), so sind also die  $\tau(\mathfrak{k}^*)$  algebraische Zahlen, die für aus zu verschiedenen Primzahlen gehörigen Primidealen zusammengesetzte  $m$  ganz sind, für Teiler  $\mathfrak{m}$  einer Primzahlpotenz  $p^a$  nur Teiler von  $p^w$  im Nenner haben. Die erste Hauptaufgabe besteht im Nachweis des folgenden Satzes:

**Satz 1.** *Das Polynom  $T_\mathfrak{m}(t; \mathfrak{k})$  hat Koeffizienten in  $K$ , die bei der Substitution  $\mathfrak{k} \rightarrow \mathfrak{k}_1$  den Automorphismus  $j(\mathfrak{k}) \rightarrow j(\mathfrak{k}_1)$  erleiden.*

Man reduziert diesen Nachweis zunächst durch folgende Relationen auf ein einfacheres Polynom:

$$\text{a.)} \quad (T_\mathfrak{m}(t; \mathfrak{k}))^{e_\mathfrak{m}} = S_\mathfrak{m}(t; \mathfrak{k}) = \prod_{\substack{\widehat{\rho} \bmod \mathfrak{m} \\ (\widehat{\rho}, \mathfrak{m}) = 1 \\ \widehat{\rho} \sim \mathfrak{w}^{-1}\mathfrak{m}}} \left( t - \tau\left(\frac{\widehat{\rho}\widehat{\omega}}{\widehat{\mu}}; \mathfrak{w}\right) \right)$$

Dabei bezeichnet  $e_\mathfrak{m}$  die Anzahl der inkongruenten Einheiten mod.  $\mathfrak{m}$ , und das Produkt rechts ist jetzt nicht nur über die verschiedenen *Idealklassen*

mod.  $\mathfrak{m}$  in der Klasse von  $\mathfrak{w}^{-1}\mathfrak{m}$ , sondern über die verschiedenen *Zahlklassen* mod.  $\mathfrak{m}$  in dieser Klasse zu erstrecken.

$$\text{b.) } \prod_{\substack{\mathfrak{m}_i | \mathfrak{m} \\ \mathfrak{m}_i \neq 1}} S_{\mathfrak{m}_i}(t; \mathfrak{k}) = R_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k}) = \prod'_{\substack{\hat{\rho} \text{ mod. } \mathfrak{m} \\ \hat{\rho} \sim \mathfrak{w}^{-1}\mathfrak{m}}} \left( t - \tau \left( \frac{\hat{\rho}\hat{\omega}}{\hat{\mu}}; \mathfrak{w} \right) \right)$$

$$\text{also } S_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k}) = \prod_{\substack{\mathfrak{m}_i | \mathfrak{m} \\ \mathfrak{m}_i \neq 1}} (R_{\mathfrak{m}_i}(t; \mathfrak{k}))^{\mu\left(\frac{\mathfrak{m}}{\mathfrak{m}_i}\right)}; \quad (\mu(\mathfrak{a}) = \text{Möbiussche Funktion}),$$

wo also das Produkt  $R_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})$  über *alle* von Null verschiedenen Restklassen mod.  $\mathfrak{m}$  in der Klasse von  $\mathfrak{w}^{-1}\mathfrak{m}$ , nicht nur über die *zu  $\mathfrak{m}$  primen* zu erstrecken ist.

Durch a.) und b.) wird der Nachweis von Satz 1 auf  $R_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})$  zurückgeführt. Es ist nun charakteristisch für meine Methode, daß man hier halt macht, und nicht noch die Reduktion

$$\text{c.) } R_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k}) = (R_{\mu_1}(t; \mathfrak{k}), R_{\mu_2}(t; \mathfrak{k})), \quad \text{wenn } \mathfrak{m} = (\mu_1, \mu_2)$$

auf die  $R_{\mu}(t; \mathfrak{k})$  mit *Hauptidealindex*  $\mu$  anfügt. Das geht zwar auch, ist aber unnötig und verdeckt vor allem den richtigen Ansatz für den Nachweis der zweiten Behauptung des Satzes.

Man schließt nämlich jetzt weiter mittels der Verallgemeinerung des Prinzips der „komplexen Multiplikation“ in eine „*Periodenidealdivision*“: Betrachtet man neben  $\tau(u; \mathfrak{w})$  die Funktion  $\tau(u; \frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{m}})$ , so ist diese ebenfalls bei  $U_{\mathfrak{w}}$  invariant, also rational in  $\tau(u; \mathfrak{w})$  nach (1.). Setzt man an:

$$\tau\left(u; \frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{m}}\right) = \frac{Z_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})}{N_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})}; \quad (t = \tau(u; \mathfrak{w})); \quad \left( \begin{array}{l} (Z_{\mathfrak{m}}, N_{\mathfrak{m}}) = 1 \\ N_{\mathfrak{m}} \text{ vom höchsten} \\ \text{Koeffizienten } 1 \end{array} \right),$$

So erweist sich durch Vergleichung der Pole von  $\tau(u; \frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{m}})$  und der Nullstellen von  $N_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})$  — (unter Berücksichtigung der Tatsache, daß  $\tau(u; \mathfrak{w})$  in  $u = \frac{\hat{\rho}\hat{\omega}}{\hat{\mu}}$  von der  $n$ -ten Ordnung ist, wenn  $n$  die Ordnung des zu  $u = \frac{\hat{\rho}\hat{\omega}}{\hat{\mu}}$  gehörigen Fixpunktzyklus von  $U_{\mathfrak{w}}$  ist) — das Polynom  $N_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})$  identisch mit  $R_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})$ :

$$N_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k}) = R_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k}).$$

Ist nun  $m$  das kleinste ganz-rationale Multiplum von  $\mathfrak{m}$ , so ist  $N_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})$  Teiler des obigen Polynoms

$$P_m(t; \mathfrak{k}) = \prod_{\substack{(x_1, x_2) \bmod m \\ (x_1, x_2, m) = 1}} \left( t - \tau \left( \frac{x_1 \omega_1 + x_2 \omega_2}{m}; \omega_1, \omega_2 \right) \right),$$

für das unser Satz 1 nach dem Bemerkten richtig ist. Wir erweitern dann:

$$\tau \left( u; \frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{m}} \right) = \frac{Z_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})}{N_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})} = \frac{Z_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k}) Q_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})}{N_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k}) Q_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})} = \frac{O_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})}{P_m(t; \mathfrak{k})}; \quad (t = \tau(u; \mathfrak{w}))$$

Es genügt dann, den Satz für  $O_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})$  zu beweisen, da er dann durch größte gemeinsame Teilerbildung für  $N_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k}) = R_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})$  (und auch für  $Z_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})$ ) folgt.

Der Beweis für  $O_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})$  wird nun durch Reihenentwicklung nach  $u$  analog wie bei Weber geführt. Aus (3.) ergibt sich für  $\tau(u; \mathfrak{w})$  eine Reihenentwicklung der Form

$$\tau(u; \mathfrak{w}) = \sum_{n=-1}^{\infty} F_{nw}(\mathfrak{w}) u^{nw},$$

wobei die  $F_{nw}(\mathfrak{w})$  singuläre Werte überall endlicher homogener Modulformen der Dimension  $-nw$  und rationalzahliger  $q$ -Reihen sind. Jedes solche  $F_{nw}(\mathfrak{w})$  wird nach Multiplikation mit einem geeigneten Faktor  $\frac{g_2^{a_n} g_3^{b_n}}{\Delta^{c_n}}(\mathfrak{w})$  mit  $a_n, b_n, c_n \geq 0$  zu einem singulären Wert einer überall endlichen homogenen Modulform der Dimension 0 mit rationalzahliger  $q$ -Reihe, also einer Zahl aus  $K$ , die bei  $\mathfrak{k} \rightarrow \mathfrak{k}_1$  den Automorphismus  $j(\mathfrak{k}) \rightarrow j(\mathfrak{k}_1)$  erleidet.

Man erhält nun in bekannter Weise durch Koeffizientenvergleich in  $u$  ein Gleichungssystem der Form

$$\begin{aligned} a_0 \overline{G}_{-m^2 w}^{(0)}(\mathfrak{w}; \frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{m}}) &= x_0 G_{-m^2 w}^{(0)}(\mathfrak{w}) \\ a_0 \overline{G}_{-(m^2-1)w}^{(0)}(\mathfrak{w}; \frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{m}}) + a_1 \overline{G}_{-(m^2-1)w}^{(1)}(\mathfrak{w}; \frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{m}}) &= x_0 G_{-(m^2-1)w}^{(0)}(\mathfrak{w}) + x_1 G_{-(m^2-1)w}^{(0)}(\mathfrak{w}) \\ &= \dots \\ a_0 \overline{G}_{-w}^{(0)}(\mathfrak{w}; \frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{m}}) + \dots + a_{m^2-1} \overline{G}_{-w}^{(m^2-1)}(\mathfrak{w}; \frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{m}}) &= x_0 G_{-w}^{(0)}(\mathfrak{w}) + \dots + x_{m^2-1} G_{-w}^{(m^2-1)}(\mathfrak{w}) \\ a_0 \overline{G}_0^{(0)}(\mathfrak{w}; \frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{m}}) + \dots + a_{m^2-1} \overline{G}_0^{(m^2-1)}(\mathfrak{w}; \frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{m}}) &= x_0 G_0^{(0)}(\mathfrak{w}) + \dots + x_{m^2} G_0^{(m^2)}(\mathfrak{w}), \end{aligned}$$

für die unbekanntenen Koeffizienten  $x_i$  von

$$O_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k}) = x_0 t^{m^2} + \dots + x_{m^2}$$

und die bekannten Koeffizienten  $a_i$ <sup>1</sup> von

$$P_m(t; \mathfrak{k}) = a_0 t^{m^2-1} + \cdots + a_{m^2-1}; \quad (a_0 = 1).$$

Hierin ist jede Gleichung von durchweg einhelliger Dimension. Die als Koeffizienten auftretenden homogenen, nirgends unendlichen Modulformen können also durch Multiplikation mit einem  $\frac{g_2^{a_i} g_3^{b_i}}{\Delta^{c_i}}(\mathfrak{w})$ , wie oben, auf die Dimension 0 gebracht werden. Da die  $q$ -Reihen auch der hier auftretenden Modulformen rationalzahlig sind, da sie aus den obigen  $F_{nw}(\mathfrak{w})$  und  $F_{nw}(\frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{m}})$  rationalzahlig gebildet sind, sind jedenfalls die Ausdrücke rechts Zahlen aus  $K$ , die bei  $\mathfrak{k} \rightarrow \mathfrak{k}_1$  den genannten Automorphismus erfahren. Für die linke Seite, also die  $\overline{G}(\mathfrak{w}; \frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{m}})$  die sich aus den  $F_{nw}(\mathfrak{w})$  und  $F_{nw}(\frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{m}})$  zusammensetzen, ist die Transformation  $m$ -ter Ordnung der Invariante  $j(\mathfrak{w})$  heranzuziehen. Unter Beachtung der nötigen Vorsichtsmaßregeln wegen des Auftretens mehrerer  $j(M(\omega_1, \omega_2))$  die im singulären Falle  $= j(\mathfrak{w})$  werden, gelingt auch für sie der fragliche Nachweis leicht auf Grund der  $q$ -Reihenentwicklung. Man muß zunächst die symmetrischen Funktionen derjenigen  $\overline{G}(\omega_1, \omega_2; M(\omega_1, \omega_2))$  rational durch  $j(\omega_1, \omega_2)$  und die  $j(M_i(\omega_1, \omega_2))$  darstellen, die aus den  $M_i$  mit gleichen  $j(M_i(\omega_1, \omega_2))$  gebildet sind. Dann muß man auf die  $\overline{G}(\omega_1, \omega_2; M_i(\omega_1, \omega_2))$  selbst durch Betrachtung von deren Potenzsummen zurückgehen. Man hat dabei das Glück, daß für

$$j(M_1(\omega_1, \omega_2)) = j(M_2(\omega_1, \omega_2)) = \cdots = j(M_\nu(\omega_1, \omega_2)) \quad \text{für } (\omega_1, \omega_2) = \mathfrak{w}$$

gilt:

$$\begin{aligned} \lambda_1 \overline{G}(\omega_1, \omega_2; M_1(\omega_1, \omega_2)) &= \lambda_2 \overline{G}(\omega_1, \omega_2; M_2(\omega_1, \omega_2)) = \dots \\ \dots &= \lambda_\nu \overline{G}(\omega_1, \omega_2; M_\nu(\omega_1, \omega_2)) \end{aligned}$$

mit zueinander nicht assoziierten  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\nu$  aus  $k$ . Das ermöglicht unter Zuhilfenahme der Potenzsummen die Trennung der  $\overline{G}(\omega_1, \omega_2; M_i(\omega_1, \omega_2))$ , die im singulären Falle zu gleichen  $j(M_i(\omega_1, \omega_2))$  gehören.

Auf diese Weise ist dann Satz 1 bewiesen und gleichzeitig gezeigt:

**Satz 2.** *Es existiert ein den Strahlklassen  $\mathfrak{k}_1^*$  mod.  $\mathfrak{m}$  eindeutig zugeordnetes System von rationalen Funktionen  $R_{\mathfrak{k}_1^*}(t; j)$ , sodaß*

$$\tau(\mathfrak{k}_1^* \mathfrak{k}^*) = R_{\mathfrak{k}_1^*}(\tau(\mathfrak{k}^*); j(\mathfrak{k})); \quad (\mathfrak{k}^* \prec \mathfrak{k})$$

für jedes zugeordnete Paar  $\mathfrak{k}^* \prec \mathfrak{k}$  gilt.

---

<sup>1</sup>Hasse schreibt versehentlich  $b_i$  statt  $a_i$ .

**Beweis:** Ist nämlich  $\mathfrak{n} \neq 1$  ein ganzes, zu  $\mathfrak{m}$  primes Ideal, so gilt speziell für die zu den  $\tau(\mathfrak{k}^*)$  mod.  $\mathfrak{m}$  führenden Argumente  $u = \frac{\widehat{\rho}\widehat{\omega}}{\widehat{\mu}}$ :

$$\tau\left(\frac{\widehat{\rho}\widehat{\omega}}{\widehat{\mu}}; \frac{\mathfrak{w}}{u}\right) = \frac{Z_u(\tau(\mathfrak{k}^*); \mathfrak{k})}{N_u(\tau(\mathfrak{k}^*); \mathfrak{k})}$$

weil  $N_u(t; \mathfrak{k})$  für die  $\tau(\mathfrak{k}^*)$  wegen  $(\mathfrak{n}, \mathfrak{m}) = 1$  nicht verschwindet. Links steht nun

$$\tau\left(\frac{\widehat{\rho}\widehat{\omega}}{\widehat{\mu}}; \frac{\mathfrak{w}}{u}\right) = \tau\left(\frac{\widehat{\nu}\widehat{\rho}\left(\frac{\widehat{\omega}}{\widehat{\nu}}\right)}{\widehat{\mu}}; \frac{\mathfrak{w}}{u}\right) = \tau(\mathfrak{k}_u^* \mathfrak{k}) \quad \text{weil } \mathfrak{k}_n^* \mathfrak{k}^* \prec \mathfrak{k}_n^{-1} \mathfrak{k}$$

Folglich <sup>\*)</sup> hängt der Wert der Funktion rechts für die Argumente  $\tau(\mathfrak{k}^*)$  nicht von  $\mathfrak{n}$  selbst sondern nur von  $\mathfrak{k}_n^*$  ab. Die Funktion rechts erleidet bei Ersetzung von  $\mathfrak{w}$  aus  $\mathfrak{k}$  durch  $\mathfrak{w}_1$  aus  $\mathfrak{k}_1$  den Automorphismus  $j(\mathfrak{k}) \longrightarrow j(\mathfrak{k}_1)$  von  $K$ . Daher kann sie in die Form des Satzes gesetzt werden und ergibt dann die Behauptung, wenn man  $u$  Repräsentanten aus allen Strahlklassen  $\mathfrak{k}_1^*$  durchlaufen läßt.

Aus Satz 2 ergibt sich in bekannter Weise, wenn noch die Irreduzibilität der  $T_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})$  über  $K$  vorausgesetzt wird:

**Satz 3.** *Der Körper  $k(j(\mathfrak{k}); \tau(\mathfrak{k}^*))$  der durch Adjunktion einer Klasseninvariante  $j(\mathfrak{k})$  und einer Strahlklasseninvariante  $\tau(\mathfrak{k}^*)$  mit  $\mathfrak{k}^* \prec \mathfrak{k}$  zu  $k$  gewonnen wird, ist relativ-Galoissch und relativ-Abelsch zu  $k$ . Seine Relativgruppe wird durch die Automorphismen*

$$\sigma_{\mathfrak{k}_1^*} = \left[ j(\mathfrak{k}) \longrightarrow j(\mathfrak{k}_1^{-1} \mathfrak{k}), \quad \tau(\mathfrak{k}^*) \longrightarrow \tau(\mathfrak{k}_1^* \mathfrak{k}^*) \right]; \quad \left( \begin{array}{c} \mathfrak{k}^* \prec \mathfrak{k} \\ \mathfrak{k}_1^* \text{ in } \mathfrak{k}_1 \end{array} \right)$$

*bei variablem  $\mathfrak{k}^* \prec \mathfrak{k}$  und variablem  $k$  gebildet und isomorph auf die Gruppe der Strahlklassen  $\mathfrak{k}_1^*$  mod.  $\mathfrak{m}$  bezogen.*

Ich wende mich nunmehr zum Irreduzibilitätsnachweis, der aus dem Zerlegungsgesetz für die Primideale 1. Grades  $\mathfrak{p}$  aus  $k$  in bekannter Weise (transzendent) gefolgert werden kann. Dazu benutze ich folgenden Hilfssatz über die Multiplikator-Gleichung, von dem nur der letzte Teil über das bekannte

<sup>\*)</sup> Wegen dieses Schlusses ist die Zulassung gebrochener Ideale fundamental.

hinausgeht:

**Hilfssatz:** *Es durchlaufe  $P$  ein volles Repräsentantensystem der nach der Modulgruppe nicht äquivalenten Transformationen vom Primzahlgrade  $p$  und es sei*

$$\varphi_P(\omega_1, \omega_2) = p^{12} \frac{\Delta(P(\omega_1, \omega_2))}{\Delta(\omega_1, \omega_2)} = \frac{\Delta(P^{-1}(\omega_1, \omega_2))}{\Delta(\omega_1, \omega_2)}$$

*Zerfällt dann  $p$  in  $k$  in zwei verschiedene Primideale 1. Grades  $\mathfrak{p}$ ,  $\mathfrak{p}^*$  und sind  $P$  und  $P^* = pP^{-1}$  die beiden  $\mathfrak{p}$  und  $\mathfrak{p}^*$  entsprechenden Transformationen einer Idealbasis  $(\omega_1, \omega_2) = \mathfrak{w}$  in  $P(\omega_1, \omega_2) = \mathfrak{p}\mathfrak{w}$ ;  $P^*(\omega_1, \omega_2) = \mathfrak{p}^*\mathfrak{w}$ , so sind die Werte  $\varphi_{P^*}(\mathfrak{w})$  und  $\varphi_P(\mathfrak{w})$  Darstellungen der Ideale  $\mathfrak{p}^{12}$  und  $\mathfrak{p}^{*12}$  als Hauptideale (in  $K^\dagger$ ). Die Multiplikatorgleichung*

$$\Phi_p(t; j(\omega_1, \omega_2)) = \prod_P (t - \varphi_P(\omega_1, \omega_2))$$

*hat die Kongruenzeigenschaft*

$$\Phi_p(t; j(\omega_1, \omega_2)) \equiv t^{p+1} - c(\omega_1, \omega_2)t \pmod{p},$$

*wo  $c(\omega_1, \omega_2)$  ein Polynom in  $j(\omega_1, \omega_2)$  ist, das die Eigenschaft*

$$c(\mathfrak{w}) \text{ prim zu } p$$

*hat. Es ist also*

$$\Phi_p'(\Phi_P(\mathfrak{w}); j(\mathfrak{w})) \text{ und } \Phi_p'(\varphi_{P^*}(\mathfrak{w}); j(\mathfrak{w}))$$

*prim zu  $\mathfrak{p}^*$  bzw.  $\mathfrak{p}$ .*

**Beweis:** Daß die übrigen Koeffizienten von  $\Phi_p(t; j(\omega_1, \omega_2))$  durch  $p$  teilbare Polynome in  $j(\omega_1, \omega_2)$  sind folgt aus der Tatsache, daß die  $\varphi_P(\omega_1, \omega_2)$  folgende

---

<sup>†</sup> Zum Nachweis, daß sie in  $K$  liegen, muß man wenn  $\mathfrak{p} \sim \mathfrak{p}^*$  ist, also  $j(\mathfrak{p}) = j(\mathfrak{p}^*)$  ist, die entsprechenden Vorsichtsmaßregeln anwenden, wie a.S. 24 unten. Dort braucht man die Tatsache, daß diese Zahlen in  $K$  liegen, im folgenden gar nicht.

$q$ -Entwicklungen haben

$$\begin{aligned}\varphi_P(\omega_1, \omega_2) &\equiv \sum_n c_n q^{\frac{n}{p}} \pmod{(1-\zeta)} \text{ für } P \sim \begin{pmatrix} p & 0 \\ \nu & 1 \end{pmatrix} \\ &\text{(lauter mod } (1-\zeta) = \text{ mod. } p^{\frac{1}{p-1}} \text{ kongruente Entwicklungen)} \\ \varphi_P(\omega_1, \omega_2) &\equiv 0 \pmod{p} \text{ für } P \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & p \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Bekanntlich ist

$$\prod_P \varphi_P(\omega_1, \omega_2) = p^{12}; \quad (\text{durch } q\text{-Entwicklung})$$

Nun ist

$$\pm c(\omega_1, \omega_2) = \sum_P \frac{\prod_P \varphi_P(\omega_1, \omega_2)}{\varphi_P(\omega_1, \omega_2)} = \sum_P \frac{p^{12}}{\varphi_P(\omega_1, \omega_2)}.$$

Da nun schon die beiden Faktoren  $\varphi_P(\mathfrak{w})$  und  $\varphi_{P^*}(\mathfrak{w})$  im singulären Falle das volle Produkt  $\mathfrak{p}^{12}\mathfrak{p}^{*12} = p^{12}$  ergeben, alle  $\varphi_P(\mathfrak{w})$  aber algebraisch ganz sind (wegen der Ganzzahligkeit der  $q$ -Reihen ihrer symmetrischen Grundfunktionen), müssen die übrigen Einheiten sein. Daher ist im singulären Falle:

$$\pm c(\mathfrak{w}) \equiv \mathfrak{p}^{12} + \mathfrak{p}^{*12} \pmod{p^{12}}, \quad \text{d. h. prim zu } \mathfrak{p} \text{ und } \mathfrak{p}^*, \text{ also zu } p.$$

**Bemerkung.** Wendet man dies auf die Darstellung

$$j(P(\omega_1, \omega_2)) = \frac{H_p(\varphi_P(\omega_1, \omega_2); j(\omega_1, \omega_2))}{\Phi_p'(\varphi_P(\omega_1, \omega_2); j(\omega_1, \omega_2))}$$

an, und benutzt, daß nach dem von Ihnen mitgeteilten Schluß der Zähler

$$H_p(t, j) \equiv 0 \pmod{p}$$

ist, während nach dem Hilfssatz im singulären Falle

$$\Phi_p'(\varphi_{P^*}(\mathfrak{w}), j(\mathfrak{w})) \equiv \Phi_{P^*}^p(\mathfrak{w}) - c(\mathfrak{w}) \pmod{p}, \text{ also prim zu } \mathfrak{p}$$

ist, so folgt

$$j(P^*(\mathfrak{w})) = j\left(\frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{p}}\right) \equiv (j(\mathfrak{w}))^p \pmod{\mathfrak{p}},$$

also die von Ihnen mitgeteilte Tatsache. †)

Genau denselben Gedanken wende ich nun zum Beweis der entsprechenden Tatsache für die  $\tau(\mathfrak{k}^*)$  an. Dazu bilden wir zunächst die Funktionen

$$\delta_P \left( x_1, x_2; \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{matrix} \right) = \tau^p \left( \frac{(x_1 \ x_2) \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}}{m}; \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{matrix} \right) - \tau \left( \frac{p(x_1 \ x_2) \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}}{m}; P \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix} \right)$$

dabei sollen  $(x_1 \ x_2)$  und  $\begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}$  als zweielementige Matrizen aufgefaßt und nach dem Matrizenkalkül behandelt werden.  $P \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}$  ist dann die exakte Matrixschreibweise für die Anwendung von  $P$  auf  $\omega_1, \omega_2$ . Die Zahlen  $x_1, x_2$  sollen ein vollständiges System mod.  $m$  inkongruenter Paare mit  $(x_1, x_2, m) = 1$  durchlaufen, ebenso, wie oben bei dem Polynom  $P_m(t; \mathfrak{k})$ .  $m$  sei das kleinste ganzrationale Multiplum von  $\mathfrak{m}$ , sodaß unsere Funktionen im „singulären Falle“, (d. h. im folgenden für  $(\omega_1, \omega_2) =$  Idealbasis von  $\mathfrak{w}$  in  $\mathfrak{k}$ ,  $P(\omega_1, \omega_2)$  Idealbasis von  $\mathfrak{p}$  in  $\mathfrak{k}$ ) in:

$$\tau^p(\mathfrak{k}^*) - \tau(\mathfrak{k}_p^* \mathfrak{k}^*); \quad (\mathfrak{k}^* \prec \mathfrak{k}, \text{ wo } \mathfrak{w} \text{ in } \mathfrak{k})$$

übergehen, wenn  $(x_1, x_2)$  geeignet gewählt wird, und umgekehrt alle jene Differenzen für  $\mathfrak{k}^* \prec \mathfrak{k}$  vorkommen.

Ist  $S$  eine Modulsstitution, so wird ersichtlich

$$\delta_P \left( x_1, x_2; S \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix} \right) = \delta_{PS} \left( (x_1, x_2) S^{-1}; \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{matrix} \right).$$

Die Indizes  $P$  erfahren also dieselbe Permutation wie die  $j(P \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix})$ , während die  $(x_1 \ x_2)$  mod.  $m$  die Transformation  $(x_1 \ x_2) S^{-1}$  erleiden. Irgendeine der elementarsymmetrischen Funktionen  $\sigma_P^{(\ell)} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}$  der  $\delta_P(x_1, x_2; \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{matrix})$  bei festem  $P$  wird also bei der Modulgruppe ebenso beeinflußt, wie  $j(P \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix})$ . Ferner sind die  $\sigma_P^{(\ell)} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}$  für endliche  $\omega_1, \omega_2$  endlich, ihre elementarsymmetrischen Funktionen bei festem  $\ell$  also ganzzahlige Polynome in  $j \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}$ .

Greift man nun die  $p + 1$  Funktionen  $\sigma_P^{(\ell)} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}$  für irgendein festes  $\ell$  heraus, so folgt, wenn  $(p, m) = 1$  gewählt wird leicht, daß ihre  $q$ -Entwicklungen für die  $p$  Transformationen  $P \sim \begin{pmatrix} p & 0 \\ \nu & 1 \end{pmatrix}$  einander mod.  $(1 -$

---

†) Da man die Multiplikatorgleichung doch in der Theorie des absoluten Klassenkörpers braucht, dürfte dieser Weg zum Nachweis des Zerlegungsgesetzes in  $K$  wohl der einfachste und zugleich weittragendste sein. Er überträgt sich übrigens auch auf den Ringklassenkörper.

$\zeta$ ) kongruent (und nach dem obigen mod.  $p$  ganzzahlig) sind. Die letzte  $q$ -Entwicklung für  $P \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & p \end{pmatrix}$  ist ferner  $\equiv 0 \pmod{p}$ . Diese Tatsache gilt nämlich schon für die  $\sigma_P^{(\ell)}(\omega_1, \omega_2)$  zusammensetzenden  $\delta_P(x_1, x_2; \frac{\omega_1}{\omega_2})$ , indem der Minuendus und Subtrahendus mod  $p$  kongruente  $q$ -Entwicklungen haben. Denn einerseits entsteht die  $q$ -Reihe für  $\tau^p \left( \frac{(x_1 \ x_2) \binom{\omega_1}{\omega_2}}{m}; \binom{\omega_1}{\omega_2} \right)$  aus der für die erste Potenz, indem die Entwicklungsgrößen  $q_m = q^{\frac{1}{m}}$  und die in den Koeffizienten stehende Irrationalität  $\zeta_m = e^{\frac{2\pi i}{m}}$  durch  $q_m^p$  bzw.  $\zeta_m^p$  ersetzt wird, wenn man durch  $p$  teilbare Glieder ausläßt. Da nun  $\zeta_m$  lediglich in der Form  $\zeta_m^{x_1}$  eingeht, bedeutet das die Ersetzungen

$$q_m \longrightarrow q_m^p; \quad x_1 \longrightarrow px_1 \pmod{m}$$

(die Koeffizienten der  $q$ -Reihen für die  $\tau_m(x_1, x_2)$  sind rationalzahlig ganz rational in  $\zeta_m^{x_1}$ ).

Andererseits entsteht die  $q$ -Reihe für  $\tau \left( \frac{(x_1 \ x_2) \binom{\omega_1}{\omega_2} p}{m}; P \binom{\omega_1}{\omega_2} \right)$  aus der für  $\tau \left( \frac{(x_1 \ x_2) \binom{\omega_1}{\omega_2}}{m}; \binom{\omega_1}{\omega_2} \right)$  durch dieselbe Ersetzung. Es ist nämlich

$$\tau \left( \frac{(x_1 \ x_2) \binom{\omega_1}{\omega_2} p}{m}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & p \end{pmatrix} \binom{\omega_1}{\omega_2} \right) = \tau \left( \frac{(p x_1 \ x_2) \binom{\omega_1}{p \omega_2}}{m}; \binom{\omega_1}{p \omega_2} \right),$$

sodaß also  $\frac{\omega_2}{\omega_1} \longrightarrow p \frac{\omega_2}{\omega_1}$  dh.  $q_m \longrightarrow q_m^p$  und  $x_1 \longrightarrow p x_1$  überzuführen ist. Daher ist die  $q$ -Reihe für  $\sigma_P^{(\ell)}(\omega_1, \omega_2)$  im Falle  $P \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & p \end{pmatrix}$  durch  $p$  teilbar.

Nach demselben Schluß wie oben sind also in der Darstellung

$$\sigma_P^{(\ell)}(\omega_1, \omega_2) = \frac{H_p(\varphi_P(\omega_1, \omega_2); j(\omega_1, \omega_2))}{\Phi_p'(\varphi_P(\omega_1, \omega_2); j(\omega_1, \omega_2))}$$

die Koeffizienten des Zählers  $H_p(t, j)$  durch  $p$  teilbare Polynome in  $j$ , während der Nenner im singulären Falle hier prim zu  $\mathfrak{p}^*$  ist. Es folgt somit

$$\sigma_P^{(\ell)}(\mathfrak{w}) \equiv 0 \pmod{\mathfrak{p}^*} \quad \text{für alle } \ell$$

wenn  $P(\omega_1, \omega_2) = \mathfrak{p}\mathfrak{v}$  ist. Die Größen  $\tau^p(\mathfrak{k}^*) - \tau(\mathfrak{k}_p^* \mathfrak{k}^*)$  genügen also einer algebraischen Gleichung, deren sämtliche Koeffizienten durch  $\mathfrak{p}^*$  teilbar sind, während der höchste 1 ist. Zerfällt daher  $\mathfrak{p}^*$  im Körper

$$K_{\mathfrak{m}} = k(j(\mathfrak{k}), \tau(\mathfrak{k}^*))$$

in verschiedene Primfaktoren, d. h. geht es nicht in der Relativediskriminante von  $K_{\mathfrak{m}}$  nach  $k$  auf, so gilt:

$$\tau^p(\mathfrak{k}^*) \equiv \tau(\mathfrak{k}_p^* \mathfrak{k}^*) \pmod{\mathfrak{p}^*}.$$

Zusammenfassend ist damit bewiesen:

**Satz 4.** *Es sei  $\mathfrak{m} \neq 1$  ein ganzes Ideal aus  $k$  und  $K_{\mathfrak{m}} = k(j(\mathfrak{k}), \tau(\mathfrak{k}^*))$  der Strahlklassenkörper mod.  $\mathfrak{m}$ . Ist dann  $\mathfrak{p}$  ein zur Diskriminante von  $K_{\mathfrak{m}}$  und zu  $N(\mathfrak{m})$  primes Primideal 1. Grades aus  $k$ , so gilt für alle Idealklassen  $\mathfrak{k}$  und alle Strahlklassen  $\mathfrak{k}^*$  mod.  $\mathfrak{m}$ :*

$$\begin{aligned} (j(\mathfrak{k}))^p &\equiv j(\mathfrak{k}_p^{-1} \mathfrak{k}) \pmod{\mathfrak{p}}; & (N(\mathfrak{p}) = p) \\ \tau(\mathfrak{k}^*)^p &\equiv \tau(\mathfrak{k}_p^* \mathfrak{k}^*) \pmod{\mathfrak{p}} \end{aligned}$$

Daraus folgt in bekannter Weise das folgende Zerlegungsgesetz für  $K_{\mathfrak{m}}$ :

**Satz 5.** *Kommt zu den Voraussetzungen von Satz 4 noch hinzu, daß  $\mathfrak{p}$  auch zu den Diskriminanten der Klassengleichung  $H(t)$  und der Strahlklassengleichungen  $T_m(t; \mathfrak{k})$  prim ist, so zerfällt  $\mathfrak{p}$  in  $K_{\mathfrak{m}}$  in verschiedene Primideale  $f$ -ten Grades, wenn  $f$  der Exponent der Strahlklasse von  $\mathfrak{p}$  mod.  $\mathfrak{m}$  ist.*

Daraus ergibt sich, daß  $K_{\mathfrak{m}}$  im Takagischen Sinne der Klassenkörper zum Strahl mod.  $\mathfrak{m}$  ist, und somit nach Takagis Hauptsatz unmittelbar der Kroneckersche Jugendtraum (Vollständigkeitssatz).

**Bem. 1.** Die ganze Theorie überträgt sich unschwer auf den Fall, daß man an Stelle von  $K$  einen Ringklassenkörper  $K_m$  einschiebt. Doch hat das wenig Zweck. Denn die so entstehenden Körper lassen sich algebraisch nur bei spezieller Wahl von  $\mathfrak{m}$  und  $m$ , z. B. bei  $m|\mathfrak{m}$  charakterisieren. Es scheint mir nur von Interesse für den Fall, daß  $m = \mathfrak{m}$  oder das kleinste ganz rationale Multiplum von  $\mathfrak{m}$  ist, weil man so vielleicht zu einem einfachen Ansatz kommt, welche Irrationalitäten man zum Ringklassenkörper  $K_m$  und den  $m$ -ten Einheitswurzeln noch hinzunehmen

muß, um den Strahlklassenkörper mod.  $\mathfrak{m}$  zu erhalten. Vielleicht lassen sich die hierzu erforderlichen Quadratwurzeln einfacher als durch die  $\tau(\mathfrak{k}^*)$ , etwa durch die obigen Funktionen

$$\frac{\Delta(M(\omega_1, \omega_2))}{\Delta(\omega_1, \omega_2)}$$

für Transformationen  $m$ -ten Grades  $M$  oder ähnlich darstellen.

**Bem. 2.** Es ist mir nicht gelungen, dem Zerlegungsgesetz für die Primideale 2. Grades  $p$  von  $k$  auf ähnliche Weise oder auch durch Analogie zur Weberschen Methode beizukommen, weil die Transformationen  $N(p) = p^2$ -ten Grades nicht so einfache Gesetze befolgen, wie die vom 1. Grade. Ich finde das sehr schade, denn man kommt so zu keinem Irreduzibilitätsnachweis von  $T_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})$ , der die transzendente Methode umgeht. Nur für spezielle  $\mathfrak{m}$  gelingt es, die Irreduzibilität zu beweisen, nämlich für die  $\mathfrak{m}$ , für welche  $N(\mathfrak{m})$  prim zur Diskriminante von  $k$  ist. Ist dann nämlich  $(\alpha)$  ein zu  $N(\mathfrak{m})$  primes ganzes Hauptideal mit der Zerlegung

$$(\alpha) = a \mathfrak{p}_1 \dots \mathfrak{p}_r$$

in ein Produkt von Primidealen 1. Grades und einem Komplex  $a$  von Primfaktoren 2. Grades, so kann man eine zu  $a$  mod.  $N(\mathfrak{m})$  kongruente Primzahl  $p$  finden, die in zwei Primideale 1. Grades zerfällt. Also kann man den Übergang von einer Strahlklasse  $\mathfrak{k}_1^* \prec \mathfrak{k}$  zu einer anderen  $\mathfrak{k}_2^* \prec \mathfrak{k}$  stets durch sukzessive Multiplikation mit Primidealen 1. Grades vollziehen. Dann liefert aber der Satz 4 in bekannter Weise, daß alle  $\tau(\mathfrak{k}^*)$  mit  $\mathfrak{k}^* \prec \mathfrak{k}$  *demselben* irreduziblen Faktor von  $T_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})$  in  $K$  genügen müssen, also die Irreduzibilität von  $T_{\mathfrak{m}}(t; \mathfrak{k})$ .

Ob das auch für zur Diskriminante von  $k$  nicht primes  $N(\mathfrak{m})$  (d. h.  $\mathfrak{m}$ ) geht, hängt davon ab, ob man jede Strahlklasse mod.  $\mathfrak{m}$  aus solchen von Primidealen 1. Grades komponieren kann. Das vermag ich ohne transzendente Hilfsmittel nicht zu entscheiden.

Hat man aber das Zerlegungsgesetz für die Primideale 2. Grades, d. h. die damit gleichwertige Kongruenz

$$(\tau(\mathfrak{k}^*))^{p^2} \equiv \tau(\mathfrak{k}_p^* \mathfrak{k}^*) \pmod{p},$$

so schaden die Primfaktoren 2. Grades bei obigem Irreduzibilitätsschluß nicht.

**Bem. 3.** Ein weiteres, wie mir scheint sehr tiefliegendes Problem ist die Frage, ob *die volle Strahlklassengleichung*

$$T_m(t) = \prod_{\mathfrak{k}} T_m(t, \mathfrak{k}) = \prod_{\mathfrak{k}^*} (t - \tau(\mathfrak{k}^*))$$

deren Koeffizienten nach dem Bemerkten in  $k$  liegen, eine Galoissche Resolvente für  $K_m$  ist, oder was dasselbe, ob man  $K_m$  allein durch die  $\tau(\mathfrak{k}^*)$ , (es genügt dann auch schon eins), ohne Hinzunahme der  $j(\mathfrak{k})$  konstruieren kann. Man reduziert das leicht auf die Frage, ob die Wurzeln von  $T_m(t)$  verschieden sind, d. h. ob die zu verschiedenen  $\mathfrak{k}$  gehörigen  $\tau(\mathfrak{k}^*)$  verschieden sind. Wegen der Irreduzibilität der  $T_m(t; \mathfrak{k})$  kommt das auch darauf hinaus, ob zwei  $T_m(t; \mathfrak{k})$  identisch sein können oder auch ob  $j(\mathfrak{k})$  rational durch die  $\tau(\mathfrak{k}^*)$  eines  $T_m(t; \mathfrak{k})$  darstellbar ist, oder schließlich auch schon, ob  $j(\mathfrak{k})$  durch ein  $\tau(\mathfrak{k}^*)$  rational darstellbar ist. Alle diese Dinge sind gleichbedeutend mit der obigen Frage. Ich habe sie von keiner dieser vielen Perspektiven aus anpacken können. Ich wage daher auch nicht die Richtigkeit der obigen Aussage zu vermuten.



Hoffentlich haben Sie meine etwas langen Ausführungen nicht gelangweilt, sondern Ihnen [ein] wenig Freude gemacht. Angesichts dieser glatten Lösung der ganzen Fragen verliert mir Fueter immer mehr an Bedeutung. Das ist doch eine unglaubliche Stummelei bei ihm. Vielleicht können Sie meine Entwicklungen auch benutzen, um für reell-quadratische Körper weiterzukommen. Es sollte mich sehr freuen, wenn meine Bemühungen nicht nur einen methodischen sondern auch einen neuen Wege ebenden Erfolg hätten.

Indem ich Ihnen ein frohes Fest und alles Gute fürs neue Jahr wünsche, und nochmals besten Dank für den wertvollen methodischen Fingerzeig sage, der sich wie Sie sehen, glänzend bewährt hat, bin ich mit besten Grüßen auch von meiner Frau

Ihr H. Hasse.

## 2.4 06.02.1926, Hecke an Hasse

*Dank für schöne und einleuchtende Abrundung der Theorie der komplexen Multiplikation. Hecke findet das so wichtig, dass er zur raschen Publikation rät. Artin ist ebenfalls entzückt. Kritik an Fueters Buch. Ende Juli kleiner Kongress in Hamburg mit Hilbert und Carathéodory. Hecke wird sich bald entscheiden, ob er nach Leipzig geht oder in Hamburg bleibt.*

Prof. Dr. E. Hecke  
Hamburg

Den 6. II. 1926

Lieber Herr Hasse,

Weihnachten, eine Reise und die Bohr–Woche hier in Hamburg haben mich verhindert, Ihnen für Ihren freundlichen Brief zu danken und ihn zu beantworten, was ich nun mit der Bitte um Entschuldigung nachhole.

Die endliche Abrundung der Theorie der kompl. Multipl., die noch ausstand, ist durch Ihre schöne und sehr einleuchtende Theorie nun geleistet. Ich finde die Sache so wichtig, daß Sie die Arbeit doch recht bald und vollständig und nachdrücklich publizieren sollten, um das nachlässige Fuetersche Buch zu kompensieren. Ihr Ansatz ist doch so allgemein, daß ich nicht zweifle, daß seine Grundgedanken auf die höheren Fälle (2 und mehr Variable) auch passen werden; die Schwierigkeiten bei  $n = 2$  liegen aber auf anderem Gebiete, da ich meine Theorie nur für eine ungerade Klassenzahl des Körpers 4. Grades aufbauen konnte. Die graden Faktoren der Klassenzahl machen mehrere entscheidende Schlüsse hinfällig — und wenn Sie dann Strahlklassen nehmen, lassen sich ja Faktoren 2 garnicht vermeiden. Es fehlt aber noch etwas Wesentliches bei mir, ehe Ihr Ansatz in Frage kommt. — Die anderen Fragen, die Sie für die kompl. Multipl. stellen, sind mir seit der Zeit vor 15 Jahren, als ich die Dinge zu lernen versuchte, wohlbekannt; ich konnte und kann darüber aber nichts Neues sagen.

Artin ist übrigens von Ihrer Arbeit auch sehr entzückt, ich habe sie ihm zur Einsicht gegeben, in der Annahme, daß Sie damit ganz einverstanden sein werden.

Hilbert hat mich eben benachrichtigt, daß er Ende Juli zu 2 Vorträgen nach Hamburg kommen will. Es wird — wahrscheinlich wird Carathéodory auch kommen — also ein kleiner, unterhaltsamer und nicht anstrengender Kongreß hier zustande kommen. Wir freuten uns sehr, wenn Sie auch herkämen.

Meine Entscheidung über Leipzig schwebt übrigens noch und wird wohl in diesen Tagen erfolgen.

Herzliche Grüße

Ihr

E. Hecke

## 2.5 19.05.1926, Hasse an Hecke

*Ideen zur Übertragung der komplexen Multiplikation auf höhere Grundkörper. Hyperkomplexe Funktionentheorie?*

Halle, den 19. V. 1926.

Lieber Herr Hecke !

Als ich Ihnen um Weihnachten über meine Ergebnisse zur komplexen Multiplikation der elliptischen Funktionen berichtete und der Hoffnung Ausdruck gab, daß ich nunmehr den Schlüssel für die Übertragung auf höhere Grundkörper in der Hand hätte, entmutigte mich Ihre Antwort sehr, daß Sie es für immer noch recht schwierig hielten, die notwendigen funktionentheoretischen Grundlagen zu schaffen. Ich habe nun in der letzten Zeit intensiv über das Hilbertsche Problem 12 nachgedacht und bin zu folgenden Ergebnissen gekommen:

In die zum Muster dienende Theorie gehen 3 Körper ein:

- 1.) der rationale Körper  $P$
- 2.) ein imaginär-quadratischer Körper  $\Omega = P(\sqrt{d})$
- 3.) der zu konstruierende Klassenkörper  $K$  über  $\Omega$ .

In Ihren beiden Arbeiten machen Sie die Verallgemeinerung so:

- 1.)  $P \longrightarrow$  reell-quadratischer Körper  $P_1 = \Omega(\sqrt{d})$
- 2.)  $\Omega \longrightarrow$  total-imaginärer biquadratischer Körper  $\Omega_1 = P_1(\sqrt{\Delta})$
- 3.)  $K \longrightarrow$  der zu konstruierende Klassenkörper  $K_1$  über  $\Omega_1$ .

Ohne Ihren Untersuchungen und Ergebnissen in dieser Hinsicht das Interesse absperehen zu wollen, glaube ich, daß der naturgemäße Ansatz zur Verallgemeinerung der ist:

- 1.)  $P \longrightarrow P$
- 2.)  $\Omega \longrightarrow$  ein reell-quadratischer Körper  $P(\sqrt{d})$
- 3.)  $K \longrightarrow$  der zu konstruierende Klassenkörper über  $P(\sqrt{d})$ .

Um diesen Ansatz nach dem bekannten Muster durchzuführen, bilde ich nun nicht etwa geeignete Funktionen *zweier* reeller Variablen, sondern, wenn Sie wollen, *Paare* solcher Funktionen, eleganter aber hyperkomplexe Funktionen *einer* hyperkomplexen Veränderlichen. Die gewöhnlichen komplexen Zahlen stehen zu den imaginär-quadratischen Körpern in *der* Beziehung, daß ihr Automorphismus  $i \longrightarrow -i$  gleichzeitig alle Automorphismen  $\sqrt{d} \longrightarrow -\sqrt{d}$  der imaginärquadratischen Körper erzeugt. In derselben Beziehung zu den reell-quadratischen Zahlkörpern steht nun der Ring der hyperkomplexen Zahlen  $a + bi$  aus zwei Grundeinheiten  $1, i$  mit der Relation  $i^2 = -1$ . Dieser läßt sich in der Ebene durch Punkte darstellen und alle und nur die Punkte des Geradenpaars  $a^2 - b^2 = 0$  sind Nullteiler. Die Beziehungen dieser hyperkomplexen Zahlen und einer gewissen hyperbolischen Metrik bei ihrer Ebenen-Darstellung zu reell-quadratischen Zahlkörpern sind bekannt. Jede von Nullteilern verschiedene solche hyperkomplexe Zahl  $z = x + iy$  besitzt eine eindeutige Exponentialdarstellung

$$z = (-1)^k i^\ell e^{\log |z|} e^{it(z)}$$

wobei  $|z| = \sqrt{|x^2 - y^2|}$  ist und  $e^{it} = \text{Cos } t + i \text{Sin } t$  mit hyperbolischem Cos und Sin ist.

Ist  $\omega_1, \omega_2$  ein reell-linear unabhängiges Paar solcher hyperkomplexen Zahlen und ferner  $\varepsilon$  eine feste „Einheit“ ( $\log |\varepsilon| = 0$ ), so kann man die Summen bilden

$$g_k(\omega_1, \omega_2; t) = \sum'_{t \leq t_\varepsilon(n_1\omega_1 + n_2\omega_2) < t+1} \frac{1}{(n_1\omega_1 + n_2\omega_2)^k}$$

wo  $t$  ein reeller Parameter ist und  $t_\varepsilon(z) = (\pm) \frac{t(z)}{t(\varepsilon)}$  die „Funktion  $t(z)$  zur Basis  $\varepsilon$ “ bezeichnet. Das bedeutet die Summation über alle Gitterpunkte  $n_1\omega_1 + n_2\omega_2$  eines Streifens der Ebene wie in folgender Figur gezeichnet:

Figur

Es läßt sich die Konvergenz für  $k \geq 3$  beweisen, ferner die Invarianz bei der

(erweiterten, Det.  $\pm 1$ ) Modulgruppe und schließlich die Homogenitätsrelation

$$g_k(\tau\omega_1, \tau\omega_2; t + t_\varepsilon(\tau)) = \tau^{-k} g_k(\omega_1, \omega_2; t),$$

die gleichzeitig die Abhängigkeit von  $t$  in Evidenz setzt (am einfachsten, indem man darin speziell  $\tau = \varepsilon^n$  setzt). Um zu einer von  $t$  unabhängigen Funktion zu gelangen, hat man am naturgemähesten folgendes zu bedenken:

Im singulären Falle, d. h. für eine Idealbasis  $\omega_1, \omega_2$  eines reell quadratischen Körpers und wenn  $\varepsilon$  dessen Grundeinheit ist, ist  $\varepsilon\omega_1, \varepsilon\omega_2$  zu  $\omega_1, \omega_2$  nach der Modulgruppe äquivalent, also gilt dann ( $\tau = \varepsilon^n$  gesetzt):

$$\varepsilon^{nk} g_k(\omega_1, \omega_2, t + n) = g_k(\omega_1, \omega_2, t).$$

Daraus wird \*) plausibel, daß sich auch allgemein die Funktion

$$\varepsilon^{tk} g_k(\omega_1, \omega_2, t)$$

für  $s \rightarrow \pm\infty$  etwa wie  $g_k(\omega_1, \omega_2, 0)$  also nahezu konstant verhält. Man bilde daher das reelle Integral

$$G_k(\omega_1, \omega_2) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} \varepsilon^{tk} g_k(\omega_1, \omega_2; t) dt$$

Seine Konvergenz vorausgesetzt (ich habe sie exakt noch nicht geprüft), ist  $G_k(\omega_1, \omega_2)$  bei der Modulgruppe invariant und im gewöhnlichen Sinne homogen von der Dimension  $-k$  \*\*) Daraus folgt, daß im singulären Falle eine geeignete rationale Funktion der Dimension 0 von den  $G_k(\omega_1, \omega_2)$  eine Klasseninvariante ist, d. h. nur von der Klasse des Ideals  $\mathfrak{w} = (\omega_1, \omega_2)$  abhängt. Ganz entsprechend läßt sich auch das Analogon zur  $\wp$ -Funktion einführen.

Um die Theorie mit diesen Hilfsmitteln aufbauen zu können sind nun die analytischen Funktionen im genannten hyperkomplexen Zahlbereich zu studieren. Auch in dieser Hinsicht habe ich schon eine Reihe von Ergebnissen, u. a. die (triviale) Gültigkeit des Cauchyschen Integralsatzes, leider aber nicht der Cauchyschen Integralformeln und der analytischen Fortsetzung. In letzterer Hinsicht walten vielmehr dieselben komplizierten Verhältnisse wie

---

\*) Approximation beliebiger  $\omega_1, \omega_2$  durch Idealbasen !

\*\*) nicht ganz in gewöhnlichem Sinne, nämlich  $G_k(\tau\omega_1, \tau\omega_2) = \tau^{-k} \varepsilon^{kt_\varepsilon(\tau)} G_k(\omega_1, \omega_2) = |\tau|^{-k} G_k(\omega_1, \omega_2)$  wenn  $k$  gerade.

im reellen. Immerhin darf ich wohl hoffen, daß es mir über kurz oder lang gelingt, die nötigen Sätze über Modul- und elliptische Funktionen etwa als Theorie eines algebraischen Gebildes sicherzustellen, wodurch dann der Weg zur Klassenkörperkonstruktion geebnet ist.

Nehmen Sie bitte meine Ausführungen, so wie Sie gedacht sind, nämlich aus dem Wunsche entsprungen, mit Ihnen, der wohl von allen meinen Bekannten das größte Interesse an dem Klassenkörperkonstruktionsproblem hat, über meine Ideen dazu in Fühlung zu bleiben.

Mit besten Grüßen von Haus zu Haus

Ihr H. Hasse.

## 2.6 25.05.1926, Hecke an Hasse

*Antwort auf Hasses Ideen zur hyperkomplexen Funktionentheorie. Hecke bleibt lieber im traditionellen Fahrwasser. Aber die Rolle der gewöhnlichen elliptischen Modulfunktionen für den reellen quadratischen Zahlkörper ist noch nicht erkannt. Hecke arbeitet an Artikel für den Crelle-Festband.*

Prof. Dr. E. Hecke  
HAMBURG 13  
Rothenbaumchaussee 21  
Mathematisches Seminar  
der Universität

---

Den 25. V 19 26.

Lieber Herr Hasse,

ich danke Ihnen für Ihren sehr interessanten Brief. Ihr Anlauf, Fkt.-Theorie hyperkomplexer Zahlen zu treiben, ist jedenfalls sehr kühn und schön, und ich freute mich sehr, wenn Sie durchkämen. Ich habe gar keine Meinung über den Erfolg Ihrer Methoden.

Von der andern Seite, noch im traditionellen Fahrwasser bleibend, glaube ich allerdings, dass die Rolle der gewöhnlichen ellipt. Modulfkt. für den reellen quadr. Zahlkörper noch keineswegs endgültig erkannt ist, sondern dass da noch manche Überraschungen kommen werden. Es fehlt allerdings für die Beziehung zum Klassenkörperproblem noch ein wesentlicher neuer Gedanke (den ich auch noch nicht habe). Ich selber bin jetzt auf neuartige Zusammenhänge in dieser Richtung gekommen, welche zeigen, dass die reellen quadr. Irrationalitäten, und wahrscheinlich sogar noch andere algebra. Irrationalitäten für die Funkt.-Theorie eine ganz entscheidende Rolle spielen, indem sie eine bisher rein funktionentheoretisch festgestellte Lücke auszufüllen vermögen, und dass von hier wahrscheinlich Wege zu Ihrem Problem führen. Was ich jetzt weiss, geht erheblich über das hinaus, was ich in meiner Gött.-Nachr.-Note vom Juli 1925 publiziert habe.

Wenn Sie Invarianten von  $\omega_1, \omega_2$ , oder besser  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \omega$  suchen, wobei das Zahlen aus einem reellen  $K(\sqrt{D})$  sind, so will ich Sie nur darauf aufmerksam machen, dass z. B.

$$\int_{\tau_0}^{S(\tau_0)} J(\tau) \frac{d\tau}{(\tau - \omega)(\tau - \omega')} = \varphi(\omega)$$

eine solche ist;  $J(\tau)$  ist irgend eine gewöhnliche Modulfunktion,  $S\tau$  ist eine Subst., welche  $\omega$  zum Fixpunkt hat; das Integral ist von  $\tau_0$  unabhängig. Andererseits ist z. B.

$$\sum_{\substack{A, B, C \\ B^2 - 4AC = D. [A, B, C] \text{ in } \mathfrak{K}}} \frac{1}{(A\tau^2 + B\tau + C)^k} = f(\tau, D, \mathfrak{K})$$

eine richtige Modulform; summiert wird dabei über alle Formen  $[A, B, C]$  der Diskriminante  $D > 0$ , die in der Klasse  $\mathfrak{K}$  liegen. Die Hauptsache ist, dass die  $f$  nicht identisch verschwinden, und das geschieht bestimmt nicht für alle  $k$ .

Übrigens bin ich kürzlich auch dahinter gekommen, was

$$\sum_{(\mu)} e^{2\pi i \tau \frac{|\mu\mu'|}{D}}$$

für Funktionen sind, wo  $\mu$  die verschiedenen ganzen Hauptideale eines reellen quadr. Körpers durchläuft. Es sind „beinahe“ ellipt. Modulfunktionen (nicht im Sinne asymptotischer Funktionalgleichung). Das mache ich eben für Ihr Crelle-Jubiläum fertig.<sup>1</sup>

Mit besten Grüßen

Ihr  
E. Hecke.

---

<sup>1</sup>Die Arbeit erschien 1927 in Band 157.

## 2.7 11.10.1926, Hecke an Hasse

*Zustimmung zum kritischen Referat Hasses über Fueters Buch zur komplexen Multiplikation. Hecke ist neugierig auf Hasses geplante Publikation, da er die feinen Teile der komplexen Multiplikation noch nicht beherrscht. Hecke hat ein neues Anwendungsgebiet der komplexen Multiplikation gefunden. Über Integrale 1. Gattung  $k$ -ter Stufe. Zusammenhang zwischen elliptischen Modulfunktionen und reell-quadratischen Irrationalitäten. Hecke will im Winter über elliptische Modulfunktionen (3. Teil) lesen.*

*Lob und Kritik zu Hasses Klassenkörperbericht.*

*Über Hasses Crelle-Arbeit zu den beiden Fundamentalsätzen der elementaren Zahlentheorie. Hecke findet die Definition der  $L$ -Reihen zu einem unendlichen Modul „aufreizend“ und hofft, dass Hasse ihm das einmal erklärt.*

*Hilbert wird seinen für Hamburg versprochenen „Grundlagenvortrag“ nächstens halten. Artin bleibt in Hamburg, erhält Ordinariat.*

Prof. Dr. E. Hecke  
HAMBURG 13  
Rothenbaumchaussee 21  
Mathematisches Seminar  
der Universität

Den 11. X. 19 26.

Lieber Herr Hasse,

Ehe der Semesterbetrieb beginnt, möchte ich doch noch einen Teil meiner – sehr vernachlässigten – Briefschulden abtragen.

Ihr Referat über Fueter ist ausgezeichnet, ich beglückwünsche Sie zu der mutigen Abschlichtung, ich habe daraus ersehen, dass das Buch noch schlechter ist, als ich bisher glaubte.<sup>1</sup> Es ist wirklich schade, dass der schöne Gegen-

---

<sup>1</sup>Hecke bezieht sich auf das kritische Referat von Hasse über Fueters Buch im Jahresbericht der DMV 1926.

stand durch das Buch so misshandelt ist, und dass das Vorhandensein eines, wenn auch noch so schlechten Buches andere abschreckt, ein gutes Buch über denselben Gegenstand zu schreiben. Aber nun werden Sie ja wenigstens in einer Arbeit die Dinge anständig darstellen. Ich bin darauf ziemlich neugierig, da ich die feinen Teile der kmpl. Multpl. immer noch nicht beherrsche und andererseits jetzt plötzlich ein neues Anwendungsgebiet derselben gefunden habe, weshalb ich mich wohl oder übel näher mit den Einzelheiten befassen muss.

Ich fand nämlich, dass die Perioden gewisser Integrale 1. Gattg.  $k$ -ter Stufe (über die man bisher so gut wie nichts weiss) durch die Werte von ellipt. Modulformen  $(-1)$ -ter Dimension dargestellt werden für Argumente aus imaginär-quadr. Zahlkörpern; diese Modulformen  $(-1)$ -ter Dimension sind die Teilwerte der Weierstr.  $\zeta$ -Fkt. und grade auch noch meine neu gefundene Modulform aus dem reell quadr. Zahlkörper. Über die Integrale 1. Gattg. habe ich überhaupt eine Menge neuer Dinge gefunden, sie enthalten den lange gesuchten Zusammenhang zwischen den ellipt. Modulf. und den reell-quadr. Irrationalitäten. Allein zu ihrer analyt. Darstellung, die bisher für kleine Werte der Stufenzahl nur zufällig erlistet werden konnte mit Hilfe von  $\vartheta$ -Funkt., braucht man die reellen quadr. Irrationalitäten, und man bekommt sogar unendlich viele verschiedene Poincarésche Reihen für dasselbe Integral. Um das alles zu beherrschen braucht man aber die Modulfunkt. von 2 Variablen aus dem reellen quadr. Körper, so wie ich die Theorie in den Hambg. Abhdlg. einmal begonnen habe. Diese unerwartete Verbindung entzückt mich natürlich auf das Äusserste. Ich lese im Winter „ellipt. Modulf. III. Teil“, wo ich alle diese Dinge einmal systematisch behandeln will, und das wird Ihnen erklärlich machen, dass ich bisher zu einem Brief mich nur schwer entschliessen konnte; ich habe die Theorie noch keineswegs in ihren grossen Zügen, sondern erst einzelne Bruchstücke.

Ihr Referat über die Klassenkörper ist sehr schön und ich habe vieles daraus gelernt; hoffentlich finden sich durch die Lektüre dieses Berichtes noch andere Mathematiker veranlasst, sich mit diesen Dingen zu befassen.<sup>2</sup> Auf einige, mir auch psychologisch nicht ganz begreifliche Irrtümer möchte ich Sie aber aufmerksam machen:

- 1) S. 13 unten; der Nachweis, dass  $L(1, \chi) \neq 0$  lässt sich doch grade

---

<sup>2</sup>Hasses Klassenkörperbericht (Teil I.) erschien 1926 im Jahresbericht der DMV. Aus dem Datum des vorliegenden Briefes ist zu entnehmen, dass Hecke den Bericht sofort nach Erscheinen gelesen hat. Oder hatte er schon vorher Kenntnis davon? Das Hassesche Manuskript war schon am 22.2.1925 bei der Redaktion eingegangen.

*rein analytisch* erbringen und das war doch grade die erste und wichtigste Anwendung, die ich von der Fortsetzbarkeit der  $L$ -Funkt. gemacht habe.<sup>3</sup>

2) S. 38 oben. „Die Formel (11) benutzt Hecke. . .“ So etwas habe ich nie gemacht. Ich habe einmal bei einer Klassenzahlbestimmung (Gött. Nachr. 1921) *aus dem Reziprozitätsgesetz* via Funktionalgleichung Ihre Gl. (11) bewiesen; in meinem Buche habe ich die Gauss'schen Summen nicht berechnet, aber Formel (11) nicht bewiesen, sondern nur aus einer Reziprozität zwischen Gauss'schen Summen das Reziprozitätsgesetz bewiesen. – Quandoque domitat Homerus ?!<sup>4</sup>

An der Fassung Ihres Berichtes hat mich besonders befriedigt die Unterscheidung, die Sie machen zwischen der Klassengruppe als abstrakter Gruppe und ihrer Realisierung durch bestimmte Elemente, eben die Idealklassen etc., die an sich bereits eine Bedeutung haben. Auf letzteres kommt es in der Takagischen Theorie grade an, nicht auf die abstrakte Idealgruppe, und dieser Punkt ist bei Takagi völlig unklar und hat mir die Lektüre sehr erschwert.<sup>5</sup>

Was Ihre Arbeit in Crelle über die beiden Fundamentalsätze angeht, so bin ich noch nicht in deren Tiefen eingedrungen. Ich verstehe die einzelnen Schritte und finde einzelne Teile auch höchst amüsan, aber ich bin noch nicht dahintergekommen, was das alles eigentlich „bedeutet“. Es liegt wohl daran, dass ich mich von meinen eigenen Untersuchungen noch nicht ganz los gemacht habe. Aufreizend ist mir nur die Definition der  $L$ -Funktion nach einem „unendlichen Modul“. Das hoffe ich einmal ausführlich von Ihnen zu hören, wenn Sie einmal frei sind.<sup>6</sup>

Hilbert will uns diesen Winter oder Anfang Sommer seinen versprochenen „Grundlagen“-Vortrag nachholen. Vielleicht sieht man Sie bei dieser Gelegenheit hier.

Artin bleibt nun hier; wir haben es aber durchgesetzt, dass ein drittes

---

<sup>3</sup>Hier bezieht sich Hecke auf seine Arbeit über die  $L$ -Funktionen, die 1917 in den Göttinger Nachrichten erschien, insbesondere §5.

<sup>4</sup>In seiner Antwort vom 18. 10. 1926 entschuldigt sich Hasse und erklärt, wie ihm diese Irrtümer unterlaufen sind.

<sup>5</sup>Die von Hecke erwähnte „Unklarheit“ wurde erst zehn Jahre später von Chevalley durch Einführung der Idele und Idelklassen aufgeklärt. Die Idelklassengruppe ist der projektive Limes der Strahlklassengruppen. Die von Hecke angesprochene „abstrakte“ Klassengruppe würde man heute als projektiven Limes interpretieren.

<sup>6</sup>Diese Arbeit von Hasse erschien im selben Band von Crelles Journal wie seine Arbeit über komplexe Multiplikation. Siehe unseren Kommentar in der Fußnote 3 zum folgenden Brief von Hasse.

Ordinariat für Math. hier bewilligt worden ist.<sup>7</sup>

Mit herzlichem Gruss

Ihr

E. Hecke.

---

<sup>7</sup>Artin hatte im Jahre 1926 einen Ruf nach Münster erhalten. Wie wir hier lesen, hat er sich entschlossen, in Hamburg zu bleiben, weil er hier einen ordentlichen Lehrstuhl erhalten wird.

## 2.8 18.10.1926, Hasse an Hecke

*Bekanntnis zu Hecke als Mensch, Mathematiker und Lehrer. Stellungnahme zu Heckes Kritik am Klassenkörperbericht. Erläuterung zu Hasses Arbeit über die beiden Fundamentalsätze der elementaren Zahlentheorie. Gültigkeitsbereich des Lokal-Global Prinzips? Satz über Prim-Hauptidealzerlegung. Körper mit Klassenzahl 1. – Artin schreibt nicht.*

z. Zt. Allendorf(Werra), den 18. X. 26.

Lieber Herr Hecke !

Durch Ihren ausführlichen Brief haben Sie mir eine große Freude gemacht, und zwar nicht nur durch Ihre anerkennenden Worte über meine Fueter-Besprechung und den Klassenkörperbericht, sondern auch durch die Tatsache überhaupt, daß Sie an mich schreiben. Sie wissen vielleicht nicht, aber ahnen es sicher, welchen Eindruck Ihre Persönlichkeit als Mensch, Mathematiker und Lehrer auf mich als Göttinger Student stets gemacht hat, und wie es immerfort ein sehnlicher Wunsch von mir war, mit Ihnen in nähere Konnexion zu kommen, da ich fühlte, daß in Ihnen eine mit meiner mathematischen Seele — vielleicht auch sonst in Musik etc — gleichklingende wohnt. — Doch verzeihen Sie dies Bekenntnis, das mir eben nur so aus der Feder floß.

Auf Ihre neuesten Ergebnisse hinsichtlich der reell-quadratischen Körper und zugehörigen singulären Moduln bin ich sehr gespannt. Mein damaliger Ansatz war — wie ich jetzt einsehe — etwas phantastisch. In der Ihnen mitgeteilten Form scheidet er an der Unmöglichkeit, die singulären Werte, die ich wohl richtig und vernünftig gebildet habe, als spezielle Werte einer „analytischen Funktion meiner hyperkomplexen Zahlen aufzufassen, da prinzipiell keine nicht-triviale Definition der „analytischen“ Funktion meiner hyperkomplexen Zahlen zu geben ist. Wenn ich später meine Gedanken von damals mal wieder aufnehme, so will ich es mit der Einführung einer imaginären Einheit  $i$  über den hyperkomplexen Zahlen  $a + bi$  versuchen, und würde mich damit dann nur in der äußeren Form von Ihren Ansätzen in Ihrer Arbeit über Inte-

grale 1. Gattung in den Hamburger Berichten und deren Darstellung durch Poincarésche Reihen unterscheiden.

Mit Ihren beiden Bemerkungen zu meinem Bericht haben Sie — für mich „leider“ — recht.<sup>1</sup> Zu meiner Entschuldigung (nicht Rechtfertigung) führe ich folgendes an:

- a.) Ich hatte im Auge, daß jeder – auch der rein-funktionentheoretische – Beweis für  $L(1, \chi) \neq 0$  sich auf die Bildung des Produktes  $\prod_{\chi \neq \chi_0} L(1, \chi)$  (oder eines Teilprodukts) stützt, also im Prinzip auf die Tatsache, daß das die Dedekindsche  $\zeta$ -Funktion des Klassenkörpers dividiert durch die des Grundkörpers ist. Falsch ist natürlich, daß die *Existenz* des Klassenkörpers *notwendige* Voraussetzung ist.
- 2.) Ich muß gestehen, daß meine Bemerkung über Ihren Beweis des Reziprozitätsgesetzes durch Gaussische Summen eine grobe Nachlässigkeit meinerseits ist. Ich kannte aus dem Dirichlet–Dedekind den Beweis des quadratischen Reziprozitätsgesetzes, dem die genaue Vorzeichenbestimmung der Gaussischen Summe vorangeht, übersah aber einerseits, daß diese Vorzeichenbestimmung zum Beweis des Reziprozitätsgesetzes nicht erforderlich ist (siehe den bekannten Beweis des Eisensteinschen Reziprozitätsgesetzes im Zahlbericht), andererseits daß auch Sie in Ihrem Buche die Vorzeichenbestimmung gar nicht ausführen.

Bitte verzeihen Sie den zweiten, Sie persönlich betreffenden Irrtum sehr. Ich werde der Fortsetzung eine Richtigstellung vorangeben, und dort auch den ersten Irrtum, sowie eine von Furtwängler bemerkte Unterlassungssünde (er hat ein Resultat zum Hauptidealsatz für nicht-zyklische Klassengruppen) in Ordnung bringen.

Zu meiner Arbeit im Crelle–Journal über die Einzigkeit ... darf ich Ihnen vielleicht einen Fingerzeig geben, der Sie auf die „Bedeutung“ der recht abstrakt und vielleicht allzu verschleiert durch Formales dargestellten Gedankengänge bringen soll:

- 1.) Mein eines Ziel werden Sie unschwer herausgelesen haben, daß nämlich das Hilbertsche Normenrestsymbol  $\left(\frac{a,b}{p}\right)$  als Funktion  $\chi_p(a)$  von  $a$

---

<sup>1</sup>Siehe den vorangegangenen Brief von Hecke vom 11. 10. 1926.

mit dem (ev. unendlichen) Parameter  $b$  durch die Forderungen

$$\begin{aligned} \chi_p(aa') &= \chi_p(a)\chi_p(a') && 2 \\ \chi_p(a) \text{ reell, } |\chi_p(a)| &= 1 \text{ (aber nicht für alle } a \text{ und } p \text{ ) } && \chi_p(a) = 1 \\ \prod_p \chi_p(a) &= 1 \end{aligned}$$

eindeutig festgelegt ist.<sup>3</sup>

- 2.) Ich wollte zeigen, daß der erste Fundamentalsatz (eind. Primzahlzerlegung) und der zweite Fundamentalsatz (quadr. Reziprozitätsgesetz) sich in ein- und dieselbe Form (Produkttheorem) setzen lassen und in dieser Art einzig sind.
- 3.) (was ich aber nicht aussprach) scheint mir ein Zusammenhang zu bestehen zwischen der Gültigkeit des Produkttheorems für die Bewertungen eines Körpers, und der in meinen früheren Arbeiten über quadratische Formen immer wieder hervortretenden merkwürdigen Tatsache:

„Wenn eine Darstellbarkeit oder Äquivalenzbeziehung für jede Bewertung des Körpers im zugehörigen perfekten Körper besteht, so besteht sie auch im Körper selbst.“

---

<sup>2</sup>An dieser Stelle schreibt Hasse  $b$  statt  $a'$ . Wir haben dieses  $b$  durch  $a'$  ersetzt, um die Verwechslung mit dem Parameter  $b$  der vorangegangenen Zeile zu vermeiden.

<sup>3</sup>In heutiger Auffassung kann Hasses Ziel interpretiert werden als der Beweis des folgenden Satzes: „Jeder Charakter der Idel-Klassengruppe ist ein Hecke'scher Größencharakter“ (und zwar für den rationalen Zahlkörper und reellwertige Charaktere). Zu der damaligen Zeit gab es aber noch nicht die Begriffe „Idel“ und „Idelklasse“. Daher betrachtet Hasse Systeme  $\chi = \{\chi_p\}$  von lokalen Charakteren, die zu den Primzahlen  $p$  (einschließlich  $p = \infty$ ) gehören, und die der Produktformel genügen. Ein Problem entsteht jedoch in Bezug auf die Stetigkeitseigenschaft. Heute würden wir  $\chi$  als stetig bezüglich der Idel-Topologie voraussetzen; dann sind die  $\chi_p$  für fast alle  $p$  auf der  $p$ -adischen Einheitengruppe trivial. Die linke Seite der Produktformel (in welcher  $a \in \mathbb{Q}$  angenommen wird) ist dann trivialerweise konvergent. Hasse dagegen fordert nur, dass  $\chi_p(a) = 1$  für fast alle  $p$  (abhängig von  $a$ ) ist, aber es ist erlaubt, dass  $\chi_p$  auf der  $p$ -adischen Einheitengruppe für unendlich viele  $p$  nicht trivial ist. Demgemäß erhält er „verallgemeinerte“ Hilbertsche Symbole  $\left(\frac{a,b}{p}\right)$  dadurch, dass er für  $b$  ein unendliches Primzahlpotenzprodukt (mit gewissen Eigenschaften) zuläßt. Hierauf bezieht sich Hasse, wenn er sagt, dass der Parameter  $b$  „eventuell unendlich“ ist. Hecke scheint erkannt zu haben, dass Hasse nicht den angemessenen Stetigkeitsbegriff verwendet, denn er schreibt im vorangegangenen Brief, dass er die  $L$ -Reihen „zu unendlichen Moduln aufreizend“ findet.

Genauer bin ich eben noch nicht hinter diesen Zusammenhang gekommen, und daher die unbestimmte und geheimnisvolle Ausdrucksweise in meiner Arbeit. Immerhin habe ich einen gewissen Fortschritt in dieser Richtung erzielt durch Verwendung eines auf Kronecker zurückgehenden, neuerdings durch Zermelo in vereinfachter Form ausgesprochenen Gedankens:

Zum Beweise der Eindeutigkeit der Zerlegung der ganzen rationalen Zahlen in Primzahlen braucht man nicht den Euklidischen Algorithmus oder die zu seiner Aufstellung führende Tatsache

Zu  $a, b \neq 0$  existiert  $m$ , sodaß

$$(1) \quad |a - mb| < |b|.$$

Man kommt vielmehr mit der Tatsache

$$(2) \quad |a \pm b| < |a| \quad \text{für} \quad |a| \geq |b| > 0$$

aus. Sei nämlich nicht jede ganze Zahl  $\neq 0$  eindeutig in ein Produkt von Primzahlen (und ein Vorzeichen) zerlegbar, so existiert eine ganze Zahl  $c \neq 0$  von kleinstem Betrage  $|c|$ , sodaß  $c$  mindestens zwei wesentlich verschiedene Zerlegungen besitzt:

$$c = \pm p_1 \dots p_r = \pm q_1 \dots q_s$$

Dabei sind die  $q_j$  durchweg von den  $p_i$  verschieden, weil sonst durch Wegdivision eine Zahl  $c'$  von kleinerem Betrage  $|c'|$  als  $|c|$  mit zwei wesentlich verschiedenen Zerlegungen folgte. Bilden wir nun, wenn etwa  $p_1 > q_1$  ist,

$$c' = \pm(p_1 - q_1)p_2 \dots p_r = \pm q_1(q_2 \dots q_s - p_2 \dots p_r),$$

so ist nach (2)  $|c'| < |c|$ . Diese Zahl  $c'$  hat nun zwei wesentlich verschiedene Zerlegungen. Denn rechts kommt der Primteiler  $q_1$  vor; dieser ist von den Faktoren  $p_2, \dots, p_r$  links verschieden und geht auch nicht im ersten Faktor  $p_1 - q_1$  auf, weil aus  $q_1 | p_1 - q_1$  folgte  $q_1 | p_1$  also  $q_1 = p_1$ , entgegen dem Gesagten. Die Existenz eines solchen  $c'$  steht mit der Wahl von  $c$  in Widerspruch; also kann  $c$  nicht existieren, d. h. die Primfaktorzerlegungen sind durchweg eindeutig.

Gestützt auf diesen Gedanken beweist man leicht:

**Satz 1.** Existiert in einem Integritätsbereich  $J$  (kommut. Ring mit Einselement ohne Nullteiler) eine reellwertige Funktion  $\chi(\alpha)$  der Elemente  $\alpha$  von  $J$  mit den Eigenschaften

$$(3) \quad \chi(\alpha) \geq 0, \quad \chi(\alpha) = 0 \quad \text{d. u. n. d., w.} \quad \alpha = 0$$

$$(4) \quad \chi(\alpha\beta) = \chi(\alpha)\chi(\beta)$$

(5) Die Menge der reellen Zahlen  $\chi(\alpha)$  häuft sich nur gegen  $+\infty$

(6) Zu je zwei  $\alpha, \beta$  aus  $J$ , von denen  $\beta \neq 0$  und

$$\chi(\alpha) \geq \chi(\beta),$$

existieren  $\mu, \nu$  aus  $J$ , sodaß

$$\chi(\nu\alpha - \mu\beta) < \chi(\alpha)$$

und  $\nu$  prim zu  $\beta$  (D. h. aus  $\beta|\gamma\nu$  folgt  $\beta|\gamma$ , was z. B. den

Fall, wenn  $\xi, \eta$  existieren, sodaß  $\nu\xi + \beta\eta = \varepsilon$  das

Einselement von  $J$  ist),

so läßt sich jedes Element  $\gamma \neq 0$  von  $J$  in Primelemente und eine Einheit aus  $J$  zerlegen:

$$\gamma = \eta\pi_1 \dots \pi_r$$

und dabei sind  $\pi_1, \dots, \pi_r$  durch  $\gamma$  bis auf assoziierte eindeutig bestimmt.<sup>4</sup>

Man beweist nämlich zunächst (auch unter Verwendung von (3)—(6)), daß ein Element  $\eta$  von  $J$  dann und nur dann Einheit ist, wenn  $\chi(\eta) = 1$  ist, und daß für  $\alpha \neq 0$  stets  $\chi(\alpha) \geq 1$  gilt (nach (5)). Dann folgt das übrige leicht durch die üblichen Schlüsse, der Eindeutigkeitsbeweis durch obigen Schluß mit

$$\gamma' = (\nu\pi_1 - \mu\kappa_1)\pi_2 \dots \pi_r = \kappa_1(\nu\kappa_2 \dots \kappa_s - \mu\pi_1 \dots \pi_r).$$

---

<sup>4</sup> Den von Hasse hier dargestellten Satz hat er im Jahre 1928 im Crelleschen Journal publiziert. Es handelt sich um ein notwendiges und hinreichendes Kriterium dafür, dass ein Integritätsbereich  $J$  ein Hauptidealring ist, also die Klassenzahl 1 hat. Heute wird dieses Kriterium nach einem Vorschlag von Emmy Noether als das „Dedekind-Hasse Kriterium“ bezeichnet. Eigentlich wollte Hasse ein Kriterium aufstellen dafür, dass jedes Element des Ringes  $J$  eindeutig in Primelemente zerlegbar ist, d. h. dass der Ring ein sogenannter ZPE-Ring ist. Aber das war ihm nicht gelungen. Erst später hat Krull durch eine Modifikation des Hasseschen Axioms (6) ein Kriterium für ZPE-Ringe gefunden. Krulls Arbeit ist 1931 in den Mathematischen Annalen erschienen.

Besonders interessant ist dieser Satz dadurch, daß er sich für algebraische Zahlkörper und  $\chi(\alpha) = |N(\alpha)|$  auch umkehren läßt:

**Satz 2.** Ist in dem Integritätsbereich  $J$  der ganzen Zahlen eines endlichen algebraischen Zahlkörpers  $K$  jedes Element  $\gamma \neq 0$  im wesentlichen eindeutig in Primzahlen und eine Einheit aus  $J$  zerlegbar (d. h. hat  $K$  die Klassenzahl 1), so befriedigt  $\chi(\alpha) = |N(\alpha)|$  außer natürlich (3)—(5) die Bedingung (6).

Hiernach ist also (6) für  $\chi(\alpha) = |N(\alpha)|$  notwendig und hinreichend für die Gültigkeit der eindeutigen Primzahlzerlegung in algebraischen Zahlkörpern.

Hierdurch wird evident, daß der Euklidische Algorithmus *nicht* das naturgemäße ist, vielmehr die Bedingung (6). Denn bekanntlich läßt sich im Körper  $\sqrt{-19}$  (Dedekind) kein Euklidischer Algorithmus nach fallenden Normbeträgen aufstellen, während doch die Klassenzahl 1 ist. Der wesentliche Unterschied von (6) gegenüber der zu einem Euklidischen Algorithmus nach fallenden  $\chi$ -Beträgen führenden, (1) verallgemeinernden Bedingung:

(6') zu je zwei  $\alpha, \beta$  von denen  $\beta \neq 0$ , existiert  $\mu$  aus  $J$ ,  
sodaß

$$\chi(\alpha - \mu\beta) < \chi(\beta),$$

ist nicht der, daß hier nur  $\nu = 1$  zugelassen wird, während in (6) beliebige zu  $\beta$  prime  $\nu$  vorkommen können, sondern vielmehr der, daß rechts zum Vergleich  $\chi(\beta)$  anstelle von  $\chi(\alpha)$  verursacht wird.

Ich wollte Ihnen hiermit nur vor Augen führen, wie die Existenz von Funktionen  $\chi(\alpha)$  von ganz ähnlicher Art, wie die Bemerkungen in meiner Crelle-Arbeit, aufs engste mit der eindeutigen Primzahlzerlegung verknüpft ist.

Ob die  $L$ -Reihen mit unendlichem Modul wirklich interessant sind, weiß ich nicht, bezweifle es sogar vorläufig. Wenn Sie „verstehen“ wollen, was sie „bedeuten“, so ist dazu wohl die Anmerkung mit dem Leitziel eines wirklich unendlichen Moduls, für den ein eigentlicher quadratischer Restcharakter existiert, dienlich.<sup>5</sup>

Zur Bewilligung des Ordinariats für Artin Ihnen allen, vor allem auch Artin selbst — der mir nicht schreibt, also auch ich ihm nicht, bis er mal sich

---

<sup>5</sup>Dies zielt wohl auf die Mitteilung von Hecke im letzten Brief, der die  $L$ -Funktionen mit unendlichem Modul „aufreizend“ findet.

wieder aufgerafft hat<sup>6</sup> — meinen herzlichen Glückwunsch.

Nun viele herzliche Grüße und weiteren guten Erfolg bei den höheren Modulfunktionen !

Ihr H. Hasse.

P. S. Ihren Beitrag für den Crelle–Festband, den ich allerdings erst flüchtig einsehen konnte, bestätige ich namens der Redaktion mit bestem Dank. Er wird im Heft 3 abgedruckt werden. In Heft 2 erscheint übrigens eine Arbeit von Fueter über Modulfunktionen von hyperkomplexen Zahlen (ich glaube Quaternionen); meine Idee scheint also auch von anderer Seite aufgenommen zu werden. In Heft 1 (oder 2) erscheint ferner – höchst erfreulicherweise – der Beweis des Reziprozitätsgesetzes der  $\ell^2$ -ten Potenzreste von Furtwängler. Sonst wüßte ich bisher keinen, Sie speziell interessierenden Beitrag, womit natürlich nicht gesagt sein soll, daß nicht sehr viele und schöne Arbeiten eingingen. Wir werden voraussichtlich 2 Festbände herausgeben können.

---

<sup>6</sup>Artin hatte am 10.9.26 an Hasse geschrieben. Am 14.9. hatte er Hasse in Halle besucht.

## 2.9 11.07.1927, Hecke an Hasse

*Fueter schreibt einen 3. Band über komplexe Multiplikation. Allgemeine Theorie der analytischen Funktionen von 2 Variablen. Über Musik aus dem Grammophon. Hilbert spricht am 28./29. Juli über Axiomatik. Carathéodory, Weyl und Bohr werden auch kommen. Krankheit Hilberts.*

Prof. Dr. Hecke  
Hamburg-Kl. Borstel  
Willingsbütteler Landstr. 156.

Hbg. 11. VII. 27

Lieber Herr Hasse,

da ich ein notorisch schlechter Briefschreiber bin, mache ich von der Nachricht meiner Freunde und Bekannten in puncto Briefschreiben einen sehr umfassenden und vielleicht zu selbstverständlichen Gebrauch; seine Voraussetzungen sind hoffentlich auch bei Ihnen erfüllt.

Seit Ihrem letzten Brief – das sind nun wohl  $\frac{3}{4}$  Jahre her – habe ich mich zeitweise sehr in Mathematik hineingebohrt, und habe auch vieles mir sehr interessante gefunden; meine alte Beschäftigung mit elliptischen Modul-funktionen, vor allem mit den Integralen 1. Gattung, welche bei den höheren Stufen auftreten, habe ich wieder aufgenommen und bin merkwürdiger Weise bei der komplexen Multiplikation angelangt. Leider musste ich feststellen, dass meine Kenntnisse darin für meine Zwecke zu gering sind. Wenn Sie nicht inzwischen noch eine ausführliche Monographie darüber schreiben, die mich da weiter bringt, muss ich wirklich auf Fueters 3. Band warten, dessen Fertigstellung im Manuskript er mir vor einigen Wochen, als ich in Zürich war, mitteilte. Der Band wird wohl ebenso konfus wie die anderen werden; er will da das Analogon zu den Wurzelzahlen etc. in diesen relativ-Abelschen Körpern untersuchen. Was die Dinge betrifft, welche Sie bei seinem Buche beanstanden, so behauptet er — und das ist die einzige klare und eindeutige Aussage von seiner Seite — dass man mit Fkt. der 1. Stufe nicht auskommt,

sondern, wegen der besonderen Eigenschaften der Primzahl 2, welche sich auch rein algebraisch in der Struktur der Relativkörper kundgeben, notwendig mit Fkt. der 2. Stufe arbeiten müsse, um abgerundete Sätze zu erhalten. Warum er aber da nicht vernünftig u. symmetrisch, wie Sie es vorschlagen, mit den sämtlichen 6 Wurzeln der betr. Gleichungen arbeitet, sagt er nicht.

Hilbert, den ich vor kurzem in Göttgn. sprach, interessiert sich sehr für diese Sachen und sagte mir, dass er an Sie wegen einer zusammenhängenden Darstellung geschrieben hätte (für die Annalen). Hoffentlich erscheint das bald.

Gegenwärtig lese ich „Vierfach periodische Fkt. von 2 Variablen“ und lebe zwar von der Hand in den Mund dabei, da man sich beinahe alles selbst neu machen muss, aber das Gebiet ist doch ausserordentlich interessant und ich glaube, dass hier der Schlüssel zu einer vernünftigen allgemeinen Theorie d. analyt. Fkt. von 2 Variablen ist, wie sich die klassische Funktionentheorie sich an dem analogen Beispiel als Muster weiterentwickelt hat. Ich habe da endlich eine bestimmte u., wie ich glaube, richtige Einsicht in das Wesen der merkwürdigen Bilinearrelationen gewonnen, welche zwischen den Perioden bestehen. Das ist ein Satz über partielle Diff.-Gl. in vier Dimensionen, dessen Beweis ich natürlich noch garnicht geben kann.

Seit einigen Monaten ist mein Interesse stark von der Mathematik durch die andere Sphäre abgesogen, deren Vorhandensein, wie Sie sehr richtig feststellen, für mich sehr bedeutungsvoll ist, nämlich die Musik. Ich bin nicht in der glücklichen Lage, selbst Musik machen zu können; aber dafür hat man seit einiger Zeit – erschrecken Sie nicht – das Grammophon. Die teuflische Erfindung des Radio hat nämlich befruchtend auf die Aufnahmetechnik des Grammons gewirkt. Seit einem Jahr macht man „elektrische“ Aufnahmen, die Technik wird dauernd verbessert, und die Erfolge sind fabelhaft. Man kann jetzt grosse Orchester wie auch Kammermusik, Gesang ... grossartig aufnehmen, wirklich klangtreu, ohne den quälenden Grammophonon, ohne das kochende Nebengeräusch, und so, dass nicht alles nur ein allgemeines Tohuwabohu ist, sondern die Instrumente einzeln zur Geltung kommen. Es gibt jetzt ausgezeichnete Aufnahmen von Beethoven-Symphonien (darunter besonders schön die VII. mit Richard Strauss) dann sehr viele Kammermusik von Schubert, sogar Orgel (Händel u. Bach) klingt ganz wunderbar; der Clou an vollendeter Technik sind neuestens grosse Choraufnahmen, die wirklich grossartig klingen, die Amerikaner haben neulich einen Chor von 14000 (vierzehntausend!) Personen und ferner die Zuschauermenge bei einem Fussball-Match aufgenommen!

Ich erbose mich über solche Grotesken nicht mehr, da man dadurch die Möglichkeit hat, auch anständige Musik zu erschwinglichen Preisen zu haben. „Jeder sein eigenes Orchester“ ist eine wirklich verführerische Devise, die mich mit der Zeit der Unannehmlichkeiten, die in dem Begriff eines gewöhnlichen Konzertes liegen, überheben wird!

Das Semester ist Gottseidank bald zu Ende und wird bei uns besonders eindrucksvoll zu Ende gehen. Hilbert wird am 28./29. Juli hier zwei Vorträge über die Axiomatik halten. Sie sollten doch dazu auch herkommen; abgesehen davon, dass Sie uns damit erfreuen, ist doch auch objektiv die Sache sehr wichtig.

Wie Sie wohl wissen, geht es Hilbert seit etwa 2 Jahren gesundheitlich sehr schlecht, er hat eine sehr gefährliche und geheimnisvolle Blutkrankheit, die ihn körperlich furchtbar hinfällig macht. Als ich ihn vor etwa 4 Wochen in Göttg. besuchte, war ich ganz erschrocken über sein Aussehen, obwohl es damals schon etwas besser ging. Es liegt ihm persönlich sehr viel an diesen Vorträgen, und er will sie à tout prix halten; seit 14 Tagen geht es ihm wirklich besser, und er hat eben die definitive Zusage geschickt. Man wird sicher nicht oft noch Gelegenheit haben, Hilbert vor einem grösseren Kreise sprechen zu hören; es geht ihm absolut genommen, noch immer recht schlecht.

Wir wollen die Sache sehr feierlich und schön machen, es kommen viele Auswärtige, u. a. haben Cara u. Weyl sich auch angekündigt, auch Bohr will kommen. Falls Sie kommen, werde ich mich sehr freuen, schreiben Sie es bitte noch rechtzeitig.

Herzliche Grüsse und Empfehlung  
an Ihre Frau

Ihr  
E. Hecke.

## 2.10 15.07.1927, Hasse an Hecke

*Hasse kommt nicht zum Hilbert-Tag. Umhabilitation Bessel-Hagen. Ankündigung des 2. Teils der komplexen Multiplikation. Frage betr. Fueter. Bessel-Hagen soll Hasses Klassenkörperbericht für die Annalen editieren. Hasse wird nach Kissingen gehen und dort über 2. Teil der komplexen Multiplikation vortragen.*

Professor Dr. H. Hasse  
Halle (Saale)  
==== Kuhntstr. 17 ====

Halle, den 15. VII. 27.

Lieber Herr Hecke !

Ihre Voraussetzungen sind in der Tat bei mir erfüllt, das heißt, ich verstehe jedwede Schreibfaulheit nur allzugut und bin mitunter selbst sehr nachlässig. Wenn das heute nicht der Fall ist, so hat das seinen Grund zunächst darin, daß ich Ihnen für Ihre ausführlichen Zeilen noch unmittelbar unter deren Eindruck danken möchte. Es ist schön, was Sie über Ihr mathematisches und musikalisches Erleben schreiben. Und wenn ich Hamburg einmal wieder besuche, was voraussichtlich im folgenden Jahre zum Naturforschertag der Fall sein wird, so freue ich mich schon jetzt, Ihre schönen Grammophonplatten zu hören. Zum Hilbert-Tag werde ich leider nicht kommen können. Die Entfernung ist reichlich groß, das Semester hat dann noch nicht geschlossen und wir haben zudem gerade auf diesen Tag die Umhabilitation Herrn Bessel-Hagens ansetzen müssen, bei der ich nicht fehlen kann. Mir tut das umso mehr leid, als ich wirklich eine Masse Dinge habe, über die ich gerne mit Ihnen mündlich gesprochen hätte.

Da ist zunächst die *komplexe Multiplikation*, nach der Sie fragen. Ich weiß nicht recht, in welcher Richtung sich Ihre Wünsche da erstrecken. Meine erste Arbeit darüber kennen Sie, die im Crelle-Festband erschienene. Sie beginnt ab ovo und führt bis zum Zerlegungssatz für die Primideale.

Unter Voraussetzung von Takagi ist damit alles erledigt. Ein zweiter Teil soll aber bald folgen, in dem alle weiteren Sätze, also vor allem die Sätze über die Relativgruppe, über die Relativediskriminante und über die Hauptidealeigenschaft ohne Voraussetzung der allgemeinen Takagischen Theorie funktionentheoretisch bewiesen werden soll. Mir schwebt ferner noch eine Theorie der höheren Stufen auf ähnliche Art vor, d. h. die Frage, welche algebraische Struktur über dem Ringklassenkörper mod.  $m$  die  $\wp$ -Teilwerte haben, vielleicht auch, welche Körper durch die  $\zeta$ - und  $\sigma$ -Teilwerte festgelegt werden (natürlich geeignet homogenisiert). Würde eine systematische Theorie aller dieser Punkte den Inhalt der von Ihnen erwünschten Monographie ausmachen? Oder erwarten Sie noch anderes, wenn Sie auf Fueter Band 3 hoffen?

Und nun eine Frage über *Fueter*, für deren recht baldige Beantwortung ich Ihnen außerordentlich dankbar wäre. Wenn Sie mit Fueter zusammentrafen und über meine Rezension seines Band 1 mit ihm redeten, so werden Sie mir am ehesten sagen können, ob Fueter ernstlich gegen mich verstimmt ist. Ich habe das Gefühl, als ob ich nicht ganz korrekt gegen ihn gehandelt hätte. Wenn auch meine Kritik wohl berechtigt war, so wäre es vielleicht doch richtiger gewesen, zuvor schriftlich mit ihm in Verbindung zu treten und ihn über die beanstandeten Punkte zu Wort kommen zu lassen. Da mir viel daran liegt, daß aus meiner Rezension nicht ein Verhältnis und ein Papierkampf à la Study–Beck entsteht, so wüßte ich gerne Ihre Meinung, ob wohl ein in liebenswürdigem Ton gehaltener Brief an Fueter meinerseits Aussicht hätte, von ihm nicht in den Papierkorb geworfen, sondern ebenso liebenswürdig beantwortet zu werden. Vielleicht gelingt es mir ja auf diesem Wege, ihn von der Unhaltbarkeit seiner These über die 2. und 4. Stufe zu überzeugen. Denn mir ist kein Zweifel, daß diese von Ihnen mitgeteilte These nur an seiner eigenen Ungeschicklichkeit liegt, ja daß er gar kein Empfinden für die Mängel seiner Darstellung hat.

Übrigens schreiben Sie schon von dem in Aussicht befindlichen Band 3. Meines Wissens ist *Band 2* noch gar nicht erschienen. Oder haben Sie den Band 2 schon gesehen? Ich würde auch dieses sehr gerne wissen. Denn es interessiert mich sehr, ob er wirklich den notorischen Fehler in Band 1, der für Band 2 von umstürzender Bedeutung sein muß, weiterhin ignoriert, oder ihn wenigstens anmerkungsweise korrigiert.

Wenn Hilbert Ihnen von einer in Aussicht genommenen Veröffentlichung von mir in den *Annalen* erzählte, so handelt es sich dabei jedenfalls nicht um die *komplexe Multiplikation*. Vielmehr will Hilbert für die *Annalen* eine zusammenhängende, lückenlose Darstellung der *allgemeinen Klassenkörper*-

*theorie* haben. Obwohl ich Hilbert daraufhin schrieb, daß eine solche in meinem Bericht im Jahresbericht der D. M. V. vorliegt, und daß in zwei (im Druck befindlichen) Fortsetzungen dazu sowohl die Beweise des (bereits erschienenen) Teils I, als auch die Reziprozitätsgesetze in lückenloser, vollständiger Darstellung folgen, ließ er nicht von seinem Vorhaben ab, auch in den Annalen das gleiche zu haben. Mir selbst widerstrebte es, meinem eigenen Bericht im Jahresbericht nun durch Wiederholung in den Annalen Konkurrenz zu machen, und so habe ich mich mit Hilbert dahin geeinigt daß Herr Bessel-Hagen mit meiner Unterstützung diesen Bericht für die Annalen durch Abrundung und Verschmelzung meiner Teubner-Berichte verfassen soll.<sup>1</sup>

Kommen Sie nach Kissingen?<sup>2</sup> Das wäre wunderschön. Denn abgesehen von der komplexen Multiplikation würde ich wirklich außerordentlich gerne einmal in aller Ruhe und Ausführlichkeit mich von Ihnen persönlich über Ihre Untersuchungen über *Modulformen höherer Stufe* unterrichten lassen. Zugleich auch mit Ihnen über mein eigenes Ziel in dieser Richtung sprechen, wovon ich Ihnen voriges Jahr schrieb. Ich bin nach wie vor überzeugt, daß Summen wie

$$\sum' \frac{1}{(m + n\sqrt{d})^k}$$

über nicht assoziierte  $m + n\sqrt{d}$ , oder vielmehr geeignete Bildungen aus ihnen, die Klassenkörper über dem Körper  $K(\sqrt{d})$  auch für  $d > 0$  liefern. Allerdings war die Einbettung dieser Summen in die Funktionentheorie hyperkomplexer Zahlen Unsinn. Die betr. Funktionen existieren gar nicht, wie ich inzwischen leicht erkannte.

Ich werde in Kissingen über den zweiten Teil meiner Untersuchungen zur komplexen Multiplikation vortragen.

Nochmals recht herzlichen Dank, beste Wünsche für die Ferien und Grüße von Haus zu Haus.

Ihr  
H. Hasse.

---

<sup>1</sup>Dieser Plan wurde nicht verwirklicht. Siehe dazu auch unseren Kommentar zu den Briefen Artin-Hasse (Nr. 8.3).

<sup>2</sup>Im September 1927 fand in Bad Kissingen die Jahrestagung der DMV statt.

## 2.11 24.07.1927, Hecke an Hasse

*Antwort betr. Fueter. Über komplexe Multiplikation.  $\zeta$ -Teilwerte als Werte von Perioden von Integralen 1. Gattung und von anderen Modulformen der Dimension -1. Artins wunderschöne neue arithmetische Entdeckungen betr. allgemeines Reziprozitätsgesetz.*

Prof. Dr. E. Hecke  
HAMBURG 13  
Rothenbaumchaussee 21  
Mathematisches Seminar  
der Universität

---

Den 24. VII 19 27

Lieber Herr Hasse,

mit Dank für Ihren freundlichen Brief möchte ich Ihnen zunächst wegen Herrn F. antworten, dass eine Aktion, wie die von Ihnen angedeutete, vielleicht einen formalen Effekt hätte, indem F. Ihnen gegenüber keinen Vorwand mehr hätte, etwa den Beleidigten zu markieren. Irgend welche sachlichen Aufklärungen sind nach meinen früheren Erfahrungen aber kaum zu erwarten. Als er in Crelle <sup>130</sup>/<sub>32</sub> seine — für meine Begriffe gradezu skandalöse — Habilit. Schrift publizierte und ich, wohl fast der einzige damals, einige Jahre später die Sachen wirklich las und feststellte, dass alles konfus und die Hauptsachen noch nicht bewiesen oder auch nur klar formuliert seien, wandte ich mich als bescheidener Student mit bestimmten Fragen zur Aufklärung an ihn. Was er da an „aufklärenden“ Antworten hören liess, war grösstenteils wieder falsch, und weitere Erörterungen schnitt er dadurch ab, dass er sagte, er hätte grade keine Zeit u. er könne sich auch nicht mehr genau erinnern, wie er das seinerzeit gemeint hätte.

Was ich weiterhin von Ihnen betr. komplexe Multiplikation erhoffe, ist genau das, was Sie bezeichnen:

Was bedeuten die  $\zeta$ -Teilwerte für die singulären Moduln? Sind sie innerhalb der Teilungskörper irgendwie ausgezeichnete Zahlen, etwa Einheiten

oder Wurzelzahlen oder sonst etwas? Mir kommen diese Zahlen als Werte von Perioden von Integralen 1. Gattung höherer Stufe in die Theorie hinein, die sich damit also als algebraische Zahlen herausstellen.

Ausserdem lassen sie sich auch noch als Werte von anderen Modulformen  $(-1)$ -ter Dimension für singuläre Moduln darstellen (der Thetafunktion aus dem reellen quadrat. Körper, die ich vor einigen Jahren aufstellte). Diese Beziehungen, welche ich da gefunden habe, sind rein numerische, nur für singuläre Moduln gültige, nicht etwa funktionale Identitäten.

Schade, dass Sie zur Hilbertwoche nicht herkommen. Sie hätten doch da mit noch grösserem Vergnügen mündlich sich von Artins wunderschönen neuen arithmetischen Entdeckungen betr. allgemeines Reziprozitätsgesetz erzählen lassen können.<sup>1</sup>

Mit herzlichen Grüssen

Ihr  
E. Hecke.

Nach Kissingen komme ich nicht; ich habe jetzt sehr viel mit meinem Husten zu tun.

---

<sup>1</sup>Schon eine Woche vorher, am 17.7.1927, hatte Artin an Hasse geschrieben und mitgeteilt, dass er sein allgemeines Reziprozitätsgesetz jetzt bewiesen habe. Zwei Tage später hatte er dann den ausführlichen Beweis an Hasse geschickt.

## 2.12 18.10.1927, Hecke an Hasse, Postkarte

*Über Hasses Crelle-Arbeit zur komplexen Multiplikation.*

Hbg. 18. X. 27. Lieber Herr Hasse,

Ich habe in diesen Tagen, weil ich es brauchte, Ihre Crelle-Arbeit über die kompl. Multiplikation genau gelesen und möchte Ihnen nur sagen, wie schön ich Ihren Weg finde.<sup>1</sup> Ihre Wendung in II. §3 ist sehr richtig und ganz unmittelbar einleuchtend, wenn man sich die Mühe nimmt, einmal die Kongruenzen mit Ihnen durchzurechnen, wovor ich mich bisher immer gegraut habe!<sup>2</sup> Der Wegweiser, den Sie in der Einleitg. S. 117 aufstellen, war mir nicht deutlich genug. Die Ausnahmestellung der Primzahl 2 hinsichtlich Relativdiskr. etc., wovon Fueter immer redet, ist doch nun wirklich nicht vorhanden; ich glaubte immer, sie wäre da, nicht bloss wegen der Benutzung der Funktionen 2. Stufe.

Jetzt ist ein Fueter, Teil II. erschienen, und es ist ebenso konfus und unübersichtlich wie der 1. Teil; ich habe gar keine Lust, es zu lesen. Ich bin dagegen sehr neugierig auf Ihren 2. Teil. Wird er ebenso schön wie Ihr 1. Teil, so ist doch damit endlich die definitive Form der Theorie aufgestellt.<sup>3</sup>

Mit herzlichem Gruss

Ihr

E. Hecke.

---

<sup>1</sup>Es handelt sich um die Arbeit aus dem Jahre 1927 im Crelleschen Journal.

<sup>2</sup>In der Tat ist der genannte Abschnitt II. §3 das Herzstück der Hasseschen Arbeit, wie Hecke offenbar sofort bemerkt hat. Dort findet sich der Nachweis der fundamentalen Kongruenz, die den Primidealen ersten Grades des in Rede stehenden imaginär quadratischen Körpers seinen Frobenius-Automorphismus im Strahlklassenkörper zuordnet – also der Artinsche Reziprozitäts-Isomorphismus. Der Beweis dieser Kongruenz kann dank des Hasseschen Ansatzes, der lediglich mit den  $q$ -Entwicklungen arbeitet, direkt ohne Umwege erfolgen. Allerdings sind dazu eine Reihe von Schritten durchzuführen, die durchgerechnet werden müssen, wie Hecke bemerkt. Dank der Hasseschen Normierung der Weierstraßschen  $\wp$ -Funktion kann die Primzahl 2 mitbehandelt werden, ohne eine Ausnahme zu bilden.

<sup>3</sup>Der 2. Teil von Hasse ist 1931 im Crelleschen Journal erschienen. Darüberhinaus erschienen im selben Jahr 3 Arbeiten von Hasse zu Detailfragen der komplexen Multiplikation in den Monatsheften der Math. und Phys.

*Prof. Dr. Hecke*  
*Hamburg-Kl. Borstel*  
*Willingsbütteler Landstr. 156.*

## 2.13 05.06.1929, Hecke an Hasse, Postkarte

*Bitte um Gutachten über ein Manuskript für die Annalen, betr. Fermatscher Satz.*

Hbg. 5. VI. 29.

Lieber Herr Hasse,

mit gleicher Post sende ich Ihnen ein Manuskript eines (noch unbekanntem) Verf. Singer über den Fermatschen Satz, das er den Annalen eingereicht hat. Da mir Artin sagt, dass Sie eine Liebhaberei für den Fermat haben und die Arbeit durchaus ernsthaft ist, bitte ich Sie um eine Meinungsäußerung, wenn sie Ihnen nicht zu grosse Mühe macht. Wir (Artin u. ich) haben uns die Arbeit schon sehr genau angesehen, aber nicht verstanden, welches eigentlich der Witz ist. Ich habe mit dem Verf. schon korrespondiert, u. so ist wenigstens seine Behauptung jetzt formulierter: Er beweist, für die Primzahlen  $\ell$ , wo in der Klassenzahl  $h$  von  $K(e^{\frac{2\pi i}{\ell}})$  genau die Potenz  $\ell^n$  enthalten ist ( $n$  fest), ist der 1. Teil des Fermatschen Satzes für fast alle  $\ell$  richtig. Die Anzahl der Ausnahme- $\ell$  ist sogar nur ungefähr  $n$ . Wenn seine Arbeit richtig ist — und ich habe den Eindruck, dass es so ist — sollte man nach meiner Meinung ihm die Gelegenheit zur Publikation geben, obwohl vielleicht der Satz inhaltslos ist.

Wenn Sie keine Zeit und Lust haben, die Arbeit anzusehen, schicken Sie sie mir unbedenklich unbesehen zurück, im andern Fall herzlichen Dank bereits im Voraus!

Mit besten Grüßen

Ihr

E. Hecke.

*Prof. Dr. Hecke  
Hamburg-Kl. Borstel  
Willingsbütteler Landstr. 156.*

## 2.14 14.06.1929, Hecke an Hasse, Postkarte

HBG. 14. VI. 29

*Dank für rasches Gutachten. Und für Hasses Bericht über Siegels Vortrag in Berlin.*

Lieber Herr Hasse,

seien Sie herzlich bedankt für Ihr wunderbar aufschlussreiches und so fabelhaft rasch erfolgtes Gutachten über das Singer–Manuskript. Artin und mich haben – von meinem trivialen Interesse als Annalenredakteur abgesehen – Ihre Auseinandersetzungen sehr interessiert, und wir haben Neues daraus gelernt<sup>1</sup>; ebenso wie aus Ihrem Bericht über Siegels Vortrag in Berlin.

Das Gerücht von diesem war auch zu uns gedrungen, aber die Wahrscheinlichkeit, dass er den Vortrag wirklich halten würde, schien uns  $\varepsilon$  zu sein. Es ist doch jammerschade, dass dieser geniale Mensch aus Schrulligkeit die wissenschaftliche Arbeit in der üblichen Form nicht mitmacht. Sollte das Halten des Vortrages etwa die Änderung seiner Prinzipien bedeuten?

Mit herzlichem Gruss  
und Dank

Ihr  
E. Hecke.

---

<sup>1</sup>Das Gutachten über das Singer-Manuskript haben wir im Nachlass von Hasse nicht gefunden

## 2.15 ohne Datum, Hasse an Hecke

*Einladung zum Hensel-Festband.*

PROF. DR. HASSE  
MARBURG-L.  
WEISSENBURGSTR. 22

Herrn

Professor Dr. E. H e c k e ,

Hamburg-Kl. Borstel,  
Wellingsbütteler Landstr-156.

Sehr verehrter Herr Kollege !

Am 29. Dezember 1931 begeht Herr Geheimrat Hensel seinen 70. Geburtstag. Die Redaktion des Crelleschen Journals beabsichtigt, dem langjährigen Herausgeber des Journals zu diesem Tage ein besonderes Heft zu überreichen, das neben Beiträgen der Redaktionsmitglieder möglichst zahlreiche Arbeiten von Arithmetikern und Algebraikern enthalten soll. Jeder einzelne Beitrag soll mit einem Vermerk der Art: „Herrn Geheimrat Hensel zum 70. Geburtstag gewidmet“ versehen sein.

Es würde mir eine große Freude sein, wenn Sie, hochverehrter Herr Kollege, mir einen Beitrag zu diesem Zweck zur Verfügung stellen könnten.

Aus redaktionellen Gründen müßte das Manuskript spätestens bis zum 1. September 1931 in meinen Händen sein. Für eine möglichst baldige vorläufige Zusage wäre ich Ihnen sehr verbunden.

Mit verbindlichsten Grüßen bin ich  
in ausgezeichnete Hochachtung  
Ihr sehr ergebener

Hasse

## 2.16 03.07.1931, Hasse an Hecke

*Ablieferungstermin für Heckes Beitrag zum Hensel-Festband.*

MATHEMATISCHES SEMINAR  
DER UNIVERSITÄT

MARBURG-LAHN, DEN 3. Juli 1931

Lieber Herr Hecke !

Natürlich nehmen wir Ihre Arbeit über Modulfunktionen mit dem größten Vergnügen für die Hensel-Festschrift. Allerdings wäre es mir sehr lieb, wenn das Manuskript schon etwas früher als Mitte Oktober in meiner Hand sein könnte. Als Ablieferungstermin hatten wir den 1. September angesetzt. Ich wäre Ihnen sehr dankbar, wenn Sie das ermöglichen könnten.

In der Hoffnung, daß es Ihnen gut geht,

mit besten Grüßen

Ihr

Hasse

## 2.17 06.06.1933, Hasse an Hecke

*Bitte um gutachterliche Äußerung zugunsten von Emmy Noether.*

MATHEMATISCHES SEMINAR  
DER UNIVERSITÄT

MARBURG-LAHN, DEN 6. Juni 1933

PROF. DR. HELMUT HASSE  
MARBURG/LAHN  
Weißenburgstr. 22

Lieber Herr Hecke !

Emmy Noether ist, wie Sie wissen, auf Grund ihrer jüdischen Abstammung beurlaubt worden. Es besteht die Absicht, durch eine Eingabe an das preussische Kultusministerium zu versuchen, ihr wenigstens die *venia legendi* zu erhalten und vielleicht wieder einen Lehrauftrag für ihr Spezialgebiet zu erwirken. Eine solche Eingabe würde bedeutend an Gewicht gewinnen, wenn sie durch eine Reihe gutachtlicher Äußerungen namhafter deutscher und ausländischer Mathematiker gestützt ist, aus denen die große Bedeutung der wissenschaftlichen Leistungen E. Noethers für die Geltung der deutschen Wissenschaft und die Tragweite ihres fördernden Einflusses auf zahlreiche Schüler hervorgeht.

Ich würde es sehr begrüßen, wenn ich auf Ihre Mitwirkung dabei rechnen könnte, und ich wäre Ihnen dann sehr dankbar, wenn Sie mir möglichst bald eine gutachtliche Äußerung in obigem Sinne zugehen lassen würden.<sup>1</sup>

Mit freundlichen Grüßen

Ihr  
Hasse<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup> Handschriftliche Notiz von E. Hecke auf dem unteren Rand der Seite: „Beantwortet 12. VI. 33.“

<sup>2</sup> Den Antwortbrief Heckes haben wir im Nachlass von Hasse nicht gefunden. Unter den 14 Gutachten über Emmy Noether, die auf die Initiative von Hasse zusammenkamen und dem Ministerium vorgelegt wurden, gab es kein Gutachten von Hecke.

## 2.18 16.09.1935, Hasse an Hecke

*Neubesetzung des Kieler Lehrstuhls Kaluza. Petersson.*

16. Sept. 1935.

Prof. Dr. H. Hasse.                      Herrn

Prof. Dr. H e c k e

Hamburg-Fuhlsbüttel  
Kleekamp 34

Lieber Herr Hecke !

Bei meiner Rückkehr fand ich eine Anfrage des Kieler Dekans wegen der Neubesetzung des Lehrstuhls Kaluza<sup>1</sup> vor, die u. a. auch Petersson nennt. Ich wäre Ihnen ausserordentlich dankbar, wenn Sie mir für die Beantwortung möglichst bald ein kurzes Gutachten über P.-s wissenschaftliche Leistungen, seine Lehrtätigkeit und seine menschlichen Eigenschaften geben könnten. Sie sind dazu wohl besser in der Lage als ich, von mir aus werde ich jedenfalls P. stark unterstreichen. Unter den Genannten scheint er mir in der Tat neben Ullrich den besten Platz zu verdienen.

Ueber die vielen Anregungen, die ich im Gespräch mit Ihnen in Hannover<sup>2</sup> erhalten habe, habe ich mich sehr gefreut, und ich hoffe, dass ich demnächst auch einmal wieder mit einer neuen Sache herauskommen kann.

Herzlichst Ihr  
H. Hasse

---

<sup>1</sup>Kaluza war von Kiel nach Göttingen auf den Lehrstuhl für angewandte Mathematik berufen worden.

<sup>2</sup>In Hannover scheint ein Gespräch über eine Neuauflage der „Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften“ stattgefunden zu haben. Vgl. den nächsten Brief.

## 2.19 03.10.1935, Hecke an Hasse

*Planung der neuen Auflage der Enzyklopädie.*

Hbg. 3. X. 35.

Lieber Herr Hasse

In der Encycl.-Sache möchte ich zunächst doch vorschlagen, nicht schriftlich sich offiziell an die Berliner Stelle zu wenden (auch nicht durch Carath.), sondern zuerst Caratheodory über die Sachlage zu unterrichten und diesen dann zu bitten, von der Kommission aus durch mündliche Sondierung in der Berliner Stelle (etwa durch E. Schmidt) festzustellen, wie die Stimmung dort für die Behandlung dieser Frage ist.<sup>1</sup> Nach dem Resultat dieser Sondierung kann man in jedem Falle die Sache durch eine kurze schriftliche Anfrage (ohne Begründung, Exposé etc.) zum offiziellen Abschluss bringen. E. Schmidt ist in seiner Eigenschaft als Vorsitzender der D. M. V. ja m. E. besonders qualifiziert für diese Anfrage.

Zu diesem Vorschlag veranlassen mich folgende Erwägungen:

1) Es widerstrebt mir, ein „Gesuch“ mit ausführlicher Begründung abzufassen, das von vornherein oben als unerheblich angesehen wird, da über diese Angelegenheit ja auf Grund allgemeiner Prinzipien des Parteiprogrammes entschieden wird bzw. implicite bereits entschieden ist. Von einer schriftlichen Begründung, welche doch nur Selbstverständlichkeiten enthalten kann, die man mit Pathos vorträgt, verspreche ich mir gar keine Wirkung.

---

<sup>1</sup>Es geht um die Planung einer Neuauflage der „Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften“ durch den Teubner-Verlag. Als Herausgeber sind Hecke (Hamburg), Hasse (Göttingen) und Caratheodory (München) vorgesehen. (In der Korrespondenz wird der Name „Caratheodory“ häufig mit „Cara“ abgekürzt, was damals unter den Mathematikern nicht unüblich war.) Die erwähnte „Kommision“ dürfte wohl eine Kommission der Deutschen Mathematiker Vereinigung sein. Wie es scheint, war es notwendig, beim Ministerium oder anderen Regierungsstellen eine Genehmigung für ein solches Unternehmen einzuholen.

2) Setzt man offiziell die ganze Kommission in Bewegung, so wird ihr Mitglied Bb.<sup>2</sup> sofort gegen uns arbeiten. Dagegen darf Cara als Vorsitzender m. E. selbstständig sich auf beliebige Weise über die Sachlage informieren. Wenn er auch dieser Meinung ist, ist es gut. Andernfalls sollten wir uns als Mitglieder der D. M. V. direkt an unsern Vorsitzenden<sup>3</sup> wenden, der zufällig und angenehmer Weise direkt in Berlin sitzt.

Ich bin also dafür, dass wir an Cara die zusammenfassende Darstellung von Heisig<sup>4</sup> über unsere Besprechung in Hannover schicken, ev. noch Ihren Brief vom 30. Sept. an mich mit dem Brief Ihres Freundes.

Sind Sie damit einverstanden ?

Herzlichen Gruss

Ihr

E. Hecke.

---

<sup>2</sup>Die Abkürzung „Bb.“ bedeutet „Bieberbach“.

<sup>3</sup>Im Jahre 1935 war G. Hamel (Technische Hochschule Berlin) Vorsitzender der D.M.V., und im Jahre 1936 E. Schmidt (Universität Berlin). Gemeint ist hier wohl Erhard Schmidt.

<sup>4</sup>Heisig ist der Vertreter des Teubner-Verlages, der die Enzyklopädie herausgab.

## 2.20 08.10.1935, Hasse an Hecke

*Über Heckes neue Arbeit zu den elliptischen Modulfunktionen. Zetafunktionen zu algebraischen Funktionenkörpern über Zahlkörpern.*

Prof. Dr. H. Hasse.

Göttingen, den 8. Oktober 1935.  
Bunsenstr. 3-5

Herrn

Prof. Dr. H e c k e ,

Hamburg-Fuhlsbüttel  
Kleekamp 34

Lieber Herr Hecke !

Besten Dank für Ihren Brief vom 3. Oktober. Entschuldigen Sie, dass ich wegen einer inzwischen ausgeführten Reise erst heute darauf antworte. Ich bin gern damit einverstanden, dass wir zunächst Caratheodory über die Sachlage unterrichten und diesen dann bitten, von der Kommission aus mündlich die Lage in Berlin zu sondieren. Wollen Sie dann, wie Sie vorschlugen, die zusammenfassende Darstellung von Heisig über unsere Besprechung in Hannover sowie meinen Brief vom 30. September und den Brief von Herrn Drescher mit ein paar kurzen erklärenden Zeilen an Cara schicken ?

Mit grösstem Interesse habe ich Ihre Arbeit über die „Primzahlen in der Theorie der elektrischen Modulfunktionen“ gelesen.<sup>1</sup> Das ist wirklich sehr

---

<sup>1</sup> Bemerkung von Hasse auf dem linken Rand der Seite: „! Zu schön, um verbessert zu werden!“

sehr schön, und wird, wie ich glaube, ein kräftiger Anstoss für vielerlei Dinge werden.<sup>2</sup> Insbesondere erhoffe ich mir daraus etwas für das Problem, das ich in der Einleitung meiner Hamburger Vorträge vom Februar 1934 skizziert habe. Es ist natürlich mein Ziel, die Theorie der algebraischen Funktionenkörper modulo  $p$  nur als einen ersten Schritt anzusehen für die Untersuchung der algebraischen Funktionenkörper mit algebraischen Zahlen als Konstantenkörper. Dann spielen die ersteren ungefähr dieselbe Rolle wie die endlichen Restklassenkörper in der Theorie der algebraischen Zahlkörper und ich hoffe, dass die Zusammenfassung der lokalen Zetafunktionen auf die Bildungen führt, die Sie untersucht haben.<sup>3</sup> Wir müssten eigentlich über all diese Dinge einmal mit mehr Ruhe sprechen als wir bei dem kurzen Zusammentreffen in Hannover hatten. Hoffentlich findet sich bald einmal die Gelegenheit. Wären Sie nicht geneigt, uns im Laufe des Winter-Semesters einmal in der Mathematischen Gesellschaft darüber vorzutragen?

Mit herzlichen Grüßen  
stets Ihr  
Hasse

---

<sup>2</sup>Es handelt sich um die in Dänemark erschienene Voranzeige zu der später (1937) in den Mathematischen Annalen erschienenen Arbeit über Modulfunktionen und Dirichletsche Reihen mit Eulerscher Produktentwicklung.

<sup>3</sup>Es ist interessant, zu lesen, dass Hasse bereits im Jahre 1935 die Idee verfolgt, eine Zetafunktion für Funktionenkörper über Zahlkörpern zu bilden, und zwar als Produkt der Zetafunktionen über die Reduktionen nach den verschiedenen Primidealen. Heute sind diese Funktionen als „Hasse-Weilsche Zetafunktionen“ bekannt.

## 2.21 25.10.1935, Hecke an Hasse

*Näheres zu den elliptischen Modulfunktionen. Hecke würde gerne einmal nach Göttingen kommen, um mit Hasse darüber zu sprechen.*

Hbg. 25. X. 35.

Lieber Herr Hasse,

Ich hatte gehofft, Ihnen schon etwas über Caras Behandlung der Encycl.-Angelegenheit schreiben zu können; allein ich habe von dort noch überhaupt nichts gehört, obwohl ich die Papiere vor 14 Tagen bereits hinschickte.

Über die „elektrischen“ Modulft. würde ich sehr gern mich mit Ihnen ausführlich unterhalten. Ich habe Glück gehabt mit diesem sehr weittragenden Ansatz. Eben habe ich die Theorie für die  $q$ -te Stufe ausgearbeitet und bin sehr überrascht, wieviel da heraus kommt über Fragen, über die ich mir seit 10 Jahren den Kopf zerbrochen habe. Es kommt automatisch (allein aus dem Begriff Modulform) die Klassenzahl  $h$  von  $K(\sqrt{-q})$  hinein und die Existenz von  $h$  Systemen von je  $\frac{q \mp 1}{2}$  Formen mit charakteristischen Funktionaleigenschaften, die sich empirisch bei den binären Thetareihen (gebildet mit den quadr. Formen der Diskrim.  $-q$ ) vorfinden und die sich als charakteristisch für diese erweisen. Die Zetareihen dieses imaginär-quadr. Körpers (incl. der mit Grössencharakteren gebildeten) sind, bei festem Exponenten  $k$  des Grössencharakters, die charakt. Wurzeln<sup>\*)</sup> einer nur von der Dimension  $-(k+1)$  abhängigen Matrix von Funktionen, wie  $\Phi(s)$  in meiner Note, die als Matrix diese hübsche Euler-Produktentwicklung hat.

Man kann aber diese Thetareihen aus dem Gesamtteil der Modulformen der betr. Dimension durch eine innere Eigenschaft herausheben, sie vor allem auch von einander unterscheiden – was mit den Siegelschen Resultaten u. Wünschen zusammenhängt. Noch amüsanter u. mir ganz unverständlich sind die Ergebnisse für die mehrfachen  $X$ , vor allem quaternäre Thetarei-

---

<sup>\*)</sup> Ausserdem noch andere Wurzeln vielleicht.

hen. Ich glaube nebenbei, dass hier die Quelle für die alten „Liouvilleschen“ Formeln über die Darstellungszahlen durch quaternäre Formen liegt. Aber können Sie folgendes begreifen:

$$Q_1(x, y) = x^2 + xy + 8y^2, \quad Q_2(x, y) = 2x^2 + xy + 4y^2$$

sind die beiden Formen der Diskr.  $-31$  (xxx<sup>1</sup> mit Det.  $\pm 1$  !)

Man setze

$$\vartheta_1(\tau) = \sum_{m,n} e^{2\pi i \tau Q_1(m,n)}; \quad \vartheta_2(\tau) = \sum_{m,n} e^{2\pi i \tau Q_2(m,n)}$$

Dann sind  $\vartheta_1^2, \vartheta_1\vartheta_2, \vartheta_2^2$  die drei unabhängigen Modulformen, Dimension  $-2$  zu  $\Gamma_0(31)$  gehörig, die es gibt. Die zugehörige Matrix  $B(\tau)$  des Grades 3, die es nach meiner Theorie gibt, kann man unter Adjunktion von  $\sqrt{5}$  auf reine Diagonalform bringen und zwar mit dem Resultat:

$$E = -\frac{1}{4}\vartheta_1^2 + \vartheta_1\vartheta_2 + \frac{1}{2}\vartheta_2^2$$

$$\Psi_{\pm} = \left(\frac{3}{8} + \frac{\omega}{4}\right)\vartheta_1^2 - \frac{1+2\omega}{4}\vartheta_1\vartheta_2 + \left(-\frac{1}{8} + \frac{\omega}{4}\right)\vartheta_2^2 \quad \left(\omega = \pm\frac{1}{2}\sqrt{5}\right)$$

Diese drei Fkt. ändern sich bei  $\Gamma_n$  nur um einen Zahlfaktor; die zugehörigen Dirichletreihen (bei  $E$  das konstante Glied weglassen) haben also ein gewöhnliches Eulerprodukt.  $E$  kennt man; das ist der  $\wp$ -Teilwert mit der Potenzreihe:

$$E = \frac{5}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} d'(n)e^{2\pi i \tau n} \quad \left(d'(n) = \text{Summe der zu 31 primen Teiler von } n\right).$$

(In dem Eulerprodukt ist der auf 31 bezügliche Faktor nur vom ersten Grade in  $p^{-s}$ ). Das Minuszeichen in dem Ausdruck für  $E$  durch die  $\vartheta$  ist mir ganz unbegreiflich; es ist aber nicht die Siegelsche Relation. Die  $E$ -Formel ist alt, stimmt mit der Formel bei Fricke überein. Die beiden  $\Psi$  geben durch Integration nach  $\tau$  die beiden Integrale 1. Gattung von  $\Gamma_0(31)$ . Daraus folgt

1) Aus den Werten der zu  $\Psi_{\pm}$  gehörigen Dirichletreihe im Punkte  $s = 1$  (dem Symmetriepunkt der Funkt. Gleichg.) d. h.  $\sum \frac{1}{(Q_1+Q_2)^s}$ , etc. setzen sich die Integralperioden mit Hilfe elementarer Irrationalitäten zusammen.

---

<sup>1</sup>unlesbar

2) Das Gebilde  $\Gamma(31)$ , in welchem  $\Gamma_0(31)$  enthalten ist, besitzt komplexe Multiplikationen höherer Ordnung  $n$ . Als „komplexe Multiplikation“ für diese  $n$  finden sich also z. B. einfach die Entwicklungskoeffizienten der  $\Psi_{\pm}$  (das ist die Aussage „ $T_n(\Psi) = \lambda_n \Psi$ “).

Inzwischen habe ich auch für halbzahlige Dimension offenbar den richtigen Ansatz gefunden, entgegen meiner pessimistischen Vermutung, die ich am Schluss meiner Note aussprach. Da interessiert vor allem  $\vartheta_{00}^3$ , der Dimension  $-\frac{3}{2}$ , dessen Entwicklungskoeffizienten Klassenzahlen sind. Ich hoffe, da kommt auch etwas Überraschendes heraus.

Was diese ganzen Sachen für Ihre Theorie bedeuten können, ist mir noch ganz unklar. Eben deshalb würde ich mich über eine Unterhaltung freuen. Ich finde besonders schön, dass man zwangsläufig auf das Rechnen mit einer Funktions-Matrix geführt, die einfachere Eigenschaften hat, als die Elemente. Aber auch für höhere Stufen bleibt man, wie ich sehe, im Bereich des Kommutativen. Ich hatte ev. daran gedacht, dass man eine Beziehung zu den Artinschen  $L$ -Reihen erhält, und dass diese etwa die Determinante einer Funktions-Matrix sind. Aber davon sieht man hier nichts.

Falls Sie Lust haben, über diese Dinge mehr zu hören, komme ich gern mal im Semester zu einem Vortrag hinüber nach G.

Herzliche Grüsse

Ihr

E. Hecke.

An Cara schicke ich eben  
noch eine Anfrage.

## 2.22 18.11.1935, Hasse an Hecke

*Einladung nach Göttingen*

Herrn

Prof. Dr. H e c k e

Hamburg–Fuhlsbüttel  
Kleekamp 34.

Prof. Dr. Hasse.

Göttingen, den 18. Nov. 1935.  
Bunsenstr. 3–5

Lieber Herr Hecke !

Dürfen wir Ihren Besuch und Vortrag am 2.12. erwarten?  
Dann bitte ich um kurze Nachricht und auch Angabe des Themas. Ueber  
die Encyklopädie können wir ja dann mündlich sprechen.

Mit herzlichen Grüßen

Ihr

Hasse

## 2.23 20.11.1935, Hecke an Hasse, Postkarte

HBG. 20. XI. 35.

*Festlegung des Termins für Heckes Besuch in Göttingen.*

Lieber Herr Hasse,

Ich komme, wenn es Ihnen dort passt, am liebsten zum Mo. 9. Dez. hinüber. Wenn das Ihre Einteilung aber zu sehr stört, komme ich auch statt dessen schon zum 2. Dez. Titel: „Ellipt. Modulft. – Primzahlen – quadr. Formen“ Oder einfach: „Neuere Fortschritte in d. Th. d. ellipt. Modulft.“. Ich würde in jedem Falle erst am Sonntag 18<sup>07</sup> ankommen und hoffe dann noch Mo. u. Di. eine schöne Vorlesung bei Ihnen hören zu können. Bitte geben Sie mir noch Nachricht.

Mit herzlichem Gruss

Ihr

E. Hecke.

## 2.24 07.12.1936, Hasse an Hecke

*Anfrage zu Siegels Arbeit über quadr. Formen, die Hasse z.Zt. im Seminar behandelt.*

7. 12. 36

Lieber Herr Hecke !

Beim Durcharbeiten von Siegels Arbeit über Quadratische Formen kommt mir die Frage, ob es möglich ist, die in den Darstellungsanzahlen einer Zahl  $t$  durch 5 oder 7 Quadrate auftretenden  $L$ -Reihen in geschlossener Form zu summieren. Es sind dies die Werte

$$L(2, \chi_t) \quad \text{und} \quad L(3, \chi_{-t}),$$

wo

$$\chi_t(n) = \left(\frac{t}{n}\right) \quad \chi_{-t}(n) = \left(\frac{-t}{n}\right).$$

Ich entsinne mich, daß Sie mir früher einmal etwas über die *Möglichkeit* bzw. *Unmöglichkeit* für solche Summen sagten, but I don't know which. Ich meine Formeln ähnlich denen für  $\zeta(2k)$  und  $L(2k+1, \chi_{-1})$ , in die die Bernoullischen bzw. Eulerschen Zahlen eingehen.

Mir gefällt nicht, daß Siegels Hauptsatz für 2,3,4,6,8 Quadrate rein-arithmetische Gestalt hat, für 5 und 7 Quadrate aber noch einen ernstzunehmenden Rest enthält.

Ich behandle die Arbeit in meinem Seminar und wäre Ihnen für Ihre Hilfe zu diesem Punkt sehr dankbar, aber möchte Ihnen damit keine große Mühe machen. Wenn Sie also die Frage nicht off hand beantworten können, genügt ein kurzes „ich weiß nicht“.

Herzlichst Ihr  
H. Hasse

## 2.25 08.12.1936, Hecke an Hasse

*Antwort zur Anfrage vom Vortag.*

**Professor Dr. E. Hecke**  
Mathematisches Seminar  
der Universität.

Hamburg 13, den 8. XII. 36.  
Rothenbaumchaussee 21

Lieber Herr Hasse,

Sie meinen vielleicht folgendes: Für einen eigentlichen Charakter  $\chi(n)$  mod.  $q$  ist die Berechnung von  $L(s, \chi)$  elementar äquivalent mit der von

$$(a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi^{n\ell} + \chi(-1)\xi^{-n\ell}}{n^s} \quad (\xi = e^{\frac{2\pi i}{q}}, \quad \ell = 1, 2, 3, \dots)$$

Denn bekanntlich ist für eigentliche Charaktere  $\chi$  ( $\chi \cdot \bar{\chi} = 1$ )

$$G(\ell) = \sum_{a \bmod q} \bar{\chi}(a)\xi^{a\ell} = \chi(\ell)G(1) \quad \text{und} \quad G(1) \neq 0.$$

Also

$$\chi(n) = \frac{1}{G(1)}G(n) \quad \text{und}$$
$$L(s; \chi) = \frac{1}{G(1)} \sum_{n=1}^{\infty} G(n)n^{-s} = \frac{1}{2G(1)} \sum_{\ell \bmod q} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi^{n\ell} + \chi(-1)\xi^{-n\ell}}{n^s} \right)$$

Die Reihen (a) mit  $\chi(-1) = 1$  sind

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{2\pi n\ell}{q}}{n^s}, \quad \text{also für } s = 2, 4, 6, 8, \dots$$

= Bernoulli-Polynom

und für  $\chi(-1) = -1$  sind sie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2\pi \frac{n\ell}{q}}{n^s}, \quad \text{also für } s = 1, 3, 5 \dots$$

= Bernoulli-Polynom

Kennen Sie folgende amüsante Verallgemeinerung der Bernoulli-Polynome auf fastperiodische Funktionen:

$$a_n = \text{Anzahl der Lösungen von } n = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

Dann ist

$$\frac{1}{2} \sum_{n \leq x^2} \frac{a_n}{\sqrt{n}} (x - \sqrt{n})^2 - x - \frac{\pi x^4}{6} = + \frac{1}{4\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{\cos 2\pi x \sqrt{n} - 1}{n^2}$$

Links steht eine Funktion der reellen Variablen  $x$ , die in jedem Intervall, das von Punkten  $x = \sqrt{\text{ganze Zahl}}$  frei ist, ein Polynom 4. Grades in  $x$  ist, rechts steht eine Bohrsche fastperiod. Funkt. mit den Frequenzen  $\sqrt{n}$ . Nimmt man  $b_n = \text{Anzahl der Lösungen von } n = x_1^2$ , so kann man die bekannte Formel für das Bernoulli-Polynom 2. Grades so schreiben:

$$\sum_{n \leq x^2} b_n (x - \sqrt{n}) - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{2} = \frac{-1}{2\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \frac{\cos 2\pi x \sqrt{n} - 1}{n}$$

was die Analogie in Evidenz setzt. Um die anderen Polynome zu kriegen, braucht man nur beliebig oft nach  $x$  zu integrieren. — Ähnliche Formeln gibt es für alle definiten quadr. Formen von ungerader Variablenzahl. Komplizierter wird die Sache für grade Variablenzahl, dann erhält man nicht mehr Funktionen, die stückweise Polynome sind, sondern nur stückweise elementare Funktionen (log und  $\sqrt{a^2 + x^2}$  übereinander gebaut). Der Beweis ist, wenn man die Gestalt der Formel hat, zwangsläufig und ganz simpel mit den üblichen Methoden d. analyt. Zahlentheorie zu führen, die Formeln sind ein Äquivalent für die Funktionalgleichg der  $\sum a_n n^{-s}$ . — In den  $a_n$  stecken doch Klassenzahlen, und die Fastperiodizität, die in dem Fehlergliede so herauskommt, ist doch sehr merkwürdig. —

Die Siegel-Arbeit lässt formal sehr viel zu wünschen übrig, aber bei dem grossartigen Inhalt muss man sie, wenn auch nur als provisorisch geformt,

doch sehr bewundern. Es wird wohl noch sehr viel Arbeit nötig sein, um alle Beweise völlig und allgemeinverständlich durchzuführen.

Herzlichen Gruss

Ihr  
E. Hecke.

## 2.26 17.12.1936, Hecke an Hasse

*Anfrage zur Geburtstagsfeier von Hilbert. Lietzmann Vorsitzender der DMV? Hasses Programm zur Göttinger Arbeitstagung über algebraische Geometrie Anfang Januar 1937. Van der Waerden, F. K. Schmidt, Deuring.*

Hbg. 17. XII. 36.

Lieber Herr Hasse,

Bitte schreiben Sie mir doch, wie es diesmal mit der Feier von Hilberts Geburtstag wird. Ich möchte dazu hinfahren und bei Zeiten wissen, wie es damit steht.

Vor kurzem hörte ich, dass Lietzmann Vorsitzender der D. M. V. geworden ist. Ist das auf Druck einer aussenstehenden Stelle geschehen? Oder lagen dafür natürliche innere Gründe vor?

Ihr imponierendes Programm für die Göttinger Woche habe ich grade bekommen.<sup>1</sup> Wir sind bescheiden und nehmen mit dem Extrakt vorlieb, den uns v. d. Waerden am 9. Januar hier vortragen wird. Dazu kommt noch F. K. Schmidt. Vielleicht hat Deuring Lust, mit nach Hamburg zu kommen, nicht zu einem Vortrag, weil wir an den vier Stunden am 9. I. vormittag völlig genug haben, aber ich würde mich freuen, ihn einmal kennen zu lernen.

---

<sup>1</sup>Vom 6.-8.1.1937 fand in Göttingen eine von Hasse organisierte Arbeitstagung statt. Offenbar hatte Hasse eine Einladung auch an Hecke geschickt. Aus Hamburg hatten sich Blaschke und einige Mathematiker aus Blaschkes Umgebung angesagt. Van der Waerden nahm an der Arbeitstagung teil und fuhr anschließend zum Vortrag nach Hamburg. Auch Deuring nahm an der Tagung teil. Hauptgegenstand der Tagung war die von Deuring kürzlich entwickelte algebraische Theorie der Korrespondenzen algebraischer Funktionkörper. Hasse hoffte, dass diese zum Beweis der Riemannschen Vermutung für Funktionkörper mit endlichem Konstantenkörper verwendet werden könnte. Man vermutete, dass dabei die italienische algebraische Geometrie den Schlüssel zum Beweis liefern könnte. Das hat sich zwar bewahrheitet, aber erst viel später durch André Weil, während diese Tagung dazu keine relevanten Resultate lieferte.

Ab 22. Dez. bin ich in den schlesischen Bergen, wo seit einigen Wochen meine Frau zu einer Kur sich aufhält, und mit der Post schlecht zu erreichen.

Herzliche Grüsse und Wünsche für ein frohes Fest für Sie und Ihre Frau mit der kleinen Jutta

Ihr  
E. Hecke.

## 2.27 17.12.1936, Hasse an Hecke

*Dank für Heckes Hilfe zur Siegelschen Arbeit.*

17. 12. 36

Prof. Dr. H. Hasse

Herrn Prof. Dr. Hecke

H a m b u r g Fuhlsbüttel  
Kleekamp 34

Lieber Herr Hecke,

recht herzlichen Dank für Ihre freundliche Hilfe, die mir sehr wertvoll war. Die Formeln, die Sie im Anfang angeben, sind genau das was ich suchte. Sehr interessant scheint mir Ihre 'fast periodische Formel'.

Ich habe sehr viel Freude an der Durchführung der Einzelheiten des 1. Teils der Siegelschen Arbeit in meinem Seminar.

Mit herzlichen Grüßen

Ihr  
H. Hasse

## 2.28 18.12.1936, Hasse an Hecke

*Keine besondere Geburtstagsfeier für Hilbert. Vielleicht kommt aber Hecke? Blumenthal soll evtl. eingeladen werden. Lietzmann und DMV. Betr. "Deutsche Mathematik".*

DIE SCHRIFTFÜHRUNG DES  
**JOURNALS FÜR DIE REINE UND ANGEWANDTE MATHEMATIK**  
(CRELLES JOURNAL)

PROF. DR. HELMUT HASSE

GÖTTINGEN, DEN 18. 12. 36  
MATHEMATISCHES INSTITUT  
BUNSENSTR. 3-5

Herrn Prof. Dr. Hecke

Hamburg – Fuhlsbüttel  
Kleekamp 34

Lieber Herr Hecke,

unsere Briefe haben sich gekreuzt. Zu Ihrer Anfrage wegen Hilberts Geburtstag möchte ich sagen, daß auf Wunsch von Herrn und Frau Hilbert keine besondere Feier stattfinden wird. Ich hatte aber eigentlich schon von mir aus gedacht Sie zu bitten, daß Sie doch zu diesem Tage hierher kommen. Frau Hilbert selbst hat einmal geäußert, daß sie Herrn Blumenthal einladen möchte.

Die Wahl Lietzmanns zum Vorsitzenden der DMV ist aus völlig freiem Antrieb geschehen. Der Vorschlag stammt von C. H. Müller und mir. Wir hatten neben ihm auch noch Rothe in engere Wahl gestellt. Herr Vahlen äußerte dann aber, daß er Lietzmann lieber sähe als Rothe. Vom Vorstand aus lag uns daran einen Vorsitzenden zu haben, der entweder in Berlin ist oder wenigstens für eines der drei ständigen Vorstandsmitglieder leicht erreichbar.

Ich werde Deuring Ihre Anregung weitergeben.

Halten Sie es für wünschenswert, daß ich zu Hilberts 75. Geburtstag eine entsprechende Notiz versende wie die beiliegende für Hensel ? Wenn ja, dann wäre ich Ihnen dankbar, wenn Sie mir durch Angabe von in Frage kommenden Adressaten dabei Hilfe leisteten.

Noch eine Frage: wie stellen Sie sich zu der uns allen kürzlich zugegangenen Aufforderung der Schriftleitung der Deutschen Mathematik ?

Mit herzlichen Grüßen und besten Wünschen für ein frohes Fest für Sie und Ihre Frau

stets

Ihr

H. Hasse

## 2.29 01.03.1937, Hasse an Hecke

*Termine für Enzyklopädie-Artikel. Das Ministerium hält es nicht für wünschenswert, dass Artin jetzt nach USA geht. Siegel nach Göttingen.*

1. März 37

Prof. Dr. H. Hasse

Herrn Prof. Dr. Hecke

Hamburg-Fuhlsbüttel

Kleekamp 34

Lieber Herr Hecke,

ehe ich Dr. Heisigs Aufforderung vom 27. Februar nachkomme und Scholz, Bachmann und Schmidt auch von mir aus noch einmal um strikte Innehaltung der Termine bitte, möchte ich mich vergewissern, daß nicht etwa Sie schon das getan haben.<sup>1</sup> Im übrigen scheint ja Heisigs mündliche Aussprache mit Kamke doch zu einer gewissen Beruhigung dieses obstinaten Menschen geführt zu haben. Vielleicht hat auch das, was ich Herrn Kamke durch Knopp bestellen ließ, dazu beigetragen.

Nun möchte ich Ihnen noch von dem Ergebnis meiner Besprechung mit Dr. Dames in Berlin etwas erzählen. Zunächst habe ich ganz allgemein einen recht günstigen Eindruck von dieser neuen Persönlichkeit bekommen: durchaus sachlich, von ernstem Aufbauwillen und auch verläßlich. Für die Sache Siegel bezeugte er großes Verständnis und will alles tun, was in seinen Kräften

---

<sup>1</sup>Es geht offenbar um Termine für die Ablieferung der Beiträge zur geplanten Enzyklopädie der Mathematik.

steht, um Herrn Siegel zu einer ihn mehr befriedigenden Stellung in Deutschland zu verhelfen. Ich habe auf seine Frage hin, was nach meiner Ansicht wohl am zweckmäßigsten wäre, zunächst den Namen Hamburg in die Debatte geworfen, ohne allerdings auf Artins mögliches Fortgehen direkt anzuspielen. Bei der Gelegenheit ergab sich, daß man es im Reichskultusministerium für nicht wünschenswert hält, daß Artin jetzt nach Amerika geht.

Auch für diesen Fall zeigte Dr. Dames großes Verständnis. Er sagte, dem Ministerium läge alles daran, Leute von solchen wissenschaftlichen Fähigkeiten wie Siegel und Artin in Deutschland zu halten und es gäbe ja Möglichkeiten den Sorgen abzuweichen, die sich Artin um die Zukunft seiner Kinder in Deutschland macht. Er führte auch einen ganz parallel liegenden Fall an, in dem solche Schritte bereits ernstlich in Erwägung gezogen würden. Ich möchte es Ihnen überlassen, wie weit Sie Artin von diesen Dingen erzählen wollen. Jedenfalls würde ich es für zweckmäßig halten, nicht auch Herrn Blaschke einen Einblick darein zu geben.

Nachdem so die Möglichkeit Hamburg praktisch ausgeschlossen schien, sagte ich Herrn Dr. Dames, daß Herr Siegel auch nach Göttingen kommen würde. Dieser Gedanke wurde von ihm sofort sehr energisch aufgegriffen, und ich darf erwarten, daß das Ministerium versuchen wird, Herrn Siegel sozusagen als Ersatz für Nevanlinna noch in diesem Jahr nach Göttingen zu holen. Ich möchte Sie sehr bitten, diese Mitteilung als streng vertraulich zu behandeln, denn es wäre doch nicht schön, wenn sich diese Pläne unter den Mathematikern in einem so frühen Stadium herumsprächen, ohne daß Siegel selbst irgendwelche offizielle Nachricht hat.

Mit herzlichen Grüßen

Ihr

H. Hasse

## 2.30 04.03.1937, Hecke an Hasse

*Über Artins Antrag, nach USA zu reisen. Über die Pläne, Siegel nach Göttingen zu holen. Hecke hat inzwischen die Genehmigung zu seiner Reise nach den USA erhalten.*

Hbg. 4. III 37

Lieber Herr Hasse,

1) An Scholz, Bachmann, Schmidt habe ich nicht geschrieben.

2) Ihre Berliner Besprechungen sind ja sehr wichtig. Die Entscheidung bezügl. A. wird diesen sehr schwer treffen. Er ist voll düsterer Ahnungen, da schon, offenbar von unserem Kollegen Bl. inspiriert, bei Einreichung seines Antrages der Rektor mit A. etwa in dem Sinne Andeutungen gemacht hat, wie Sie sie jetzt in Berlin erfahren haben. Aber eine offizielle Antwort aus Berlin hat er bisher noch nicht. Ich werde auch nichts von dem, was Sie mir geschrieben haben, an A. verlauten lassen. Eine mögliche Reaktion bei A. ist natürlich die, dass er dann einfach seine Stellung kündigt und aufs Gratewohl weggeht, da er ja weiss, dass man ihn drüben haben will; nur ist seine Position bezüglich der Güte der Bedingungen dann schwächer, wenn er à tout prix annehmen muss.

Und es ist ja auch sehr fraglich, ob es ihm wirklich drüben besser gefällt. Immerhin muss man sich auf solche drastische Reaktion aus Zorn oder Trotz bei ihm gefasst machen. Er ist die letzte Zeit schon ziemlich schwierig zu behandeln gewesen, da er auch in neutralen Angelegenheiten ziemlich hemmungslos seinen Affekten nachgibt, was etwas betrüblich mit anzusehen ist.

Dass man für S. etwas tun will, ist sehr erfreulich. Ich bin etwas skeptisch, dass solche äusseren Veränderungen auf die Dauer bei S. die erhoffte Befriedigung bewirken werden, denn die Schwierigkeiten bei ihm kommen wohl aus der allgemeinen Beschaffenheit seiner Einstellung zur Realität. Er wird wohl immer ein etwas schwieriger Kollege sein! Aber auf jeden Fall ist es doch ein

gutes Zeichen für allerlei, dass man in Berlin doch auf Qualitäten, wie bei S. Wert legt, und bereit ist, auch anders als nach starrem Schema zu handeln. Ich werde natürlich über diese ganze Sache mit niemand sprechen.

Auf vielfaches Drängen (schriftlich — telegraphisch — telefonisch) habe ich endlich vor ein paar Tagen aus Berlin die Genehmigung für meine Amerika-Reise erhalten. Ich bin sehr froh, denn ich hatte auch grosse Befürchtungen.

Mit herzlichem Gruss

Ihr

E. Hecke.

## 2.31 17.06.1937, Hasse an Hecke

*Eichler soll bei der Herausgabe der Enzyklopädie in Göttingen eingesetzt werden. Die Vorbereitungen zur Berufung Siegels nach Göttingen verlaufen programmgemäß. Für den Fall, dass es zur Berufung Siegels nach Göttingen nicht kommt, wurde Hecke vorgeschlagen.*

17. 6. 37

Prof. Dr. H. Hasse

Herrn Prof. Dr. Hecke

H a m b u r g Fuhlsbüttel  
Kleekamp 34

Lieber Herr Hecke,

mit beiliegender Antwort an Heisig sind Sie hoffentlich einverstanden. Natürlich denke ich mir die Sache so, daß Eichler nicht nur für die in meinen Bereich fallenden Manuskripte, sondern auch für die von Ihnen bevaterten zur Verfügung steht, soweit Sie es wünschen. Da aber Eichlers Arbeitskraft hauptsächlich für die Abschnitte aus der modernen Algebra und Zahlentheorie geeignet ist, halte ich es für zweckmäßig, daß er seine Arbeit hier in Göttingen führt.

Es wird Sie interessieren, daß die Angelegenheit Siegel ganz programmäßig fortschreitet. Der Minister hat uns aufgefordert, Vorschläge für eine Professur einzureichen und uns dabei gebeten zu sagen, ob wir Siegel haben möchten. Wir haben geantwortet, daß wir ihn sehr gern haben möchten. Für den Fall, daß es aus irgendwelchen Gründen nicht zu Siegels Berufung kommt, haben wir gebeten, Sie zu berufen.

Herzlichst

Ihr

H. Hasse

## 2.32 21.06.1937, Hasse an Hecke

*Fotos aus Hamburg. Nullstellen der Zetafunktionen. Finanzierung der Arbeiten zur Enzyklopädie. Eichler. Hasse geht in den Ferien nach Ostpreußen.*

**Mathematisches Institut  
der Universität**

**Göttingen, den 21. 6. 37**  
Bunsenstraße 3/5

Prof. Dr. H. Hasse

Herrn Prof. Dr. Hecke

H a m b u r g Fuhlsbüttel  
Kleekamp 34

Lieber Herr Hecke,

zunächst vielen Dank für die schönen Bilder aus Hamburg, und Ihren Brief dazu. In die Nullstellen der Zetafunktionen, die mich ungemein interessieren, werde ich mich sofort vertiefen, wenn der Festestrubel<sup>1</sup> hier vorübergerauscht ist.

Ihr Brief kam gleichzeitig mit einem Brief von Teubner an mich, in dem er sich bereit erklärt, einen Betrag von RM 45.– monatlich für Übersetzungs- und sonstige redaktionelle Hilfsarbeiten für die Dauer eines Jahres zur Verfügung zu stellen. Sie haben wie ich sehe ja auch einen Durchschlag dieses Briefes bekommen. Ich hoffe, Carathéodory in den nächsten Tagen hier zu sehen und von ihm dann eine definitive Zusage für die von der Akademischen Kommission zu bewilligende Summe zu bekommen. Augenblicklich ist Herr

---

<sup>1</sup>Zum Jubiläum der Göttinger Universität.

Eichler hier, und ich habe ihm gesagt, er könne damit rechnen, daß er etwa von Oktober ab hier in Göttingen für die Enzyklopädie beschäftigt wird. Es wäre natürlich schön, wenn Eichler außer der laufenden Zahlung noch eine Extrazahlung für die gleich zu beginnende Übersetzung des Chevalleyschen Artikels bekäme. Eichler ist ab nächsten Monat völlig ohne Einkommen. Ich habe ihm gesagt, daß er sich um die halbe Beschäftigung bei den Fortschritten jetzt nicht bemühen solle, da das andere so gut wie sicher sei, und da er beides zusammen auf keinen Fall machen kann.

Im Juli gehe ich auf 3 Wochen zum Ferienaufenthalt nach Ostpreußen, um mich von den Anstrengungen der nächsten Woche zu erholen. Hinterher nehme ich die Arbeit an meinem Buche auf.

Herzlichst  
Ihr  
Hasse

## 2.33 06.08.1937, Hecke an Hasse

*Artin ist pensioniert worden. Kann Hasse beim Ministerium für Artin finanzielle Übergangshilfen erreichen? Hecke wird es in Hamburg versuchen. Hecke soll Gutachten über Siegel für das Ministerium anfertigen (Berufung nach Göttingen).*

Hbg. 6. VIII 37.

Lieber Herr Hasse,

Bei einer Zwischenlandung hier auf einer Reise kommt mir Artin mit der Nachricht entgegen, dass er am 1. August die Pensionierung mit Wirkg. ab 1. Nov. erhalten hat, unterzeichnet vom Reichs-Marschall Kaufmann, unter Bezug auf §6 (Vereinfachung d. Verwaltg.); es wird wohl seine 25% nicht-arische Frau sein. Das ist umso erstaunlicher, als man ihm im März den Urlaub für Amerika mit der Begründung versagt hat, dass er hier unentbehrlich ist! Von allem andern abgesehen ist die finanzielle Wirkung der Pensionierung sehr heftig für Artin mit seinen 2 Kindern. Bei Ihren guten Beziehungen zu Dr. Dames möchte ich Ihnen ans Herz legen, den Versuch zu machen, dort etwas über diese unverständlich-entgegengesetzten Entscheidungen zu reden und vielleicht zu erreichen, dass man Artin finanzielle Übergangshilfen gewährt, da die Differenz zwischen seinem bisherigen Gehalt und der Pension besonders gross ist, und man ihm durch seine Ablehnung der Amerika-Reise Möglichkeiten für eine Stellung im Auslande verbaut hat.

Formal geht dieser Akt von den Hamburger Behörden aus, faktisch wird wohl eine zentrale Aktion in Berlin dahinter stehen. Als Ende Juni die Serie der Pensionierungen begann, hat man hier vom Rektor aus ausdrücklich konstatiert, dass bei Artin in dieser Richtung kein Grund zu Befürchtungen vorliege.

Wenn der Rektor wieder zurück ist, will ich auch hier in Hbg. direkt versuchen, eine Hilfe für Artin in dem erwähnten Sinne anzuregen. Leider sind das alles zunächst nur schattenhafte Möglichkeiten.

Übrigens finde ich hier unter meiner Post auch einen Brief von Dr. Dames mit dem Ersuchen, mich über Siegel für Göttingen zu äussern. Ihre Pläne gehen also in Ihrem Sinne günstig weiter.

Ich bin erst wieder ca. 16. August in Hamburg, und wollte Sie nur schnell von den Ereignissen unterrichten.

Mit herzlichen Grüßen

Ihr

E. Hecke.

## 2.34 27.08.1937, Hasse an Hecke

*Hasse ist sehr betrübt wegen Pensionierung von Artin. Hasse hat auch mit Blaschke darüber gesprochen, dieser will bald in Aktion treten. Witt als Vertreter für Artin? Siegel. Carathéodory war zum Jubiläum nicht in Göttingen.*

**Mathematisches Institut  
der Universität**

**Göttingen, den** 27. 8. 37  
Bunsenstraße 3/5

Prof. Dr. H. Hasse

Herrn Prof. Dr. Hecke

Hamburg-Fuhlsbüttel  
Kleekamp 34

Lieber Herr Hecke,

Seien Sie mir bitte nicht böse, daß ich erst heute auf Ihre beiden freundlichen Briefe antworte. Die Nachricht von Artins Pensionierung hat mich tief betrübt. An der Sache selbst werden wir wohl kaum etwas ändern können, denn nach allem, was ich gehört habe, handelt es sich um eine allgemeine Maßnahme und nicht um einen Einzelfall. Wie Sie in Ihrem zweiten Brief ja auch schon sagen, glaubte ich, daß es mir nicht zustehe, mich in die damit verbundenen Finanzfragen durch einen Schritt beim Ministerium einzuschalten. Das scheint mir ganz und gar Sache der Hamburger zu sein. Das einzige, was ich hätte tun können und noch tun kann, wäre, das Ministerium auf die grundsätzliche Schwere des Verlustes für die Mathematik in Deutschland hinzuweisen. Doch verspreche ich mir wie gesagt davon gar nichts, seitdem ich weiß, daß es sich nicht um einen Einzelfall handelt, und möchte deshalb

lieber davon absehen.

In diesem Sinne habe ich auch gestern mit Blaschke gesprochen, der mich auf der Durchreise besuchte. Blaschke schien ehrlich entsetzt und wird in den nächsten Tagen in Hamburg in Aktion treten. Er fragte mich übrigens nebenbei auch, ob ich wüßte, wie es mit Ihren Plänen für Amerika stünde, und ob ich den Eindruck hätte, daß Sie für dauernd dort bleiben wollten. Ich habe die erste Frage mit einem: 'ich weiß absolut nichts davon' und die zweite mit einem entschiedenen 'nein' beantwortet.

Auch über die Frage einer Vertretung für Artin hat Blaschke mich gefragt. Er dachte an Witt, der eben den letzten Schritt für die Dozentur, nämlich die Dozentenakademie absolviert. Ich finde Witt sehr geeignet, nicht zuletzt auch, weil er in seiner ganzen Art stark in Artins Fußstapfen tritt. Auch Deuring ist natürlich sehr gut. Ich weiß nicht, wie weit seine Dozentur jetzt gediehen ist, und auch nicht, ob er ja sagen wird.

Es freut mich zu hören, daß die Sache Siegel offenbar programmäßig weitergeht.

Carathéodory war leider zu unserm Jubiläum im Juli nicht erschienen. Ich habe aber Anfang August an ihn geschrieben. Zu Ihrer Orientierung lege ich Ihnen die Abschrift dieses Briefes bei mit der Bitte um Rücksendung.<sup>1</sup>

Beiliegend auch der von Ihnen zurückerbetene Brief. Den rot angestrichenen Punkt 2 finde ich eine glückliche Idee. Mir scheint es besser, wenn das Lexikon vor jedem einzelnen Artikel kommt, allerdings unter Beschränkung auf die wichtigsten Ausdrücke. Wenn sich daraus eine Möglichkeit ergäbe, Eichler länger zu halten, so wäre das natürlich sehr schön. Taktisch scheint es mir angebracht, das erst kurz vor Ablauf seines ersten Jahres aufzurollen. Teubner wird ja ein Interesse daran haben, daß die Arbeiten wirklich rasch vorwärts gehen und wird aus dem bisherigen Verlauf bestimmt den Eindruck gewonnen haben, daß das ohne Hilfskräfte für uns nicht so schnell geht, wie er will.

Zum Fall Artin möchte ich noch sagen, daß mir Herr Dr. Dames damals im März — genau wie Ihnen Ihr Rektor — ausdrücklich gesagt hat, daß man an eine derartige Maßnahme gar nicht dächte, sondern nur in Einzelfällen, wo besondere Verschuldigungen vorlägen, zur Pensionierung schritte. Ich hoffe, Sie verstehen meine Bedenken, mit diesem Fall als einzigem Gegenstand der Unterhaltung nach Berlin zu fahren. Es ist sehr schade, daß ich nicht eine Woche früher davon erfahren habe. Da war ich in Berlin, und die Sache hätte

---

<sup>1</sup> Handschriftlich angefügter Notiz: „Eine Antwort von Cara habe ich noch nicht!“

sich zwangloser gemacht.

Mit herzlichen Grüßen  
Stets Ihr  
Hasse

## 2.35 06.09.1937, Hecke an Hasse

*Nachfolge Artin: Hasse, Siegel, Witt, Deuring, Kähler? Artin wird nach Notre Dame gehen. Für Eichler sind die Mittel bewilligt. Artikel Chevalley für die Enzyklopädie. Artikel Suetuna.*

Hamburg 6. Sept. 37.

Lieber Herr Hasse !

Die Angelegenheit Artin nimmt für uns insofern einen besseren Verlauf, als zu hoffen war, als von Berlin gleichzeitig mit der offiziellen Mitteilung an die Fakultät die Aufforderung einlief, für einen Nachfolger zu sorgen, und sogar der Beschleunigung wegen zunächst eine provisorische Vertretung durch einen Privatdozenten zu schaffen, wie ich das schon vorhatte.

Wir haben neulich schon eine Sitzung darüber gehabt und uns dabei auf den Vorschlag von Witt und Deuring geeinigt, wobei wir aber feststellten, daß wir über den Habilitations-Zustand beider nicht genau orientiert sind. Ich habe deswegen gleich an D. geschrieben nach dem Abbeanum, wo aber vielleicht die Anfrage der Ferien wegen lange liegen bleibt. Viel wichtiger ist die definitive Liste. Blaschke hat mir erzählt, daß Sie ev. kommen würden, was mich sehr überraschte – aber es könnte mir nichts Lieberes und Angenehmeres geschehen, und so bin ich natürlich dafür, Sie zuerst zu nennen. Ich fürchte aber, daß man in Berlin diese Minderung Göttingens zu Gunsten von Hamburg kaum machen wird, ebensowenig wie die Berufung Siegels hierher, den wir wohl an 2. Stelle nennen werden, und so werden diese beiden Namen auf der Liste wohl mehr ornamentalen Charakter haben. Weiterhin dachte ich an van der Waerden und Reidemeister, aber bei letzterem Namen macht Bl. Schwierigkeiten, was zu erwarten war, da er Kähler haben will. Nun hat sich meine anfängliche Schätzung von K. allmählich vermindert; er ist zweifellos sehr begabt, aber die tatsächlich vorliegenden Leistungen sind noch nicht so überragend, daß man sie etwa über die von Reidemeister stellen könnte,

und vor allem – abgesehen davon, daß er einen miserablen Vortrag hat, eigentlich nur Monologe – er scheint mir menschlich als Persönlichkeit nicht so erfreulich; er lehnt neuerdings, besessen von einem großen Ehrgeiz, eingehendere mathematische Unterhaltungen ab, da zu befürchten sei, daß ihm andere seine Ideen wegnehmen könnten (Verba ipsissima!), eine für einen Lehrer nicht grade erwünschte Einstellung. Sind Sie in der Lage, mir eine Beurteilung beider Herren zu geben, die man etwa auch in der Sitzung zur Sprache bringen könnte? Ich wäre Ihnen sehr dankbar dafür.

Auch über jüngere Herren Ihre Vorschläge zu hören, wäre mir sehr erwünscht für den Fall, daß wir wie in Tübingen beauftragt werden, eine Sonderliste nur mit Privatdozenten zu machen.

Artin hat übrigens eben eine, nicht sehr günstige, Berufung nach Notre Dame in Indiana angenommen, und will schon Ende Oktober übersiedeln. Aber er wird wohl sehr bald drüben eine angemessenere Position finden. Bitte davon aber nichts an Bl. zu erwähnen, der wieder sehr gern seine Finger auch in dieser Angelegenheit haben möchte – und im übrigen schon die Ansicht äußerte, daß an der Pensionierung wohl Artin selbst noch in anderer Hinsicht schuld sei, wovon er, Bl., sicher in einigen Wochen sogar überzeugt sein wird.

Ich bin mit Ihnen ganz einer Meinung, daß man in Berlin nichts mehr für Artin tun kann und daß man auch im Februar in Berlin ganz bona fide gehandelt hat.

Wegen Dr. Eichler hat mir Cara geschrieben, daß die 900 RM durch ihn bewilligt sind, daß er aber die laufenden Zahlungen nicht an E. sondern an Sie abführen möchte. Bitte geben Sie Ihm Ihr Bankkonto an. Die 100 RM für den Artikel Chevalley sind bereits direkt an E. gezahlt worden.<sup>1</sup>

Anbei Ihren Brief an Cara zurück und einen Durchschlag eines Briefes von mir an Heisig.

Herzlichen Gruß

Ihr

E. Hecke.

---

<sup>1</sup>Chevalley hatte für die Enzyklopädie einen Artikel über Klassenkörper verfasst. Dieser Artikel enthielt in seiner endgültigen Fassung den Aufbau der Theorie mit dem neuartigen Begriff der „Idele“. Aufgrund der Zeitumstände kam es nicht mehr zur Publikation dieses Artikels. Wir haben das Manuskript leider nicht mehr aufgefunden. Chevalley hat dann 1941 in den *Annals of Mathematics* seine Theorie erstmals publiziert.

(Ihre Zetafunctn. in Funktionenkörpern sollen doch wohl auch nach Ihrer Ansicht in dem Artikel Suetuna gebracht werden ? Er hat sie in seiner Disposition noch garnicht erwähnt.)

## 2.36 13.09.1937, Hasse an Hecke

*Zur Nachfolge Artin: Witt, Deuring, Kähler. Van der Waerden, Reidemeister. Enzyklpädie-Artikel F. K. Schmidt.*

Mathematisches Institut  
der Universität

Göttingen, den 13. 9. 37  
Bunsenstraße 3/5

Prof. Dr. H. Hasse

Herrn Prof. Dr. Hecke

Hamburg-Fuhlsbüttel  
Kleekamp 34

Lieber Herr Hecke,

herzlichen Dank für Ihren freundlichen Brief vom 6. September.

Der Habilitationszustand von Witt ist der, daß er seit langem Dr. habil. ist und eben das Dozentenlager absolviert hat. Auch hat er seine öffentliche Probedorlesung bereits gehalten. Die Erteilung der Dozentur steht also unmittelbar bevor. Bei Deuring liegen die Dinge meines Wissens ganz entsprechend.

Vielen Dank für Ihre freundlichen Worte, die mich in Verbindung mit Hamburg betreffen. Ich möchte Ihnen noch sagen, daß ich durchaus einverstanden wäre, wenn Sie meine Bereitwilligkeit zu kommen in Ihrem Vorschlag zum Ausdruck brächten. Ich glaube aber wie Sie, daß alles dieses nicht den geringsten Erfolg haben wird.

Kähler kenne ich als Mathematiker, zufolge der ja auch von Ihnen hervorgehobenen Zurückhaltung, nur aus seiner ganz jungen Zeit in Leipzig. Dort machte er mir einen sehr geweckten und auch vielseitigen Eindruck. Ich stimme Ihnen aber darin vollständig zu, daß er vorläufig bei einem Vergleich

mit v. d. Waerden oder auch Reidemeister zurückstehen muß, ehe er nicht die Hoffnungen in die Tat umgesetzt hat, die seine andeutungsweisen Äußerungen erweckt haben. Auch glaube ich, daß er als Lehrer bei weitem nicht die Wirkung eines v. d. Waerden oder Reidemeister haben würde.

Von den beiden letzteren stelle ich v. d. Waerden weit höher als Reidemeister. Über v. d. Waerden brauche ich wohl kaum etwas zu sagen. Reidemeister mag kluge und originelle Ideen haben, ist aber in der Durchführung und auch im Vortrag oft etwas konfus. Ich fürchte übrigens, daß alle beide nicht gerade den ungeteilten Beifall von oben her finden werden.

Von jüngeren Herren, die Artin ersetzen könnten, sind meiner Ansicht nach Witt und Deuring die besten, jedenfalls was ihre wissenschaftliche Qualität anbetrifft. Einen Ersatz für die lebendige Persönlichkeit Artins würden sie allerdings beide nicht darstellen. Das habe ich auch schon in dem Gutachten über Witt zum Ausdruck gebracht, das ich Herrn Blaschke in die Hand gab.

An Carathéodory habe ich im gewünschten Sinne geschrieben.

Ein Brief an Teubner in Enzyklopädieangelegenheiten im Durchschlag beiliegend.

Die Zetafunktionen im Funktionenkörper mit endlichem Konstantenkörper gehören meiner Ansicht nach, weil ja die Analysis dabei eine völlig untergeordnete Rolle spielt, in den Artikel von F. K. Schmidt.

In den nächsten Wochen werde ich für die Enzyklopädie nicht viel zu haben sein, da ich an meinem Buch arbeiten will.<sup>1</sup> Ihres absoluten Verständnisses dafür bin ich gewiß. Wenn Herr Dr. Heisig drängt, läßt mich das kalt.

Nach Kreuznach fahre ich aus diesem Grunde auch nicht.

Mit vielen herzlichen Grüßen  
stets Ihr  
Hasse

---

<sup>1</sup>Es handelt sich um das Zahlentheorie-Buch, das zunächst im Springer-Verlag erscheinen sollte, dann aber erst 1949 im Akademie-Verlag erschien.

## 2.37 08.10.1937, Hecke an Hasse

*Vorwort zur Enzyklopädie. Specht. Artins fahren am 20. Oktober ab.  
Nachfolge Artin.*

Hamburg 8. Oktober 37.

Lieber Herr Hasse !

Mit dem Vorwort für die Enzyklopädie werde ich Sie nicht durch meine Abreise im Stich lassen, werde mir jetzt auch schon etwas der Art überlegen. – Wenn man überhaupt jemanden für die Artikel B 3 und B 11 finden kann, bin ich natürlich dafür, jede Möglichkeit zu ergreifen. Ich kenne Herrn Specht von dieser Seite garnicht. Wenn Sie an ihn damit herantreten wollen, haben Sie natürlich mein Einverständnis.

Artins haben die Absicht, schon am 20. Oktober abzufahren, das amerik. Visum haben sie gestern glücklich erhalten. Es fehlt jetzt noch die Genehmigung der Devisenstelle zu der Ausfuhr der Möbel etc.

Neulich haben wir eine Sitzung wegen der Nachfolge Artins gehabt. Wegen Witt war aus Berlin die Nachricht gekommen, daß er zum Winter als Ordinarius nach Bonn soll, und Deuring sei politisch belastet ! Einige Angsthasen waren sofort der Meinung, daß man deshalb Deuring streichen müßte. Wir haben aber doch durchgesetzt, daß er wieder auf der ergänzten Liste für die provisorische Vertretung genannt ist. Es ist sehr traurig, daß solche Verdächtigungen, auch wenn sie als unbegründet sich erwiesen haben, immer noch nachwirken. Das ist noch schlimmer in einem andern Falle gewesen, wo sogar unverblümt von einem Pg. gesagt wurde: Auch wenn eine Untersuchung in politicis mit einer Rehabilitierung ende, sei der Betreffende doch verärgert, könne also nicht mehr aus vollem Herzen mit dem offiziellen Kurs mitmachen – und sei daher lieber als Kollege nicht zu wünschen ! – In der Liste sind wir in der Kommission jetzt soweit einig, daß an erster Stelle Sie und Siegel genannt werden sollen. Übrigens wird unser Dekan, der Zoolo-

ge Klatt, der Sie aus Halle kennt, im Oktober Sie wahrscheinlich auf der Durchreise einmal aufsuchen. Was er noch an Nachrichten über Meinungen und Wünsche im Berliner Ministerium, wenigstens von einem Herrn Menzel (nicht von Dames) mitteilte, war ziemlich kurios.

Es sind hier grade jetzt unter den Kollegen der Fakultät außer Artin noch andere betrübliche Ereignisse passiert. Der Dekan machte ein paar Andeutungen gegen mich, wollte aber noch keine genauen Angaben machen. Bei der Rückkehr von der Sitzung fand ich Ihren Brief mit dem mir rätselhaften Schluß über Bl. Von der Angelegenheit weiß ich nichts, es interessiert mich natürlich sehr und ich würde von Ihnen gern Näheres hören. Ein Zusammenstoß mit Bl. ist ja leicht zu haben, aber da <sup>Bb.!</sup>er ja zu törichte Dinge behauptet und vertritt, halte ich meinen Kollegen nicht für ernsthaft gefährdet. Die Wirkung einer solchen Angelegenheit auf ganz andere Kreise wäre vielleicht dem Kollegen nicht unerwünscht.

Ich lasse die Hoffnung nicht ganz los, daß aus Ihrem Herkommen doch noch etwas wird!

Herzliche Grüße

Ihr

E. Hecke.

## 2.38 11.10.1937, Hasse an Hecke

*Nachfolge Artin: Witt/Kähler. Angelegenheit Blaschke–Bieberbach.*

11. 10. 37

Prof. Dr. H. Hasse

Herrn Prof. Dr. Hecke

Hamburg–Fuhlsbüttel  
Kleekamp 34

Lieber Herr Hecke,

heute war Ihr Dekan da, und ich habe mich mit ihm zwei Stunden lang ange-regt über alles mögliche unterhalten. Ich habe ihm die Leute, nach denen er mich fragte: Siegel, van der Waerden, Reidemeister, Witt, Deuring, Kähler, Fitting, Sperner, Rehbock, E. A. Weiß charakterisiert. Er war besonders für Witt interessiert. Er meinte, daß man von Berlin aus sicherlich die Stelle mit einem Jüngeren besetzen würde, wobei vor allem auch der Gesichtspunkt mitspricht, daß Hamburg nicht Preußen ist. Es hat mich einigermaßen er-staunt von ihm zu hören, daß Reidemeister von Ihnen mehr vertreten wird als von Blaschke, wo er doch hauptsächlich Blaschkes Schüler ist. Wie ich Ih-nen schon einmal schrieb, ist mein Urteil über ihn nicht so besonders günstig. Ich stelle v. d. Waerden erheblich höher. Aber ich glaube, Sie werden keinen von beiden nach Hamburg bekommen, sondern es wird sich darum handeln, ob Sie Witt durchsetzen können, oder ob es Blaschke gelingt, seinem Protégé Kähler zum Siege zu verhelfen. Ich habe Ihrem Dekan gegenüber Ihre Beden-ken gegen Kähler, die auch meine sind, stark unterstrichen.

Von der Angelegenheit Blaschke – Bieberbach weiß ich durch Berichte von Bekannten, die auf der Kreuznacher Tagung waren. Dort erzählte man

sich nämlich folgendes: ein Schüler oder eine Schülerin von Bieberbach hatte vor einiger Zeit einen neuen hübschen Beweis für die isoperimetrische Eigenschaft des Kreises gegeben und war damit nach Hamburg gekommen. Blaschke bemerkte bei der Durchsicht, daß man das durch eine unwesentliche Ausgestaltung auch im Raum machen könnte und veröffentlichte darauf von sich aus eine Mitteilung in Italien, ohne den wahren Urheber des Gedankens zu nennen. Es wurde auch erzählt, daß in dieser Angelegenheit von Bieberbach ein Disziplinarverfahren gegen Blaschke angestrengt sei. Ich habe keine Ahnung, ob diese Darstellung des Sachverhaltes die Tatsachen richtig wiedergibt und bitte Sie deshalb, sie mit allem Vorbehalt hinzunehmen.

Übrigens beschwerte sich Ihr Dekan sehr über Sie hinsichtlich Ihres Verhaltens bei der Einreichung Ihres Urlaubsgesuches für Amerika. Sie hätten ihn dabei völlig übergangen, und das sei keine Art. Er meinte, daß darin der Hauptgrund für die Nichtgenehmigung des entsprechenden Gesuches von Artin gelegen habe. Ich habe diese seine Ansicht durch Bericht über meine Kenntnisse aus dem Ministerium – Unterredung mit Dames – entkräftet und habe außerdem ihm begreiflich zu machen versucht, weshalb Sie nicht den Dienstweg gegangen sind. Ich habe ihm nämlich gesagt, daß es für Sie in dieser Sache vor allen Dingen wesentlich gewesen sei, daß man in Hamburg nicht vorzeitig über Ihre Absicht sprach, und daß Sie vermutlich aus diesem Grunde zunächst einmal auf inoffiziellem direktem Wege sich die erforderliche Genehmigung zusichern lassen wollten. Hoffentlich habe ich das richtig gesagt. Es schien mir angebracht, zu Herrn Klatts Ausführungen nicht ganz zu schweigen sondern ihm Ihr Verhalten begreiflich zu machen zu versuchen.

Übrigens hat mich auch vor einigen Tagen Blaschke noch einmal in einem sehr listigen Brief gebeten, meine Ansicht über Reidemeister zu sagen. Nach der heutigen Rücksprache mit dem Dekan werde ich aber diese Anfrage nun nicht mehr beantworten.

Mit herzlichen Grüßen  
Hasse

## 2.39 14.10.1937, Hecke an Hasse

*Enzyklopädie. Artikel Bachmann. Schönhardt, Brauer. Weiteres zur Nachfolge Artin. Die Familie Artin wird mit besonderer Herzlichkeit fortgefeiert.*

Hamburg 14. Oktober 37.

Lieber Herr Hasse !

Für Ihren ausführlichen Brief vielen Dank.

1) Ich schicke Ihnen hiermit ein paar Notizen zu dem Prospekt der Enzyklopädie. Sie haben ganz recht, daß man ein Vorwort erst machen kann, wenn alle Artikel vorhanden sind. Jetzt kann man Teubner nur Material geben, das er zur Reclame benutzen soll und das er ev. nach der buchhändlerischen und historischen Seite ergänzen muß. Was Heisig eigentlich will, hat er m. E. nicht klar genug ausgedrückt. Senden Sie bitte das eine Exemplar mit Ihren Zusätzen an Teubner weiter, das andere ist für Sie.

2) Das Manuskript Bachmann will ich gern zuerst ansehen; Brauer schicke ich Ihnen sehr bald.

3) Schönhardt mit seinen 4 1/2 Bogen soll man energisch zusammenstreichen. Der Artikel ist doch wirklich nicht so sehr bedeutungsvoll.

4) Über die Namen auf unserer Liste haben wir wirklich verschiedene Meinung. Ich halte Reidemeister für sehr gut, einen wirklich fähigen und originellen und tiefen mathematischen Kopf, auch rein wissenschaftlich für bedeutender als van der Waerden. In beidem ist übrigens auch Artin derselben Meinung, aus genauer Kenntnis der Arbeiten von Reidemeister, was mir eine willkommene moralische Unterstützung ist. Aber R. ist leider ein schlechter Dozent und auch nicht Schule-bildend, worin v. d. W. ihm sehr überlegen ist. Kähler hatte Blaschke nach einer Unterhaltung mit mir schon fallen gelassen, es schien ihm nicht so sehr viel daran zu liegen. In der Sitzung holte er ihn plötzlich wieder hervor mit der Begründung: Einigen wir uns

darauf, daß Sie R. fallen lassen wenn ich auf K. verzichte !!

Die Angelegenheit, die der Dekan neulich andeutete, ist inzwischen offiziell geworden, es handelt sich um die Pensionierung eines – wenig angenehmen – Kollegen, scheinbar sehr gewaltigen Pg., bei dem irgend etwas ausgegraben worden ist; Blaschke war sehr liiert mit ihm. Vielleicht im Zusammenhang damit ist bei Bl. und anderen Mitgliedern der Kommission die Neigung besonders groß, den von Berlin ja sehr protegierten Witt als eigentlichen Kandidaten auf die Liste zu setzen. Bl. hatte schon immer diesen Wunsch, zunächst noch mit Vorbehalt. In meinen Augen ist Witt eine vielleicht sehr große Hoffnung, aber doch noch zu jung und zu wenig erprobt, als daß man ihn in erster Linie als Nachfolger des so vielseitigen Artin nennen müßte. Viel besser scheint mir Seifert, mit dem Blaschke auch sehr einverstanden sich erklärte.

Von der Angelegenheit Bl.-Bb. habe ich inzwischen auch von anderer Seite Gerüchte gehört, die ungefähr, aber nicht ganz, sich mit dem decken, was Sie gehört haben. Es scheint mir aber für Bl. mehr eine unangenehme Lappalie als eine ernsthafte Gefährdung zu sein, wenn auch im Prinzip bei der völlig hemmungslosen Art des Vorgehens von Bb. ja alles möglich ist.

5) Daß Sie so ausführlich sich mit dem Dekan ausgesprochen haben und dabei auch in der anderen Sache für mich gesprochen haben, ist sehr freundlich von Ihnen. Der Dekan ist sehr energisch, etwas grob und formlos, aber sehr cholerisch, im ganzen ist er uns wohl nützlich. Was Sie für mich gesagt haben, trifft zu, aber erschöpft den Sachverhalt in einer für den Dekan wichtigen Hinsicht nicht. Ich muß sowieso in den nächsten Tagen in dieser Sache mit ihm reden und werde dabei auf die alte – wirklich ganz belanglose Sache zu sprechen kommen. Meine Auffassung, aus der heraus ich ihn „übergangen habe“, hat sich inzwischen leider als sehr richtig erwiesen. Der Geschäftsgang in den Beziehungen zwischen einem Hamburger Professor, der Hamburger Behörde und dem Berliner Ministerium ist so verworren, daß ich bis heute – ganz unabhängig von der Entlassung Artins – noch von der Hamburger Behörde keinen Urlaub für Amerika habe, obwohl mir die Hamburger Behörde die Berliner Genehmigung zur Annahme der Einladung im März mitgeteilt hat!

Wir sind jetzt sehr beschäftigt, die Familie Artin mit besonderer Herzlichkeit fortzufeiern und ihnen zum Ausdruck zu bringen, wie traurig wir über ihr Fortgehen sind (Er selbst geht nur mit sehr schwerem Herzen hinüber).

Mit herzlichen Grüßen Ihr E. Hecke

## 2.40 ohne Datum, Hecke an Hasse

*Siegels Weg wird wohl über G. oder H. nach Amerika gehen. Eichler.*

Mathematisches Seminar  
der Hansischen Universität.

HAMBURG 13, den  
Rothenbaumchaussee 21

Lieber Herr Hasse,

Siegel hat mir grade geschrieben; er scheint sehr missgestimmt, dass seine Berufung nach Göttingen immer noch nicht erfolgt ist. Er schreibt, dass er wohl weder nach G. noch nach Hbg. berufen werden wird, sondern dass sein Weg über G. + H. nach Amerika gehen wird. – Mit dem Dekan habe ich verschiedenes durchgesprochen; der Zuschuss zu der Kenntnis der allgemeinen Situation hier, den Sie ihm von neutraler Seite gegeben haben, scheint sehr günstig gewirkt zu haben. – Für Eichler freue ich mich sehr; hoffentlich kommt die Zeit  $t$  nicht explicite in dem Beweis vor.

Gruss

Hecke.

## 2.41 21.10.1937, Hasse an Hecke

*Hasse geht der Abschied von Artin sehr nahe, hat noch ein paar Zeilen an Artin geschrieben. Seifert, Rohrbach, Deuring. Eichler zum Fall 1 des Fermatschen Problems.*

21. 10. 37

Lieber Herr Hecke !

Ich wollte in dem Enzykl. Brief nicht auf die pers. Dinge eingehen, weil jetzt Herr Eichler die Enzykl. Akten dauernd in die Hände bekommt. Ich danke Ihnen vielmals für alle Ihre ausführlichen Mitteilungen aus Hamburg. Inzwischen haben Sie ja nun wohl die Abschiedsfeier für Artin hinter sich. Mir geht diese Sache wirklich furchtbar nahe. Ich habe Artin zum Abschied noch ein paar Zeilen geschrieben; es ist mir außerordentlich schwer gefallen. – Seifert ist sicher ein sehr guter Mathematiker, aber – wie Witt, Kähler u. z. T. auch Deuring – ein großer Schweiger. – *Persönlich* könnte ich übrigens auch *Rohrbach* wärmstens empfehlen, nur daß er noch keine mathem. Glanzleistung aufzuweisen hat. Als Dozent sticht er alle die anderen (außer v. d. Waerden) aus.

Eichler kam heute mit einem Beweis zu mir, daß  $x^\ell + y^\ell = z^\ell$  in einem total-reellen Zahlkörper durch  $\ell$  unteilbarer Diskr. unlösbar ist, u. a. also Fall I des Fermat !!

Ich habe noch einige Einzelheiten aufzuklären, aber der Beweis scheint in Ordnung; Hauptquelle der Hilbert–Furtwängler–Artinsche Hauptidealsatz; keine Analysis oder dioph. Appr. Bitte behalten Sie aber diese Mitteilung bis auf Widerruf noch für sich. Ich möchte erst ganz sicher sein, daß es stimmt, damit Eichler nicht in den Ruf eines „Fermatisten“ schlecher Sorte kommt.

Darf ich Sie wohl bitten, Mitteilungen mathematischer Art in Zukunft nicht in Enzykl. schreiben, sondern auf besonderem Blatt beizulegen . Es ist

mir angenehmer wegen Eichler.

Herzliche Grüße in Eile

Ihr Hasse

## 2.42 25.10.1937, Hasse an Hecke

*Über Siegels Berufung. Eichlers Beweis.*

25. 10. 37

Lieber Herr Hecke !

Herzlichen Dank für Ihren eben eintreffenden Brief. Was Sie über Siegel schreiben, beunruhigt mich. Unser Dekan war nämlich in Berlin. Man hat ihm gesagt, daß Siegel noch zum Wintersemester nach hier berufen werden soll. Die Berufung würde vermutlich in den ersten Novembertagen erfolgen. Wenn Sie Siegel das schreiben oder besser noch mir seine derzeitige Anschrift mitteilen könnten, wäre ich Ihnen sehr dankbar. Ich habe bisher nicht geschrieben, weil ich nicht wollte, daß mein Brief etwa bis zu Siegels Rückkehr in Frankfurt lagert. –

Eichlers Beweis enthält im Augenblick noch die Zeit  $t$ . Wir hoffen auf Elimination. Wie es auch ausgeht – er ist ein sehr kluger und ideenreicher Mathematiker.

Herzlichst Ihr  
Hasse

Auf „Liesche Ringe“ komme ich zurück !

## 2.43 08.11.1937, Hasse an Hecke

*Hat Hecke einen Vorschlag zur Besetzung einer Assistentenstelle?  
(Nachfolge H. L. Schmidt)*

8. 11. 37

Prof. Dr. H. Hasse

Herrn Prof. Dr. Hecke

Hamburg-Fuhlsbüttel  
Kleekamp 34

Lieber Herr Hecke,

mein bisheriger Assistent, Dr. H. L. Schmid, hat sich Dinge zuschulden kommen lassen, die seine sofortige Entlassung zur Folge haben. Mir war das ein sehr schwerer Schlag, da ich sehr viel von Schmid hielt und er mir eine große Hilfe gewesen ist, vor allem auch für mein Buch. Auch abgesehen davon ist es natürlich sehr wenig schön, von einem Menschen, für den man sehr viel getan hat, charakterlich enttäuscht zu werden. Ich wollte Sie nun fragen, ob vielleicht in Hamburg ein geeigneter Ersatz zu finden ist. Was ich brauche, ist ein junger Mathematiker, der wohlbeschlagen in höherer Algebra und Zahlentheorie ist, so daß er mir vor allen Dingen bei der Durchsicht des Manuskriptes meines Buches mehr als bloß formale Hilfe leisten kann. Auf der andern Seite ist dafür aber ein Mensch vom Typus Witt nicht sehr geeignet, weil er zu starr ist. Vielleicht hat Artin irgend einen Schüler hinterlassen, der in Frage käme. Was ich bieten kann, ist eine außerplanmäßige Assistentenstelle, die hier mit ca RM 160.– netto bezahlt wird.

Herzlichst

Ihr

Hasse

## 2.44 12.11.1937, Hecke an Hasse

*Antwort: Einige Namen, die als Assistent in Frage kommen würden.*

Mathematisches Seminar  
der Hansischen Universität.

---

HAMBURG 13, den 12. XI. 37.  
Rothenbaumchaussee 21

Lieber Herr Hasse,

Von jüngeren Herren, die zu Ihren Bedingungen etwa in Frage kommen könnten, ist z. Zt. kaum jemand hier vorhanden. Ein Artin-Schüler *Weissinger*, dessen Dr.-Arbeit nächstens in d. Hbg. Abh. herauskommt, und der recht ordentlich ist und wieder rein mathem. arbeiten möchte, ist wahrscheinlich greifbar; er ist glaube ich, bei Flugindustrie, Adresse Berlin-Grünau, Am Kanal 1. bei Mittwenz.

Ferner soll *Wielandt*, den Sie sicher kennen (er macht augenblicklich die Arbeit in d. Redaktion der „Fortschritte“), sehr gern von dort weg wollen. Endlich sagte mir Zassenhaus, dass Herr *Burau*, z. Zt. an der Seewarte hier, ein Schüler von Artin sei, über dessen Qualitäten aber Unkenntnis besteht.

Schliesslich will sich Herr Dr. *Bullig*, Schüler von Toeplitz, der eine sehr gute u. originelle Dr.-Arbeit über einen Algorithmus zur Konstruktion von Einheiten in kubischen Körpern gemacht hat, grade zum Dr. habil. hier melden. Seine Arbeit ist fertig. Ich kenne ihn, da er gelegentlich hier Vorlesungen bei mir hörte (er ist zur Aushilfe bei der Seewarte). Er stöhnt sehr über seine Beschäftigung und würde sicher liebend gern zu Ihnen. Ob er das kann, was Sie brauchen, weiss ich nicht. Seine Adresse: *Hbg. 20., Schrammsweg*. Ich kenne ich auch persönlich als sehr netten, bescheidenen und anständigen Menschen. – Denken Sie auch daran, etwa Eichler für sich zu nehmen?

Herzliche Grüsse Ihr E. Hecke.

## 2.45 15.11.1937, Hasse an Hecke

*Assistentenfrage: Franz, Wielandt, Eichler. Berufung Siegel gesichert, aber noch nicht offiziell entschieden. Heckes Amerikareise ist gesichert. Nachwuchs von Mathematikern in Deutschland.*

15. 11. 37

Prof. Dr. H. Hasse

Herrn Prof. Dr. Hecke

Hamburg-Fuhlsbüttel  
Kleekamp 34

Lieber Herr Hecke,

vielen herzlichen Dank für Ihre freundliche Hilfe in der Assistentenfrage. Ich habe zunächst noch einen anderen Ausweg versucht, der mir persönlich am liebsten wäre, nämlich meinen früheren Marburger Assistenten Franz wiederzubekommen. Dieser ist zwar jetzt planmäßiger Assistent in Gießen. Es bietet sich aber die Möglichkeit, ihn für ein Jahr nach Göttingen beurlauben zu lassen, ohne daß er seine Stelle dort verliert. Für den Fall, daß das doch nicht zustande kommt, werde ich vielleicht auf den einen oder andern der von Ihnen genannten Herren zurückkommen. Am besten würde mir von den Genannten Wielandt zusagen. Vielleicht nehme ich auch, wie Sie zum Schluß schrieben, einfach Eichler. Ich fürchte mich nur davor, ihn gleichzeitig mit der Enzyklopädie und meinem Buch zu belasten, weil dann das eine von diesen sicher leidet.

Die Sache Siegel ist noch immer nicht entschieden. Ich habe durch den Dekan aus Berlin gehört, daß die Berufung Siegels selbst gesichert sei und jeden Tag ausgesprochen werden könne. Mir unverständlicherweise will man das aber nicht eher tun, als die Frage seiner Vertretung in Frankfurt gleichzeitig

geregelt ist, und man wartet den Eingang einer Entscheidung aus München über diese Vertretung ab. Ich habe keine Ahnung, wen man da zur Vertretung vorgesehen hat. Unser Dekan hatte den Namen nicht verstanden oder nicht behalten. Er glaubt sich zu entsinnen, daß der erste Buchstabe ein 'T' sei.

Übrigens habe ich Ihnen noch gar nicht gesagt, daß ich mich sehr freue, daß Ihre Amerikareise nun gesichert ist. Es tut mir sehr leid, daß ich Sie trotz Ihrer Mitteilung, daß Sie jetzt wenig Zeit haben, dauernd mit Enzyklopädie- und andern Dingen aufgehalten habe.

Ich habe noch eine Sache, über die ich vor Ihrer Abreise sehr gern mit Ihnen in Verbindung treten möchte: Als ich im Frühjahr in Berlin war, um über Siegel zu sprechen, hat mir Herr Dames einen ganz allgemeinen Auftrag gegeben. Er wollte von mir eine Art Stellungnahme zu der gegenwärtigen Besetzung der mathematischen Lehrstühle in Deutschland haben, aus der er ersehen kann, an welchen Stellen von irgendwelchen Gesichtspunkten aus Umbesetzungen erwünscht seien. Dazu auch eine Übersicht über die vorhandenen Anwärter auf Stellen nebst ungefähren Angaben, wo man sie am besten hinsetzen könnte. Ich sollte mich nach seinem Wunsch darüber mit Kollegen besprechen, ohne allerdings durchblicken zu lassen, daß ich diesen Auftrag hätte. Nun können Sie sich denken, daß ein solcher Auftrag, der einem Mann wie Blaschke oder Courant große Freude gemacht hätte, mir selbst sehr wenig angenehm ist. Ich möchte aber auf der andern Seite Herrn Dames nicht gern verstimmen oder ihn im Stich lassen. Denn ich habe den Eindruck, daß Herr Dames bei den Mathematikern ziemlich im Dunkeln tappt – er ist selbst Physiker – und glaube, daß man mit vernünftigen Ratschlägen sehr Gutes stiften kann. Am liebsten möchte ich mich dieser Aufgabe dadurch entledigen, daß ich meinen guten Willen durch einige Hinweise der von ihm gewünschten Art zeige, etwa Fälle, wo tüchtige reine Mathematiker an Technischen Hochschulen verschmachten und umgekehrt, und auch auf einige Fälle, wo tüchtige Mathematiker seit Jahren vergebens auf einen Ruf warten, und ich wäre Ihnen für Beiträge dieser Art außerordentlich dankbar. Also seien Sie nicht böse, wenn ich mich an Sie halte, solange Sie noch hier sind. Denn diese Sache soll ja eigentlich schon im Oktober gemacht sein.

Herzlichst Ihr  
Hasse

## 2.46 30.11.1937, Hasse an Hecke

*Personelle Berufsfragen. Hamburger Berufsliste. Eichler.  
Franz.*

30. 11. 37

Prof. Dr. H. Hasse

Herrn Prof. Dr. Hecke

Hamburg-Fuhlsbüttel  
Kleekamp 34

Lieber Herr Hecke,

haben Sie vielen herzlichen Dank für Ihre freundliche ausführliche Mit-  
hilfe in der personellen Angelegenheit. Ihr Brief kam gerade noch rechtzeitig.  
Ich wurde plötzlich vor die Notwendigkeit gestellt, meinen Bericht schnell  
zum Abschluß zu bringen. Von Ihren Bemerkungen habe ich dabei Gebrauch  
gemacht. Ich habe von W. Maier abgeraten und dafür Hoheisel empfohlen.  
Auch die Anregung wegen Neder habe ich aufgegriffen und für Petersson ein  
Wort eingelegt. Für Robert Schmidt allerdings glaubte ich es nicht verant-  
worten zu können, mich erneut einzusetzen.

Köthe steht, wie ich erfahren habe, in Tübingen an erster Stelle auf der  
Liste, Ersatz Kamke. Ich habe dazu geraten, ihm die Stelle zu geben. Ich sehe  
nicht ganz ein, weshalb Sie der Meinung sind, daß Reidemeister in Marburg  
nicht einen genügend großen Wirkungskreis hat. Marburg ist mit mathe-  
matischen Stellen besser versehen als manche größere Universität. Auch ist  
die Studentenzahl in Marburg durchaus nicht klein und das Niveau gut. Es  
schiene mir auch abgesehen davon nicht geboten, dem Ministerium nahezu-  
legen, ihn aus Marburg wegzunehmen. Ich habe über ihn überhaupt nichts  
gesagt. Meine Aufgabe war ja so vorgezeichnet, daß ich aufzeigen sollte, wel-

che Umbesetzungen oder Neubesetzungen mir im Interesse des Ganzen im Augenblick für geboten erschienen.

Von Ihrer Liste hatte ich durch Blaschke erfahren, unter Einschluß Ihres Separatvotums.

Vorläufig behalte ich Eichler als Hilfskraft für die Enzyklopädie bei. Ich habe für mein Buch anderweitig eine Hilfe gewonnen: mein früherer Assistent Franz wird in den Ferien mit Sonderauftrag hierher kommen und mir ganz zur Verfügung stehen. Das ist mir persönlich und sachlich die liebste Lösung gewesen.

Nochmals besten Dank und viele herzliche Grüße

Ihr  
Hasse

## 2.47 06.12.1937, Hasse an Hecke

*Habilitation Eichler.*

6. 12. 37

Prof. Dr. H. Hasse

Herrn Prof. Dr. Hecke

Hamburg-Fuhlsbüttel  
Kleekamp 34

Lieber Herr Hecke,

Herr Eichler bat mich, daß ich mich mit Ihnen wegen seines Dr. habil. in Verbindung setze. Er erzählte mir, Sie haben ihm versprochen, ihn das in Hamburg machen zu lassen. Da er nun aber hier ist, scheint es mir wie ihm richtiger, wenn er sich hier darum bewirbt. Zugleich in seinem Namen möchte ich Sie fragen, ob Ihnen das recht ist, oder ob Sie ihn lieber in Hamburg als Dr. habil. gewinnen wollen.

Sonst ist heute nichts.

Herzlichst Ihr  
Hasse

## 2.48 07.06.1938, Hasse an Hecke

*Hecke beabsichtigt, im Juli nach Göttingen zu kommen und Hilbert zu besuchen. Landherr.*

Prof. Dr. Hasse.

Göttingen, den 7. 6. 1938.

Lieber Herr Hecke,

besten Dank für Ihre Karte. Ich kann mir denken, dass Sie viel zu tun haben. Jedenfalls freue ich mich wenn Sie wenigstens im Juli nach Göttingen kommen. Hilberts sind dann, wie ich vorgestern feststellte, bestimmt hier. Ich werde nun Landherr für den letzten Termin im Sommersemester einladen.

Mit herzlichen Grüßen von Haus zu Haus,

Ihr  
Hasse

## 2.49 17.07.1938, Hecke an Hasse

*Enzyklopädie-Angelegenheiten. Hilbert.*

Hamburg 17. Juli 38.

Lieber Herr Hasse !

In den Ferien bin ich jetzt endlich dazu gekommen, die Fahnen der Art. Kamke, Bachmann, Knopp durchzuarbeiten. Ich werde sie also dann weitergehen lassen an Eichler, resp. Teubner.

Nun wird nächstens die Frage der weiteren Zahlungen an Eichler akut, sowohl die von Teubner als auch die von den Akademien. Haben Sie deswegen schon mit Teubner verhandelt ? Ich werde in den nächsten Wochen Anfang August wohl Caratheodory sprechen und will dann diese Frage mit ihm regeln. Es wäre ganz gut, wenn wir beide uns wieder einmal über diese und andere Enzyklopädie-Angelegenheiten unterhalten könnten.

Ich werde nun Ende Juli durch Göttingen kommen, wahrscheinlich am Freitag, 29. Juli, will am Abend bei Hilberts sein und, wenn es Ihnen in Ihre Zeiteinteilung passt, Sie am Sonnabend Vormittag aufsuchen, und dann Nachmittags nach Marburg weiterfahren. Ich habe aber völlig Verständnis dafür, wenn Sie mich abwinken, weil Sie aus irgend welchen Gründen sich einkapseln wollen. Würde es Ihnen gegebenen Falles besser passen, wenn ich Sie auf meiner Heimreise, etwa am 9. oder 10. August aufsuche ?

Mit herzlichen Grüßen

Ihr

E. Hecke.

## 2.50 03.11.1938, Hasse an Hecke

*Enzyklopädie-Angelegenheiten. Gerücht: Hat Artin das Klassenkörperturmproblem gelöst? Hasse hat soeben sein Buch an den Verlag geschickt.*

3. 11. 1938

Lieber Herr Hecke,

Ehe ich den zweiten Absatz des Heisig-Briefes vom 28. 10. beantworte, der sich auf die Frage der Weiterzahlung der Rm 45.– bezieht, möchte ich noch einmal mit Ihnen in Verbindung treten. Wir sprachen ja schon in Berlin über die Sache, und sie sagten da, dass die Akademien weitere Hilfsmittel geben wollten. Hat das inzwischen konkrete Form angenommen, so dass ich mich Teubner gegenüber darauf beziehen kann.

Einen geeigneten Mann, der von Ihnen zu Ihrer Entlastung in Enzyklopädiesachen beschäftigt werden kann, kann ich Ihnen u. U. in den nächsten Tagen nennen. Im Augenblick steht noch nicht ganz fest, ob er dafür frei ist. Oder haben Sie schon selbst jemand? Für *schnelle* Antwort hierzu wäre ich dankbar.

Und dann wollte ich Sie noch etwas Wissenschaftliches fragen, nämlich ob Sie auch von dem Gerücht gehört haben, dass Artin kürzlich das Klassenkörperturmproblem gelöst hat. Das wurde nämlich auf dem Kongress in Baden-Baden erzählt. Da ich dies Problem in meinem eben an den Verlag eingesandten Buch noch als grosses ungelöstes Problem bezeichnet habe, liegt mir viel daran, Gewissheit über dieses Gerücht zu erlangen. Ich muss aber fürchten, dass eine direkte Anfrage bei Artin unbeantwortet bleibt. Vielleicht weiss man ja in Hamburg Genaueres.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Hasse hat dann am 9. 12. 1938 eine direkte Anfrage an Artin in Bloomington geschickt, aber darauf keine Antwort erhalten. Das Gerücht traf übrigens nicht zu.

Herzliche Grüsse  
Ihr  
Hasse

P. S. Ich denke noch gern an den netten Abend im K. d. K zurück !

## 2.51 04.11.1938, Hecke an Hasse

*Enzyklopädie-Angelegenheiten. Hecke wird an Artin schreiben und wg. Klassenkörperturn anfragen. Heckmann. Heisenberg. Siegel. Studentenzahlen sind gestiegen.*

Hamburg 4. Nov. 38.

Lieber Herr Hasse !

Ich habe hier noch keine geeignete Hilfskraft für mich für die Enzyklopädie finden können und bin Ihnen sehr dankbar, wenn Sie aus Ihren Beständen jemanden abgeben können.

Von Cara habe ich neulich, d. h. vor etwa 6 Wochen eine Auskunft bekommen, daß der Fonds der Akademien für diesen Zweck noch Mittel hat. Ich hätte nur nötig, einen Antrag an ihn zu stellen.

Über den Klassenkörper-Turm und Artin ist mir hier nichts bekannt geworden. Ich schreibe aber in diesen Tagen an Artin und werde dabei ihn deshalb anfragen.

Wir haben hier unerwartet viele Math.-Studenten. In der Diff.-Rech. sind 17, und ich habe in höheren Vorlesungen 10–15.

Über den Astronomen Heckmann, den wir als einzigen auf unserer Liste hier genannt hatten, ist nach langer Verzögerung aus Berlin der Bescheid gekommen: Von der Dozentenführung in München seien Einwendungen wissenschaftlicher (!) und politischer Art gegen ihn erhoben. Wir sollten zwei weitere Namen auf die Liste setzen.

Die Nachricht über Heisenberg war mir zur Hälfte neu.

Ich war die letzten Tage sehr im Druck, weil ich zum 1. Nov. meine Arbeit abschicken wollte, was auch gelang, aber ich habe seit Berlin garnichts anderes machen können.

Herzliche Grüße, auch an Siegel, dessen Brief neulich mich höchst interessiert hat, sowie an Herglotz

Ihr

E. Hecke.

## 2.52 11.11.1938, Hasse an Hecke

*Enzyklopädie-Angelegenheiten. Stöhr. Boehle. Fall Heckmann.  
Wolfskehl-Stiftung. Siegel. A. Weil.*

11. 11. 38

Lieber Herr Hecke !

Vielen herzlichen Dank für Ihre schnelle Antwort. Leider kann ich Ihnen nun doch nicht eine geeignete Hilfskraft für die Enzyklopädie in Vorschlag bringen. Der Mann, den ich im Auge hatte, zieht es vor, sich zunächst um eine Stellung in der Industrie zu bewerben. Es war Herr Stöhr – bisher Berlin–, den wir eigentlich hier als Hilfsassistenten anstellen wollten. Das war ihm aber nicht genug; er hat einige Schulden und bekommt von zu Haus nichts. Ich habe ihm zwar sehr zugeredet, die Arbeit bei Ihnen anzunehmen, er will aber doch aus finanziellen Gründen zuvor versuchen, ob er in der gleichen Firma ankommt, in der kürzlich unser Herr Boehle eine so sehr gute Anstellung gefunden hat, einer Schiffbaufirma in Bremen. Diese hatte sich im vorigen Semester an uns um brauchbare junge Leute gewandt. Ich habe nun Herrn Stöhr gesagt, dass ich ihm nicht versprechen könnte, dass die Stelle bei Ihnen noch zu haben sei, wenn er etwa nach einiger Zeit darauf zurückkommen will, falls sich herausstellt dass er in Bremen nicht gebraucht werden kann. Damit rechne ich mit einiger Wahrscheinlichkeit. Denn im Gegensatz zu Boehle ist Stöhr als Theoretiker nicht besonders für die Anforderungen in der Industrie geschaffen. Sie sehen hiernach wie die Sache steht. Wenn Sie ganz schnell jemand haben möchten, so müssten Sie sich in Hamburg oder sonstwo nach einem geeigneten Mann umsehen. Wenn es noch etwas Zeit hat, kommt vielleicht Stöhr doch noch auf die Sache zurück.

Der gegenwärtige Stand des angesammelten Guthabens, das für die Hilfeleistungen bei der Enzykl. zur Verfügung steht, ist 1000.20 Rm.

An Heisig habe ich auf seinen Brief hin geschrieben, dass Caratheodory grundsätzlich die weitere Beteiligung der Akademien an der Stellung von einer Hilfskraft für die Herausgeber zugesagt hat. Ich habe Heisig gebeten, seine Zahlungen einstweilen fortzusetzen. Wir würden einen offiziellen Antrag an die Akademien stellen. Darf ich Sie wohl bitten, das zu tun ?

Wenn die Sache wieder im Laufen ist, möchte ich eigentlich gerne Heisig wissen lassen, inwieweit sich die Verwendung der Geldmittel inzwischen verändert hat, d. h. dass Eichler auf Grund seiner Assistentenanstellung jetzt nichts mehr davon bekommt, und dass Sie sich eine Hilfskraft halten. Es scheint mir allerdings unzweckmäßig, ihm zu sagen, dass Eichler die Assistentenstelle schon so lange hat und wir dadurch so viel Geld zurückgelegt haben. Wie denken Sie darüber ?

Sehr dankbar bin ich Ihnen, dass Sie sich bei Artin wegen des Klassenkörperturns erkundigen wollen. Ich bin auf das Ergebnis sehr gespannt.

Auch bei uns sind die Hörerzahlen gegenüber dem Vorjahre sehr gestiegen. In meiner Anal. Geom. habe ich 50, ebensoviele hat Graeser in der Diff. Rechn. Daneben läuft das Grundlagenkolleg für die Naturwissenschaftler mit etwa 50, sodass die 30 Hörer in den eigentlich-mathematischen Anfängervorlesungen wohl zum grössten Teil als reine Mathematiker zu buchen sind.

Über den Fall Heckmann bin ich durch ihn selbst und durch Schritte, die inzwischen in seinem Interesse hier eingeleitet sind gut unterrichtet. Es liegt in seinem und auch wohl in Ihrem Interesse, dass Sie der Aufforderung, noch zwei weitere Vorschläge zu machen, nicht allzuschnell nachkommen, jedenfalls nicht, bis die von hier aus eingeleiteten Schritte sich als hoffnungslos erwiesen haben. Denn es ist ja klar, dass in dem Moment, wo die Hamburger weitere Vorschläge machen, das Berliner Ministerium den Weg des geringsten Widerstandes nehmen wird. Die Einwendungen wissenschaftlicher Art gegen Heckmann bestehen in der Behauptung, er sei ein aktiver Verfechter der relativistischen Weltanschauung. Davon ist aber gar nicht die Rede. Im Gegenteil hat er sich z. B. in einem Vortrag hier in der Math. Ges. bemüht, anknüpfend an ältere Gedankengänge einen nicht-relativistischen Weg zur Begründung der Kosmologie zu finden. Die politischen Einwendungen bezeichnen ihn als mit starken Bindungen katholischer Richtung behaftet. Das Gutachten des hiesigen Kreisleiters Gengler, der selbst Astronom ist und Heckmann kennt und schätzt, war in jeder Weise günstig für ihn. Die Dozentenführung in München hat sich ganz ausdrücklich über dieses Gutachten hinweggesetzt. Sie schreiben, dass sie dem Gutachten des Göttinger Kreisleiters nicht bei-

treten können, sondern im Gegenteil. . . Natürlich hat sich da Gengler nun auf die Hinterbeine gestellt. Man muss abwarten, ob das Erfolg haben wird. Ich stelle es in Ihr Ermessen, von diesen Mitteilungen Ihrem Dekan und Rektor gegenüber Gebrauch zu machen. Sie würden in Heckmann einen ganz ausgezeichneten Forscher, Menschen und Kollegen bekommen.

Noch eine Kleinigkeit. Die hiesige Gesellschaft der Wissenschaften hat sich in ihrer letzten Geschäftssitzung auch mit der Wolfskehlstiftung befasst. Es sind tatsächlich noch die vollen 100.000.–Rm vorhanden. Man fürchtet, dass eines Tages der Staat die Hand auf diese Mittel legen könnte, da sie doch völlig unproduktiv daliegen und bisher jedenfalls nur Unheil gestiftet haben. Ich soll mit einer Kommission zusammen Vorschläge machen, ob man den Betrag nicht ev. einem anderen Zweck zuführen soll. Was meinen Sie dazu? Ich fände es natürlich schade, wenn vielleicht ein guter Mathematiker, sagen wir Siegel, in der nächsten Zeit doch noch eine Lösung fände und dann der Preis nicht mehr verfügbar wäre. Nach meinem Gefühl ist die Zeit durchaus reif für ein erfolgreiches Angreifen des Fermatproblems, gerade durch die Fortschritte von A. Weil und Siegel in der allgemeinen Theorie der Diophantischen Gleichungen (descente infinie).

Herzliche Grüsse

Ihr  
Hasse

## 2.53 15.11.1938, Hasse an Hecke

*Enzyklopädie-Angelegenheiten. Stöhr. Siegel ist verbittert.*

15. 11. 38

Lieber Herr Hecke !

Herr Stöhr hat mir heute gesagt, dass er sich doch entschlossen hat, sich Ihnen für die Arbeit an der Enzyklopädie zur Verfügung zu stellen. Ich glaube, dass er dafür gut geeignet ist. Natürlich müssten Sie sich ihn erst einmal ansehen. Nun steht ihm jetzt unmittelbar sein Doktortermin in Berlin bevor. Er könnte aber doch wohl vorher kurz bei Ihnen vorsprechen. Ich habe ihm gesagt, dass wir ihm die Reisekosten für diesen Zweck aus den vorhandenen Mitteln erstatten wollen. Das ist Ihnen doch wohl recht. Würden Sie so gut sein, mir zu schreiben, ob Sie diesem Plan näher treten wollen, und ob ich Stöhr einmal zu Ihnen schicken soll ?

Herzliche Grüsse

Ihr

Hasse

## 2.54 16.11.1938, Hecke an Hasse

*Enzyklopädie-Angelegenheiten. Siegel. Hecke lobt Hasses Klassenkörper-Bericht.*

Hamburg 16. November 38.

Lieber Herr Hasse !

Die Idee mit Herrn Stöhr sagt mir sehr zu. Auch Siegel hat ihn sehr empfohlen. Natürlich muß ich erst einmal mit ihm reden und mit Ihrem Arrangement (Herreise und Reisekosten) bin ich natürlich einverstanden. Er soll also kommen und mich bei Zeiten von seiner Ankunft benachrichtigen, an meine Privatadresse. Wenn er von Göttingen kommt, wird er wohl dort um 12.34 abfahren und gegen 17 Uhr hier sein. Ich bin Mo, Di, Do, Fr dann meist verfügbar, allerdings steht mir, vielleicht Ende nächster Woche oder noch später, noch eine Reise bevor.

Das Gehalt ist ja, für den Hamburger Boden, recht knapp. Und da wir Geld erspart haben, sollte man, wenn er passt, ihm vielleicht 150 M geben. Sobald wir einig sind, werde ich bei Carathéodory den Antrag stellen. Natürlich muß dann Teubner von der neuen Sachlage verständigt werden. – Siegel ist übrigens – vertraulich gesagt – richtig erbittert, daß es nicht gelungen ist, für Stöhr in Göttingen ein angemessenes Gehalt zu erreichen.

Ich habe kürzlich wieder einmal eingehend Ihren Klassenkörper-Bericht studieren müssen und bin wieder ganz von Bewunderung erfüllt, wie Sie diesen riesigen Stoff gemeistert und gestaltet haben.

Herzlichen Gruß

Ihr

E. Hecke.

## 2.55 21.11.1938, Hasse an Hecke

*Hasse avisiert einen Besuch von Ziegenbein.*

**Mathematisches Institut  
der Universität**

**Göttingen, den 21. 11. 1938**  
Bunsenstraße 3/5

Lieber Herr Hecke !

Es trifft sich, dass der ja auch Ihnen bekannte Dr. Ziegenbein, der über die Angelegenheit Stöhr und auch über die Auswirkungen auf Siegel gut unterrichtet ist, am Donnerstag den 24. 11. auf der Rückreise von Kiel durch Hamburg kommt. Ich habe gedacht, dass es Ihnen vielleicht lieb sein könnte, von ihm noch einmal mündlich und in aller Ruhe über die Dinge zu hören, die ich Ihnen in meinem letzten Brief schrieb. Ich habe daher Ziegenbein gebeten, dass er Sie am Donnerstag vormittag nach seiner Ankunft in Hamburg einmal anruft, so gegen 10 Uhr, um sich mit Ihnen für eine solche Unterhaltung zu verabreden. Wenn es Ihnen am Donnerstag nicht passt, oder wenn Sie keinen Wert darauf legen, so lassen Sie mich das doch bitte gleich wissen. Ich werde sowieso am Mittwoch abend noch einmal mit Ziegenbein telefonieren und könnte ihm das dann gleich sagen, damit er nicht unnötig seine Reise unterbricht. Sie würden mir aber einen Gefallen tun, wenn Sie Ziegenbein nach Möglichkeit Gelegenheit zu einer solchen Unterhaltung gäben.

Sonst nichts Neues. Herzlichst Ihr

Hasse

## 2.56 22.11.1938, Hecke an Hasse

*Antwort. Siegel.*

Mathematisches Seminar

der

Hansischen Universität



HAMBURG 13, den  
Rothenbaumchaussee 21

22. Nov. 38.

Lieber Herr Hasse,

Ich habe am Donnerstag von 11–13 Vorlesung in der Universität, gehe von da in das Seminar und bin von 13<sup>15</sup> bis 14<sup>45</sup> für eine Besprechung verfügbar, wir können z. B. im Curio-Haus zusammen zu Mittag essen. Das wird wohl für Herrn Z. ausreichen ?

Mit S. habe ich ausführlich gesprochen, und mit einigen ganz konkreten Formulierungen auch ersichtlich Eindruck gemacht, er fuhr freundlich und stark nachsinnend über das Gespräch ab. Hoffentlich hilft es.

Herzl. Gruss Ihr  
E. Hecke.

## 2.57 26.11.1938, Hecke an Hasse

*Enzyklopädie-Angelegenheiten. Stöhr. Siegel. Briefe des Teubner-Verlages an Baer, Brauer, Mahler.*

Hamburg 26. November 38.

Lieber Herr Hasse !

Herr Stöhr war gestern hier, und ich habe ihn also ab 1. Dezember für die Enzyklopädie adjungiert, mit monatlich 140 RM. Er ist ja allerdings noch sehr jung und hat wohl noch nicht, auch nicht für Teilgebiete, die sehr zu wünschende Übersicht, indessen – faute de mieux – das kann ja noch werden. An Cara habe ich heute den Antrag auf Weiterzahlung gestellt. Bitte machen Sie das Entsprechende bei Teubner. Das angesammelte Geld lassen Sie vorläufig noch auf dem Göttinger Sparbuch stehen, da ich hier dafür nicht noch ein extra Konto einrichten will. Am besten überweisen Sie mir zum Semesterschluß einmal die erforderliche Summe. Wenn Teubner die laufenden Zahlungen nicht direkt an Stöhr, sondern an mich überweisen will:

Mein Bankkonto: Dresdner Bank, Hbg. Dep-Kasse Harvestehude. Da ich nicht wie Sie, die Papier- und Porto-Auslagen auf das Seminar übernehmen kann, wird Teubner natürlich diese Dinge nachher hier gesondert auf Anfordern durch mich zahlen müssen. Oder meinen Sie, daß wir das aus den Geldern für die Hilfskraft zahlen sollten?

Ich habe Sie in der Angelegenheit Stöhr von einer mir noch bei Ihnen unbekanntem ausgesprochen diplomatischen Seite kennen gelernt! Sie sind doch auch da sehr begabt!

Ich freue mich, daß es gelungen ist, Siegel etwas zu besänftigen, stelle mich für ähnliche Fälle weiter zur Verfügung, aber ich denke, daß solche medizinischen Wirkungen bei Wiederholungen rasch nachzulassen pflegen.

Herzliche Grüße

Ihr  
E. Hecke.

Haben Sie von Teubner etwas über die geplanten Briefe an Baer-Brauer-Mahler gehört ?

## 2.58 01.12.1938, Hecke an Hasse, Postkarte

*Enzyklopädie-Angelegenheiten.*

Hbg. 1. XII. 38.

Lieber Herr Hasse,

Bitte teilen Sie mir mit, wie es mit der Steuer seinerzeit für Herrn Dr. E. bei Ihnen gehalten wurde, damit ich jetzt entsprechend bei St. handeln kann.<sup>1</sup>

Ihr  
E. Hecke.

---

<sup>1</sup>E. bedeutet wohl „Eichler“ und S. ist „Stöhr“.

## 2.59 05.12.1938, Hasse an Hecke

*Enzyklopädie-Angelegenheiten. Siegel. Stöhr. Ziegenbein. Angelegenheit Baer, Brauer, Mahler. Hasse beabsichtigt im Winter einen Besuch in Hamburg, zu Siegels oder Deurungs Vorträgen.*

5. 12. 1938

Lieber Herr Hecke !

Bitte entschuldigen Sie, dass ich solange nichts habe von mir hören lassen. Ich leide seit einer Woche an einer sehr lästigen Stirnhöhlenentzündung und bin dadurch zu nichts gekommen. Jetzt habe ich mir eine Maschine und das ganze liegengebliebene Briefmaterial ins Haus kommen lassen und arbeite es hier ab.

Ich möchte Ihnen zunächst aus vollem Herzen danken, dass Sie auf Herrn Siegel einen so günstigen Einfluss genommen haben. Er ist seit seiner Rückkehr aus Hamburg völlig umgewandelt und wieder ganz der alte. Eine grosse Sorge ist uns dadurch vom Herzen genommen.

Ich danke Ihnen auch, dass Sie für die Behandlung der Angelegenheit Stöhr durch mich Verständnis gezeigt haben. Der Fall war in der Tat wirklich sehr schwierig. Ich bin mir allerdings nicht bewusst, dabei mit besonderer Diplomatie vorgegangen zu sein, sondern habe nachträglich höchstens das Gefühl, dass ich es schlecht gemacht habe, vor allem Ihnen gegenüber.

Den Antrag an Teubner wegen Weiterzahlung hatte ich ja schon gestellt und darauf den Bescheid bekommen, dass Teubner vorläufig weiterzahlen wolle, sich aber eine endgültige Regelung vorbehalte, nachdem die Akademien den jetzt von Ihnen gestellten Antrag offiziell genehmigt haben. Ich warte also ab, bis Sie mir davon Mitteilung machen, und werde dann erneut an Teubner schreiben. Ich halte es für am einfachsten, wenn die Zahlungen auch weiterhin, wie bisher, auf das hiesige Konto gehen. Ich kann ja dann einen laufenden Antrag geben, Stöhr zu jedem Monatsersten Rm. 140.–

auszahlen zu lassen. Dazu wäre es gut, wenn Stöhr ein Bankkonto oder jedenfalls seine Adresse, an die die Zahlung geleistet werden soll, hier angibt. Für Dezember und für die Reisekosten lege ich erst einmal einen Scheck bei. Ich hatte Stöhr versprochen, dass er die Kosten für seine Vorstellungsreise Berlin–Hamburg u. zurück, sowie für seine Reise zum Antritt der Stellung Berlin–Hamburg erstattet bekommt. Den Rest können Sie ja dann für die in Ihrem Brief erwähnten Porto- und Papierauslagen verrechnen. Ich halte es für angemessen, wenn wir diese doch ziemlich geringen Kosten aus den Geldern für die Hilfskraft zahlen und nicht noch einmal gesondert bei Teubner anfordern. Was unsere eigenen Kosten betrifft, so wird sich Teubner natürlich auf den Standpunkt stellen, dass dies mit zu den Dingen gehört, für die er uns nachher unser Honorar zahlt.

Die Frage der Lohnsteuer habe ich im Falle Eichler so geregelt: Eichler ist zum Finanzamt gegangen und hat von seinem Anstellungsverhältnis dort Anzeige gemacht. Daraufhin hat man ihm Lohnsteueranmeldungskarten in die Hand gegeben, die ich vierteljährlich ausfüllen und den geringen Betrag von Rm. 1.35 abführen musste. Diesen Betrag habe ich Eichler selbst tragen lassen, und er ist damit jedes Vierteljahr, nachdem ich die Karte unterzeichnet hatte, aufs Finanzamt gegangen. Auf diese Weise hatte ich ein Minimum an Last mit dieser komplizierten Sache.

In der Angelegenheit Baer–Brauer–Mahler habe ich von Heisig noch nichts wieder gehört.<sup>1</sup> Noch nicht einmal hat man mir ein Protokoll über unsere Besprechung in Berlin geschickt, wie es doch Herr Lüdemann damals versprach. Natürlich ist die Sache durch die Ereignisse der letzten Wochen noch brenzlicher geworden.<sup>2</sup> Wir können offenbar vorläufig nichts anderes tun, als abwarten, was der Verlag tut. Oder sollen wir von uns aus einmal bei Dr. Heisig anfragen, wie es nun mit der Sache steht?

Ich habe angefangen, mit Eichler das neubearbeitete Ms. Furtwängler zu lesen. Sie erhalten es zur Ansicht, sowie wir hier durch sind. Ich bin im Zweifel, ob es Sinn hat, es dann auch Furtwängler selbst noch einmal zu schicken. Herr Hlawka, ein junger Wiener, der neulich hier war – wir wollen ihn jetzt

---

<sup>1</sup>Die genannten Mathematiker waren als Autoren für die Enzyklopädie tätig und hatten zum Teil auch schon Ihre Artikel eingeschickt. Da es sich jedoch um Juden handelte, durfte der Verlag diese Artikel nicht drucken. Wahrscheinlich enthielten die in Rede stehenden Briefe die Kündigung des Verlagsvertrages. Einer der von Richard Brauer angefertigten Artikel ist später in seinen gesammelten Werken erschienen.

<sup>2</sup>Hier bezieht sich Hasse offenbar auf die Novemberprogrome gegen Juden im Jahre 1938.

mit Siegels placet zum Assistenten machen – erzählte, dass F. schon seit längerer Zeit sehr schwer krank sei. Zuletzt habe sich eine Lungenentzündung eingestellt, von der F. selbst allerdings nichts gesagt wurde.<sup>3</sup>

Im übrigen stocken natürlich die Enz. Arbeiten einstweilen, man hat ja auch keinen rechten Drang, weiter zu arbeiten, solange alles so ungeklärt ist.

Sie schreiben gar nichts von Ihrer Unterhaltung mit Ziegenbein. Dieser kam sehr angetan davon zurück. Ich möchte Ihnen danken, dass Sie ihn so freundlich empfangen haben.

Ich hoffe, dass ich es einrichten kann, im Laufe dieses Winters noch einmal nach Hamburg zu kommen, vielleicht zu Siegels oder zu Deurings Vorträgen.

Einstweilen recht herzliche Grüsse  
von Ihrem dankbaren  
Hasse

---

<sup>3</sup>Der Enzyklopädie-Artikel von Furtwängler erschien erst 1953 mit dem Zusatz: „Überarbeitet von *H.Hasse* und *W.Jehne*“.

## 2.60 09.02.1939, Hasse an Hecke

*Hasse kann nicht zu Deurings Vorträgen nach Hamburg kommen. Über Hasses Buch und den Springer-Verlag und F. K. Schmidt. Süss. Petersson. Manuskripte Furtwängler, Magnus.*

9. 2. 1939.

Herrn  
Prof. Dr. Hecke

Hamburg-Fuhlsbüttel  
Kleekamp 34

Lieber Herr Hecke !

Die Verletzung, die ich mir beim Turnen Ende Januar zugezogen habe, und die mir schon in den Tagen Ihres Besuches erhebliche Schmerzen bereitete, hat sich als ein Muskelriss erwiesen. Der Arzt hat mich für den Rest des Semesters praktisch still gelegt. Wenn nicht eine ganz schnelle Besserung eintritt, muss ich leider meine Absicht zu Deurings Vorträgen nach Hamburg zu kommen, aufgeben. Ich wäre wirklich furchtbar gerne gekommen, nicht nur wegen der Vorträge selbst, sondern auch, um Ihnen zusammen mit meiner Frau einen Gegenbesuch zu machen.

In der Angelegenheit meines Buches habe ich Springer geschrieben, dass von mir aus der Auflösung des Vertrages nichts im Wege stände. Er hat mir darauf geantwortet, dass auch er keinen anderen Ausweg sähe. Ich bin sehr empört über dieses Verhalten des Verlages, bzw. des Herausgebers der Sammlung. Nicht ich habe das Buch schreiben wollen sondern man hat mich dazu gedrängt, und ich habe das Opfer gebracht, 2 Jahre meine Forschungstätigkeit aufzugeben, um mich in den Dienst dieser Aufgabe zu stellen. Ich bin um so mehr empört, als Springer doch zweifellos das Ansehen genießt, dass

er auch in den schwierigsten Fällen einen Ausweg zur Zufriedenheit seiner Autoren findet.

Süss war kürzlich in Berlin und hat auf meine Veranlassung hin mit Dr. Dames auch noch einmal über den Fall Petersson gesprochen. Süss schreibt mir, er habe den Eindruck, dass es für ein späteres Fortkommen Peterssons äusserst zweckdienlich sei, wenn Petersson wirklich nach Halle ginge, auch wenn dabei für ihn höchstens eine Verschlechterung seiner Lage herauskomme.

Wenn Sie das Manuskript Furtwaengler und die Korrektur Magnus durchgesehen haben, bitte ich Sie um Rücksendung nach hier und nicht nach Leipzig.

Ich bin mit eingeschientem Bein an das Haus gebunden und warte sehnlichst auf den Tag, wo ich meine ersten Gehversuche ohne Krücken unternehmen kann. Meine Vorlesung hält ein Assistent nach meiner Anweisung. Man sollte glauben, dass ich viel Zeit zum Arbeiten habe, aber die Freude an der Arbeit ist durch die Unbeweglichkeit und auch den Ärger über Springer und F. K. Schmidt stark beeinträchtigt.

Mit vielen herzlichen Grüssen auch  
von meiner Frau an die Ihre  
stets Ihr  
Hasse

## 2.61 10.06.1939, Hecke an Hasse

*Enzyklopädie-Angelegenheiten. Hecke kann nicht zur Gruppenwoche nach Göttingen kommen.*

Hamburg 10. Juni 39

Lieber Herr Hasse !

Ehe ich Teubner auf seinen heutigen Brief antworte, möchte ich mich mit Ihnen über die betr. Fragen in Beziehung setzen. Ich habe seinerzeit Herrn Stöhr zugesagt, daß er bis 30. Sept. 39 mit der Zahlung der 140.– M rechnen könne, und für die Furtwängler-Bearbeitung habe ich ihm ein Honorar von 80.– bis 100.– M in Aussicht gestellt, wie Sie es ja auch vorhatten. Wenn, wie ich es möchte, Teubner seinen Anteil von monatlich 45.–M bis September weiterzahlt, also noch 180.–M, so blieben weiterhin von dort noch 120.–M verfügbar. Das erwähnte Extra-Honorar müßte am besten aus den Rücklagen bei Ihnen bestritten werden. Ich denke, daß man die Akademien, d. h. Carathéodory, dazu bewegen könnte, auch unabhängig von Teubner noch weiter zu zahlen. Wenn man dabei eine Hilfskraft finden kann, die bereit ist, wieder längere Zeit, also etwa ein Jahr, sich dieser Arbeit zu widmen, wären wir ja froh; andernfalls – und das ist wohl wahrscheinlicher – müßten wir versuchen, die einlaufenden Artikel etwas anstehen zu lassen, und dann für die Bearbeitung von je zwei oder drei Artikeln jeweils eine Hilfe zu adjungieren, die dann viel kürzere Zeit, aber intensiver dadurch beschäftigt wäre. Für einen einmaligen d. h. nicht laufend zu gewährenden Zuschuß könnte man wahrscheinlich sogar von der Hamburger Behörde etwas Geld bekommen, und Sie wohl auch aus den Sonderfonds Ihres Instituts.

Ich sehe keine andere Möglichkeit, da ja, wie mir scheint, Teubner nicht verpflichtet ist, eine solche Hilfskraft zu bezahlen. Wir müßten es auch den Akademien gegenüber als eine Hilfe für *unsere* unangenehme Tätigkeit, nicht als eine Erleichterung für Teubner hinstellen.

Mein Plan kommt etwa auf den Vorschlag von Heisig mit seinem „Pauschbetrag“ hinaus, nur mit dem Unterschied, daß, schon wegen der Schwierigkeit des Einarbeitens, es sich m. E. um eine Gruppe von Arbeiten handeln müßte. Vielleicht haben Sie aber bei den reicheren Mitteln Ihres Institutes noch andere Auswege. Jedenfalls wird durch die Aufhebung des bisherigen Zustandes das Erscheinen der einzelnen Hefte sicher nicht beschleunigt.

Zu Ihrer Gruppenwoche kann ich doch nicht kommen, da das Sommersemester wieder so stark durch Feiertage gekürzt worden ist, jetzt auch ein vorzeitiger Schluß am 13. Juli verkündet werden soll.

Es scheint, daß betr. die Exemplare für Eichler und Stöhr wir die Lieferung aus unseren Frei-Exemplaren übernehmen werden müssen.

Daß Teubner finanziell enttäuscht ist, wundert mich nicht. Ich habe eine solche Wirkung der verschiedenen „Zwischenfälle“ stets vorausgesagt.

Ich erwarte also, ehe ich an Teubner schreibe, eine Äußerung von Ihnen zu der ganzen Sache.

Herzlichen Gruß

Ihr

E. Hecke.

## 2.62 14.06.1939, Hasse an Hecke

*Enzyklopädie-Angelegenheiten. Hasse war in München zu einer Akademie-Tagung.*

14. Juni 1939

Lieber Herr Hecke,

Recht herzlichen Dank für Ihren Brief in Finanzangelegenheiten. Von mir aus gesehen liegt die Sache etwas einfacher, als von Ihnen aus gesehen. Ich habe ja praktisch weiter die Hilfe von Eichler, jedenfalls solange er hier ist, und wenn er weggehen sollte – das liegt immerhin im Bereich der Möglichkeiten – so kann ich es vor mir selbst und auch vor meinen Auftraggebern im Ministerium ruhig verantworten, wenn ich einen der hiesigen Assistenten für die Enzyklopädie beschäftige. Eichler habe ich sogar noch etwas stärker gebunden, dadurch dass ich ihm jetzt das Freixemplar aus den mir zur Verfügung stehenden Freixemplaren mit der ausdrücklichen Bedingung angeboten habe, dass er mir solange es irgend geht weiter hilft.

Die hier noch liegende Summe beträgt 750.– Mark. Zieht man 100.– Mark für den bereits versprochenen Zuschuss an Stöhr für die Furtwängler-Überarbeitung ab, so bleiben noch gut 15 Monatsraten der bisherigen Höhe. Nimmt man dann noch die nach Ihrem Plan noch nicht ausgenutzten 120.– Mark hinzu, die von Teubners Höchstbetrag übrig bleiben, nachdem Stöhr bis September bezahlt ist, so kommen weitere 3 Monatsraten hinzu. Wir könnten also den bisherigen Modus bis zum März 1941 einschl. aufrechterhalten, vorausgesetzt, dass die Akademien weiter zahlen. Ich bin nun allerdings zweifelhaft, ob wir bis dahin die redaktionellen Arbeiten im Wesentlichen abgeschlossen haben werden. Denn mit den Hauptteilen Zahlentheorie und Analytische Zahlentheorie sind wir doch noch sehr im Rückstand, ganz abgesehen davon, dass ja die Verfasser für die entfernten Artikel noch gar nicht feststehen. Ich komme also durch diese Überlegung wie Sie zu der Auffassung, dass es sich

empfehlen wird, ab Oktober dieses Jahres eine Regelung der von Ihnen geplanten Art einzuführen. Wie die Dinge liegen, ist das aber hauptsächlich Ihre Entscheidung, und ich bitte Sie, diese Entscheidung ganz nach Ihrem eigenen Ermessen zu fällen. Man muss ja dabei auch wohl etwas an das Schicksal von Stöhr denken.

Eichler habe ich, wie gesagt, jetzt ein Freixemplar von mir angeboten, und ich darf nach Ihrem Brief annehmen, dass Sie das Gleiche mit Stöhr tun.

Schade, dass wir Sie bei unserer Gruppenwoche nicht hier sehen werden. Wir haben uns aus dem Ausfallen unserer Vorlesungen nichts gemacht. Denn in den Vorjahren schloss doch das Semester schon Ende Juni, sodass wir selbst bei vorzeitigem Schluss am 13. Juli dieses Jahr noch ein längeres Sommersemester haben, als gewöhnlich. Richtig ist allerdings, dass durch die Lage von Ostern und Feiern ziemlich viel ausgefallen ist, besonders für die Mo. Do.-Leser.

Ich war letzte Woche in München zur Tagung der NS-Akademien. Es war ganz eindrucksvoll, und ich habe viel hinter die Kulissen schauen können. Ich traf dort auch Süß, der als Freiburger Dekan teilnahm, und überhaupt eine Menge ganz famoser Menschen.

Herzliche Grüsse, auch von meiner Frau und an die Ihre,

Ihr

Hasse

## 2.63 02.07.1939, Hasse an Hecke

*Endlich ist ein Heft der Enzyklopädie erschienen. Bericht über Gruppenwoche in Göttingen. Hall. Siegel. Magnus geht zu Telefunken. Wielandt. (Vorschlag für Enzykl.-Artikel.) Heinrich Scholz. (Artikel über Logik.)*

2. Juli 1939

Lieber Herr Hecke,

Nun ist ja endlich ein Heft der Neubearbeitung der Enzyklopädie erschienen. Es war auch hohe Zeit, denn allmählich mehrten sich die Stimmen der Unzufriedenen in für uns Herausgeber nicht sehr erfreulicher Weise. Das habe ich gerade jetzt bei Gelegenheit unserer Gruppenwoche empfunden. Leider kam das Heft erst, als schon alle abgereist waren.

Die Gruppenwoche war ein ganz grosser Erfolg. Die Vorträge von Hall brachten eine Fülle von wunderschönen Ergebnissen. In der Form waren sie mustergültig klar und gross angelegt. In Deutschland kenne ich nur einen, der nach seiner ganzen Vortragsart mit Hall vergleichbar ist — Siegel. Es war wirklich ein Erlebnis, ähnlich dem in Oslo bei Siegels Vortrag. Mit den von deutscher Seite dazu gesetzten Vorträgen ergab sich ein Klang schönster Harmonie. Unzählig waren die Fäden, die sich zwischen den einzelnen Vorträgen hin und her spannen. Hall selbst, der in England so gut wie gar keinen wissenschaftlichen Kontakt mit anderen hat, lebte ersichtlich auf, als er hier in so reichem Masse Gelegenheit fand, sich mit anderen über die ihn interessierenden Fragen zu unterhalten. Es ist sehr schade, dass Sie nicht hier waren.

Magnus hat mir nun doch endgültig abgesagt: er will zum Oktober eine Stelle bei Telefunken annehmen und diesem neuen Wirkungsfeld entsprechend den Schwerpunkt seiner wissenschaftlichen Tätigkeit auf andere Dinge verlegen. Er selbst hat vorgeschlagen, Herrn Wielandt–Tübingen um den Artikel über Permutations- und Substitutionsgruppen zu bitten. Nachdem ich

Herrn Wielandt jetzt hier näher kennen gelernt habe, kann ich dem nur zustimmen. Er hat uns einen wunderschönen Vortrag gehalten, der von hoher Darstellungskunst zeugte. Denselben Eindruck hatte ich auch schon voriges Jahr auf dem Kongress in Baden–Baden. Er weiss in der gesamten Gruppentheorie gründlich Bescheid. Ich glaube, wir werden von ihm einen ausgezeichneten Artikel über das gewünschte Thema bekommen. Wielandt ist ja Schur–Schüler und beherrscht von da aus gerade diese Seite der Gruppentheorie besonders gut. Ich wäre Ihnen für eine Äusserung hierzu sehr dankbar.

Von Heinrich Scholz erhielt ich dieser Tage folgende Zeilen, die Sie wohl interessieren werden:

Zu meinem Logikbericht ist Folgendes zu sagen. Ich habe ihn erst so spät zurückerhalten, dass das Sommersemester im Anzug war, als ich mich nun endlich noch einmal mit dieser Sache befassen konnte. Herr Bernays hat sich mit meinem Bericht in einem Grade identifiziert, der wesentlich über meine Erwartungen hinausgegangen ist. Er hat aber auch einige Randbemerkungen gemacht, die ich in jedem Falle verarbeiten wollte. Inzwischen sind neue Sachen herausgekommen, die sich nicht einfach anflicken liessen. Der Effekt ist gewesen, dass ich das ganze Ding noch einmal *neu* geschrieben habe. Die neue Form ist zu Pfingsten abgeschlossen worden. Ich habe aber auf keine Art seitdem die Zeit finden können, die zu einer letzten Überprüfung noch notwendig ist. Die semantische Konstruktion des Prädikatenkalküls, die wir in diesem Sommer zum ersten Mal durchführen, erfordert so viel Zeit und Kraft, dass ich unter den eingeschränkten Existenzbedingungen, mit denen ich zu rechnen habe, im Augenblick mehr nicht erzwingen kann. Es steht jedoch fest, dass in jedem Falle das Ms. noch im Laufe des Juli zum zweiten Mal an Herrn Hecke geht. Ich hoffe, dass Herr Arnold Schmidt seinen komplementären Bericht bis dahin auch endlich abgeschlossen haben wird. Etwas Verbindliches ist auf keine Art von ihm herauszubekommen.

Sonst ist nichts Neues zu berichten. Ich bin froh, wenn das Semester in zwei Wochen zu Ende ist, damit ich endlich an Dinge komme, die ich seit langem liegen liess.

Mit herzlichen Grüssen von Haus zu Haus

Ihr  
Hasse

## 2.64 04.02.1941, Hecke an Hasse

*Über Hasses Nachrichten aus Paris. Finnland. Nevanlinna.*

Hbg. 4. II. 41.

Lieber Herr Hasse,

Ich habe lange nichts von mir hören lassen, einfach weil ich keine so interessanten Erlebnisse gehabt habe wie Sie und weil ich seit vorigem Sommer auch durch das alltägliche Leben so in Anspruch genommen war, dass ich keine Zeit hatte. Der Univ. Betrieb mit ausführlichen Übungen, aber ohne irgend assistentielle Hilfe war recht zeitraubend, dann die unsinnige Trimester-Einteilung, gleich unsinnig für Studenten wie Dozenten, mit den unzureichenden (diesmal im Sommer auch noch total verregneten u. kalten) Ferien, dazu noch in Hamburg die vielen Fliegerangriffe, die einem die Nachtruhe raubten und tagsüber eine vernünftige Arbeitsdisposition zeitweise unmöglich machten, das alles „nagt an Körper“, wie Klein-Erna sagt. Ich war ziemlich herunter, und habe mich erst in den letzten beiden Monaten etwas erholt.

Ihre Nachrichten aus Paris, über Julia etc. waren sehr interessant. Ich weiss nicht, ob die Franzosen die von unserer Regierung gewünschte enge Zusammenarbeit mit Deutschld. leisten können, und dabei doch noch die ihnen (oder vielen von ihnen) erwünschte äussere Form des Daseins beibehalten können. Zur Zeit kriselt es ja sehr erheblich; offenbar kann sich Pétain nur schwer entschliessen, jetzt den letzten Schritt zu tun, der ihn von England trennt, und hofft grade jetzt noch, daran vorbei zu kommen.

Finnland, und da natürlich unsere finnischen Kollegen, tun mir sehr leid. Jetzt fangen die Russen schon wieder mit dem gleichen Ton in ihren offiziellen Reden an, wie sie es vor Ausbruch des Krieges gegen Finnld. machten, und nun werden sie wohl bald Finnld. ganz verschlucken. Ich würde, wenn das Nevanlinna eine Erleichterung wäre, ihn gern nach Hbg. auf kürzere oder längere Zeit zu Vorträgen einladen, aber die Behandlg. einer solchen Sache im

Kultusminist. ist derartig umständlich und schleppend, schlecht organisiert, dass einem die Lust vergeht. Für den Sommer hat Blaschke hier von unseren tapferen italienischen Freunden Herrn Conforto eingeladen.

Bei der Enzyklopädie passiert Gott sei Dank garnichts. Nur neulich war Herr Keller hier, der von Helgoland nach Flensburg übersiedelt, und seinen Artikel weiterbehandeln wollte, falls das nötig ist. Er hat ja das Ms. an Sie abgeliefert und Sie und ich haben darüber korrespondiert, dass Bullig das Ms. zur Durchsicht bekommen sollte. Ich glaube, dass dieser es auch erhalten hat und noch im Besitz hat, konnte es aber z. Zt. nicht feststellen u. habe Keller direkt an Bullig verwiesen. Bullig schrieb mir zu Neujahr, dass er (als SS-Mann) aus Warschau unter Befürwortung durch die SS nach Berlin an die „Fortschritte“ reklamiert sei und wahrscheinlich bald nach Berlin in diese friedliche Tätigkeit übersiedeln werde. —

Neulich war ich zu einigen Vorträgen in Göttingen, wo ja der Betrieb auf  $\varepsilon$  zusammengeschrumpft ist. Es war aber bei diesem familiären Betrieb sehr reizend, insbesondere mit Herglotz und Frl. Braun, die überdies ja auch sachlich interessiert waren. —

Von Ihrer Frau hörte ich dort telefonisch, dass die Grippe Sie gepackt hat. Mein Beileid ! Hoffentlich sind Sie schon wieder gesund. Jetzt krank zu sein, ist eine üble Sache.

Ihren allgemeinen Optimismus wünschte ich teilen zu können. Wenn auch der europäische Krieg vielleicht in absehbarer Zeit zu Ende sein wird, so weiss ich doch nicht, ob wir noch das Ende des Übersee-Krieges erleben werden.

Ergeh es Ihnen weiter gut u. besser !

Ihr

E. Hecke.

Ihre Note über die Klassenzahl von  $K(\sqrt{\alpha})$  und was Sie brieflich in Aussicht stellen über die Lagr. Wurzelzahlen ist höchst interessant u. reizt mich auch sehr zum Nachdenken

## 2.65 15.03.1941, Hecke an Hasse

*Hilferuf für Favard. Holzer. Bombennächte.*

Hbg. 15. III. 41.

Lieber Herr Hasse,

Von Herrn Wavre, Genf, bekomme ich eben einen Hilferuf, ob man nicht Favard, der als franz. Kriegsgefangener in einem Lager bei Liens sitzt, etwas helfen kann, indem man ihm eine angemessene Beschäftigung verschafft. Nun haben Sie mir neulich erzählt, dass man jetzt die Kriegsgefangenen auch ihren Fähigkeiten entsprechend beschäftigt, speziell die Mathematiker mit Referaten für die Fortschritte etc. beauftragt. Sie haben doch zu Geppert in Berlin leicht Beziehungen. Könnten Sie dort nicht etwas derartiges anregen u. mir ev. darüber auch eine kurze Nachricht zukommen lassen ? Die Adresse von F. ist:<sup>1</sup>

Lieutenant Jean Favard  
Gefangenen-Nummer 1377  
Gefg.-Lager XVIII A.

Übrigens ist die Anfrage betr. Dr. Holzer für Prag, über die wir neulich sprachen, tatsächlich von Reg.-R. Führer an mich ergangen, also Ihre Konjektur wohl richtig.

---

<sup>1</sup>Der Name von Favard war schon früher, im November 1940, von Elie Cartan genannt worden, anlässlich des Besuches von Hasse bei Cartan in Paris. Favards Adresse findet sich dann auch im Brief von Cartan an Hasse vom 6.12.1940. Hasse hatte alle diese Adressen von französischen Mathematikern, die in Kriegsgefangenschaft geraten waren, an Geppert weitergegeben, dem Leiter der Redaktion von „Zentralblatt“ und „Fortschritte der Mathematik“. Es waren jedoch nach unserer Kenntnis lediglich Christian Pauc und Frédéric Roger, die die Möglichkeit wahrgenommen haben, als Referenten tätig zu werden und damit aus dem Kriegsgefangenenlager herauszukommen.

Die beiden Flieger-Nächte neulich waren recht greulich; je 7 Std. mit einstündiger Pause haben recht bösertige private Schädigungen bewirkt. Hoffentlich haben Sie in Berlin die Nächte auch, wie wir persönlich, heil überstanden.<sup>2</sup>

Herzl. Gruss

Ihr

E. Hecke.

---

<sup>2</sup> Handschriftliche Notiz von H. Hasse: „Beantw. – 22. 3. 41“

## 2.66 15.12.1945, Hasse an Hecke

*Brief von Süß. Erkrankung Heckes. Hasses Situation in Göttingen.  
Klassenzahlen abelscher Zahlkörper.*

15. 12. 1945

Prof. Hasse

-----  
Calsowstr. 57

Lieber Herr Hecke,

Herr Süß bittet mich, Ihnen die beiliegende Durchschrift eines Briefes an Sie zukommen zu lassen, weil er nicht sicher ist, ob das Original Sie erreicht.

Ich hörte von Ihrer schweren Erkrankung und möchte hoffen, dass Sie inzwischen wiederhergestellt sind. Eine sachgemässe Erholungskur, wie sie nach solchen Entkräftungen in normalen Zeiten selbstverständlich gewesen wäre, ist wohl allerdings heute nicht möglich. So möchte ich nur wünschen, dass die Belastungen an Arbeit und Sorgen, die Ihr verantwortungsvolles Amt mit sich bringt, nicht so schwer sind, als dass Sie nicht doch in der friedlichen Zurückgezogenheit Ihres Alsterdorfes die nötige neue Kräftigung finden können.

Von meinem Schicksal werden Sie gehört haben. Ich habe keine Ahnung, aus welchen Grunde mich der Schlag getroffen hat. Durch freundliche Vermittlung (ausserhalb der Universität) habe ich begründete Aussicht, dass mein Fall demnächst erneut geprüft und ich vor allem einmal vorgelassen werde. Ob ein endgültiger Erfolg dabei erzielt wird, ist zum mindesten recht fraglich.

Bei der Vermögensbeschlagnahme, die eine automatische Folge meiner Entlassung war, ist leider auch der Betrag von etwa 800.– eingeschlossen worden, den ich noch auf dem Konto Enzyklopädie verwaltete. Meine Bemühungen, diesen Betrag herauszuhalten, hatten infolge der Engherzigkeit

der hiesigen städtischen Sparkasse, an die das Konto während des Krieges überschrieben werden musste, keinen Erfolg.

Ich arbeite schon seit den Tagen meines unfreiwilligen Lazarettaufenthaltes in Braunlage als Gefangener sehr eifrig an Untersuchungen über die analytische Klassenzahlformel für allgemeine abelsche Zahlkörper und habe schon ein recht umfangreiches Material an neuen Erkenntnissen und auch Klassenzahltafeln für spezielle Körperklassen beisammen. Die Vertiefung in diese schönen Dinge ist die ideale Rettung vor trüben Gedanken über die hoffnungslose Lage unseres armen Landes und das eigene Schicksal. Frau und Kindern geht es zum Glück den Zeitumständen entsprechend gut, und auch Verluste an Eigentum habe ich nicht zu beklagen. Ich würde mich freuen, gelegentlich von Ihnen zu hören.

Mit den besten Grüßen und Wünschen zum Fest, auch von meiner Frau

Ihr

Hasse

# Kapitel 3

## Verschiedenes

### 3.1 30.04.1946, Hecke über Hasse

*Gutachten über Hasse zur „Entnazifizierung“.*

Hamburg 13, den 30. April 1946

Der Dekan  
der  
Mathem. Naturw. Fakultät  
der Hansischen Universität<sup>1</sup>

Mit Herrn Prof. Dr. *Helmut Hasse* in Göttingen habe ich seit etwa 1935 bei der Redaktion der Enzyklopädie der Mathematik (einem Standard-Werk von internationaler Bedeutung) eng zusammengearbeitet. Wir hatten erhebliche Zusammenstöße mit Stellen aus dem REM, welche mit unserer Auswahl der Mitarbeiter und mit der völlig objektiven Darstellung im Text nicht einverstanden waren und die uns mit Drohungen zu einer Änderung unserer Disposition veranlassen wollten. Bei allen diesen Gelegenheiten hat sich Herr Hasse ganz einwandfrei sachlich verhalten. Wir beide haben diesen üblen Tendenzen aufs äusserste Widerstand geleistet und keine Anordnung zurückgenommen, sondern es darauf ankommen lassen, dass jene Instanzen selbst die gewünschten Veränderungen hinsichtlich der Mitarbeiter vornehmen, während wir im Textteil keine Zugeständnisse machten. In seiner ganzen wissenschaftlichen Arbeit hat sich Hasse auch stets ausschliesslich von sachlichen Überlegungen, nicht von Parteiwünschen bestimmen lassen. So bin ich überzeugt, dass er innerhalb seiner Lehrtätigkeit niemals irgendeine Art von Parteipropaganda getrieben hat.

---

<sup>1</sup>Das folgende Gutachten, abgefasst im Jahre 1946, war anscheinend an die Vertreter der britischen Militärregierung in Göttingen gerichtet. Es lag 1948 dem Entnazifizierung-Hauptausschuss der Stadt Göttingen vor, zusammen mit Gutachten von Knopp, Rohrbach, Magnus. Die Entscheidung des Ausschusses vom 23. Dezember 1948 lautet dahingehend, dass Hasse als „entlastet“ einzustufen ist.

Er war, als er nach Göttingen berufen werden sollte (etwa 1934), bei der Partei höchst verdächtig. Die Nazistudenten und -Dozenten haben ihn als untragbar abgelehnt und seine Berufung verhindern wollen. Erst auf Eingreifen seines Freundes Ziegenbein, der Pg war und mit höheren Parteistellen gute Beziehungen hatte, haben die genannten Gruppen Ihren Widerstand aufgeben müssen.

Im Kriege war seine Einstellung der Regierung gegenüber auch nie die eines aktiven Nationalsozialisten, sondern die des vertrauensvollen Gehorsams, die ihm als ehemaligem Offizier selbstverständlich war.

Die von der britischen Behörde verfügte Entlassung scheint mir eine ganz unangemessene Härte. Es müsste ihm ermöglicht werden, dass er seine ganz einzigartige hervorragende und erfolgreiche Lehr- und Forschertätigkeit fortsetzen kann, in der er nicht zu ersetzen ist und die er gänzlich unpolitisch betrieben hat.

gez. Prof. Hecke

# Kapitel 4

## Namenverzeichnis

Artin, 34, 43, 50, 59, 62, 63, 86, 88, 93, 95, 96, 98, 99, 102, 103, 106, 107, 108, 110, 113, 114, 122, 124, 126  
Bach, 53  
Bachmann, 86, 88, 107, 121  
Baer, 133, 136  
Beck, 56  
Beethoven, 53  
Bernays, 145  
Bessel–Hagen, 55, 57  
Bieberbach, 69, 104, 105  
Blaschke, 87, 88, 96, 98, 102, 104, 105, 107, 116, 118, 148  
Blumenthal, 84  
Boehle, 125  
Bohr, 54  
Brauer, 107, 133, 136  
Braun, 148  
Bullig, 114, 148  
Burau, 114  
Carathéodory, 34, 54, 68, 70, 72, 91, 96, 99, 102, 121, 124, 126, 129, 132, 140  
Chevalley, 92, 99  
Conforto, 148  
Courant, 116  
Dames, 86, 93, 104, 106, 116, 139  
Dedekind, 46, 50

Deuring, 81, 84, 96, 98, 101, 102, 103, 105, 110, 137, 138  
Dirichlet, 46  
Drescher, 70  
Eichler, 90, 92, 99, 109, 110, 112, 114, 115, 118, 119, 121, 126, 134,  
136, 141, 142  
Favard, 149  
Fitting, 105  
Franz, 115, 118  
Fricke, 73  
Fueter, 10, 13, 17, 33, 41, 45, 51, 52, 56, 58, 60  
Führer, 149  
Furtwängler, 46, 51, 136, 139, 140, 142  
Gengler, 126  
Geppert, 149  
Graeser, 126  
Hall, 144  
Händel, 53  
Heckmann, 124, 126  
Heisenberg, 124  
Heisig, 69, 70, 86, 90, 99, 102, 107, 122, 126, 141  
Hensel, 64  
Herglotz, 124, 148  
Hilbert, 34, 35, 43, 53, 54, 56, 81, 84, 120, 121  
Hlawka, 136  
Hoheisel, 117  
Holzer, 149  
Julia, 147  
Kähler, 98, 101, 105, 107, 110  
Kaluza, 67  
Kamke, 86, 117, 121  
Kaufmann, 93  
Keller, 148  
Klatt, 103, 106  
Knopp, 86, 121  
Köthe, 117  
Kronecker, 48  
Landherr, 120  
Lietzmann, 81, 84

Lüdemann, 136  
Maier, W., 117  
Magnus, 139, 144  
Mahler, 133, 136  
Menzel, 104  
Müller, C. H., 84  
Neder, 117  
Nevanlinna, 87, 147  
Noether, E., 66  
Petain, 147  
Petersson, 67, 117, 139  
Rehbock, 105  
Reidemeister, 98, 101, 105, 107, 117  
Rohrbach, 110  
Rothe, 84  
Seifert, 108, 110  
Schmid, H. L., 113  
Schmidt, 86, 88  
Schmidt, A., 145  
Schmidt, E., 68  
Schmidt, F. K., 81, 102, 139  
Schmidt, R., 117  
Scholz, 86, 88, 145  
Schönhardt, 107  
Schubert, 53  
Schur, 145  
Siegel, 63, 72, 77, 79, 83, 86, 88, 90, 94, 96, 98, 103, 105, 109, 112, 115, 124, 127, 129, 131, 132, 135, 137, 144, 130  
Singer, 62, 63  
Specht, 103  
Sperner, 105  
Springer, 138  
Stöhr, 125, 128, 129, 130, 132, 134, 135, 140, 141, 142  
Strauss, R., 53  
Study, 56  
Suetuna, 100  
Süss, 139, 143, 151  
Takagi, 43, 56

Teubner, 91, 96, 102, 107, 121, 122, 129, 132, 135, 140, 141  
Toeplitz, 114  
Ullrich, 67  
Vahlen, 84  
van der Waerden, 81, 98, 101, 105, 107, 110  
Weber, 10, 14, 17,  
Weil, A., 127  
Weissinger, 114  
Weiß, E. A., 105  
Weyl, 54  
Wielandt, 114, 115, 144  
Witt, 96, 98, 101, 102, 103, 105, 107, 110, 113  
Wolfskehl, 127  
Zassenhaus, 114  
Zermelo, 48  
Ziegenbein, 130, 137, 155

# Kapitel 5

## Stichwortverzeichnis

Algorithmus,  
  Euklidischer, 48, 50  
Bewertung, 47  
Cauchysche Integralformeln, 37  
Dirichlet-Reihe, 73  
Elliptische Funktion, 11, 35  
Eulerprodukt, 72, 73  
Fundamentalsatz, 43, 47  
Hilbertsches Problem Nr. 12, 35  
Hyperkomplexe Zahl, 36, 39, 45, 51, 57  
Integral, 42, 46, 52, 59  
Irrationalität, 39, 42  
Klassengruppe, 43  
Komplexe Multiplikation, 10, 33, 35, 42, 52, 55, 58, 60, 74  
Körper,  
  Abelscher Zahl-, 152  
  Algebraischer Funktionen-, 71  
  Algebraischer Zahl-, 50  
  Biquadratischer, 35  
  Funktionen-, 100, 102  
  Imaginär-quadratischer, 35, 42, 72  
  Klassen-, 38, 39, 42, 46, 57, 122, 124, 126, 129  
  Kubischer, 114  
  Kreisteilungs-, 11  
  Reell-quadratischer, 36, 39, 42, 45, 59

- Relativ–Abelscher, 52
  - Totalreeller Zahl–, 110
  - Vollkommener, 48
- $L$ -Funktion, 43
- $L$ -Reihe, 50, 74, 77
- Liescher Ring, 112
- Metrik,
  - Hyperbolische, 36
- Modul,
  - Singulärer, 45, 58
- Modulform, 12, 42, 57, 59, 72
- Modulfunktion, 14, 39, 40, 51, 52, 65, 71, 72, 76
- Modulgruppe, 37
- Normenrestsymbol, 46
- $\wp$ -Funktion, 10, 37
- Poincaré–Reihe, 42, 46
- Produkttheorem, 47
- Quadratische Form, 47, 72, 76, 77, 79
- Quaternäre Form, 73
- Quaternion, 51
- Relativgruppe, 56
- Reziprozitätsgesetz, 43, 46, 51, 57, 59
  - Quadratisches, 46
  - Eisensteinsches, 46
- Satz,
  - Cauchyscher Integral–, 37
  - Fermatscher, 62, 110, 127
- Strahlklasse, 33
- Strahlklassenkörper, 10, 11,
- Summe,
  - Gauss–, 43, 46
- Thetafunktion, 42, 59, 72
- Webersche Alternative, 17
- Zetafunktion, 42, 46, 71, 72, 91, 100, 102
  - Dedekindsche, 46