Herglotz

Briefe 13.10.1921 – 20.8.1941

Version vom 25.05.11, letztmalig geändert am 27.05.11

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Briefe Artin–Herglotz

1.1 undatiert, Artin an Herglotz, Fragment

...so hätten wir die vier Arten:

$$
\begin{aligned}
&1.)\quad x + y\sqrt{\Delta} && \text{(reeller Fall)}\\
&\left.\begin{aligned}
&2.)\quad x + y\sqrt{g}\cdot\sqrt{\Delta}\\
&3.)\quad x + y\sqrt{t}\cdot\sqrt{\Delta}\\
&4.)\quad x + y\sqrt{gt}\cdot\sqrt{\Delta}
\end{aligned}\right\} && \text{(imaginäre Fälle)}
\end{aligned}
$$

Ob den drei imaginären Fällen auch untereinander gesonderte Bedeutung zukommt, dürfte sich wohl erst bei der Klassenzahl zeigen.

Im Falle 1.) ist jede reduzierte Zahl als ein rein periodischer Kettenbruch darstellbar, der modulo p wirklich „Konvergiert". Der Begriff der Konvergenz modulo p musste natürlich gesondert definiert werden.

Im Falle 1.) lässt sich ferner jede Einheit E in der Form:

$$\mathsf{E} = \varepsilon.\Theta^k \qquad k = \ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$$

darstellen wenn Θ die „Grundeinheit "und ε irgend eine Einheit $1, 2, \ldots p-1$ modulo p ist. Dies folgt ohne Schwierigkeit aus der Kettenbruchentwicklung, nur muss man zeigen dass der Quotient zweier Einheiten der gleichen Norm (Norm im alten Sinne p^n nicht wie im quadratischen Körper), immer eine Einheit ε modulo p ist. Doch ist dies leicht nachzuweisen.

Im imaginären Falle sind im allgemeinen nur die ε Einheiten mit Ausnahme des Körpers $\mathsf{K}(\sqrt{g})$ wo ε, und $\varepsilon\sqrt{g}+\varepsilon'$ die Einheiten sind. (Analog im gewöhnlichen Zahlkörper $\mathsf{K}(\sqrt{-3})$ und $\mathsf{K}(\sqrt{-4})$)

Ich will jetzt auch die Darstellung der Klassenzahl versuchen und glaube dass es gehen wird.

Indem ich hoffe dass ich darüber bald berichten kann erlaube ich mir recht herzliche Grüsse zu senden und verbleibe

Ihr stets dankbarer

Emil Artin

Die Kettenbruchentwicklungen modulo p sind an sich sehr interessant.

1.2 13.10.1921, Artin an Herglotz

Reichenberg,
13 Oktober 1921

Geehrter Herr Professor!

Ich war gerade mit der Paginierung der fertigen Abschrift beschäftigt, als ich Ihren Brief erhielt. Mit der gleichen Post geht das Manuskript und der Brief an Professor Schur.

Ihre Warnungen Herr Professor sind nur zu berechtigt. Ich hätte eben die Sache selber machen sollen.

Als ich nach Reichenberg kam, gab ich meinem Kollegen der mir schon einmal eine Abschrift besorgte die Dissertation mit der Bitte um eine neue Abschrift wobei ich ihm die vorzunehmenden Veränderungen sagte.

Er versprach es und berichtete mir auch hin und wieder von den angeblichen Fortschritten.

Vor vierzehn Tagen nun, kam er zu mir und hatte netto 10 Seiten geschrieben. Er sagte mir auch, er sei ausserstande die Sache fertig zu machen.

Da musste ich mich eben hinsetzen und von vorn anfangen.

Ganz wertlos war es, abgesehen von der moralischen Seite, übrigens nicht. Es gelang mir, einen kleinen Schönheitsfehler betreffend die Endlichkeit der Körper mit einklassigen Geschlechtern auszumerzen. Meine früheren Abschätzungen versagten nämlich stets für $p = 3$

Durch einen Kunstgriff nun, bei denen die bekannten Relationen der σ_ν eine Rolle spielen, gelang die Verschärfung der Abschätzung so dass die Frage auch bei $p = 3$ entschieden ist.

Was die Klassenzahl im imaginären Körper betrifft, so glaube ich, dass es überhaupt nur einen Körper (von den trivialen Fällen abgesehen) mit der Klassenzahl eins gibt. Nämlich für $p = 3$ der Körper $K(\sqrt{t^3 - t - 1})$.

Für $p = 3$ habe ich bei allen Diskriminanten 5ten Grades mit Ausnahme einiger noch nicht durchgerechneter Primfunktionen wiederum ausnahmslos die Riemannsche Vermutung bestätigen können. Weitere Rechnungen sind, glaube ich, zwecklos da ja durch sie kaum eine Entscheidung herbeigeführt werden dürfte. (Wenn, dann ja nur im negativen Sinne).

Indem ich hoffe, dass Sie mir meine Säumigkeit verzeihen verbleibe ich ergebenst Ihr dankbarer Schüler

E Artin

P. S. Ihre werte Karte bekam ich vor 8 Tagen als ich mitten in der Arbeit war. Ich wollte sie erst nach ihrer Beendigung beantworten.

Betreffend die zweite Arbeit, hoffe ich Ihnen noch mündlich berichten zu können.

1.3 13.11.1921, Artin an Herglotz

Göttingen,
am 13 November 1921

Geehrter Herr Professor!

Ich berichte erst heute über Göttingen, weil ich mich erst ein wenig einleben wollte. Nach meiner Ankunft machte ich die Besuche bei Courant, Hilbert, Klein und Landau und wurde von Hilbert in die Mathematische Gesellschaft eingeladen. Dienstag in acht Tagen soll ich dort über meine Dissertation berichten. Leider habe ich hier sehr wenig Fühlung mit den Dozenten so dass mir die persönliche Anregung fehlt, die ich in Leipzig in so weitgehendem Masse durch Sie Herr Professor hatte. Dafür werde ich Ihnen immer Dank schulden. Hier in Göttingen ist, wie mir alle erzählen, ein ausgezeichneter Zahlentheoretiker, Herr Siegel, Assistent bei Courant. Leider lebt er, wie Professor Courant sagt, sehr zurückgezogen, so dass ich bisher kaum zwei Worte mit ihm gesprochen habe.

Was das Stadtbild von Göttingen betrifft, so ist es wirklich ein gemütliches Städtchen. Ich denke es wird mir noch ganz gut hier gefallen, wenn ich mich erst eingelebt habe. Vorläufig kenne ich halt hier so gut wie niemanden.

Klein hält ein Seminar in seiner Wohnung über Differentialgleichungen der math. Physik soweit es seine Arbeiten betrifft. Er tut es, um selbst wieder in die Sachen hineinzukommen da er ja an der Herausgabe des 2ten Bandes seiner Abhandlungen arbeitet. Am Seminar nehmen teil Prof. Courant, seine Assistenten, Vermeil und einige mir noch unbekannte Herren. Ferner noch Herr Pauli aus München, ein Landsmann von mir, den Sie sicher kennen. Auch ich wurde dazu eingeladen. Ich denke es wird noch ganz hübsch werden.

Was meine Arbeiten im Anschluss an die Dissertation betrifft, so bin ich ein gutes Stück vorwärts gekommen und darüber möchte ich Ihnen nun berichten.

Zunächst ist zu bemerken dass die Theorie wortwörtlich für beliebige Galoissche Felder gilt falls man nur unter p nicht eine Primzahl, sondern die betreffende Primzahlpotenz auf deren Exponenten es weiter nicht ankommt, versteht. Dies ist natürlich selbstverständlich und weiter nichts neues. Es sei also p eine Primzahlpotenz. Um nun meine weiteren Überlegungen zu verfolgen will ich zunächst die Bedeutung der „Imaginären" erläutern.

Sei g eine primitive Wurzel unseres Feldes. Dann gibt es zwei Imaginäre: $\sqrt{g}$ und $\sqrt{t}$. Wie kann man dies auffassen? Seien $a\ b\ \ldots$ die Elemente meines Galoisschen Feldes $F[p]$ in der Anzahl p. (Die Zahlen wie ich sie früher nannte). Dann sind die Elemente $a+b\sqrt{g}$ einfach die Elemente eines abstrakten Feldes $F[p^2]$ mit p^2 Elementen. Wenn also D geraden Grad hat und $\operatorname{sgn} D = g$ ist, wird $\sqrt{D}$ „reell" wenn ich als Grundkörper den Körper K_1 der rationalen Funktionen des Feldes $F(p^2)$ zu Grunde lege. Im Körper K der zum Feld $F[p]$ gehört bleibt natürlich $\sqrt{D}$ imaginär, da ja das Element $\sqrt{g}$ an die Funktion $\sqrt{D}$ gekoppelt ist. Wie steht es aber mit dem Dirichletschen biquadratischen Körper? Wir nehmen also, wenn nun D irgend eine Diskriminante bedeutet den Körper $K(\sqrt{D}, \sqrt{gD}) = K(\sqrt{g}, \sqrt{D})$. ist K_1 der zum Feld $F(p^2)$ gehörige Körper, so ist also $K(\sqrt{D}, \sqrt{gD}) = K_1(\sqrt{D})$ wo jetzt $\sqrt{D}$ reell oder imaginär ist je nach dem Grad von D. Der Dirichletsche biquadratische Körper ist also ein quadratischer über einem höheren Galoisschen Feld. Die zugehörigen Formeln schreibe ich noch nicht hin weil ich dies noch weitgehend verallgemeinert habe.

Der andere Fall zunächst. Sei $\operatorname{sgn} D = 1$, Grad von D ungerade. Dann brauche ich die Imaginäre $\sqrt{t}$. Ich betrachte gleich den zugehörigen Dirichletschen Körper $K(\sqrt{D}, \sqrt{tD}) = K(\sqrt{D}, \sqrt{t})$. Setze ich $K_1 = K(\sqrt{t})$ so ist zunächst K_1 isomorph mit K wenn ich $\sqrt{t} = t_1$ setze (einfach Polynome von $\sqrt{t}$) also geht $D(t)$ über in $D(t^2)$. Somit sind die Körper $K(\sqrt{D}, \sqrt{tD})$ und $K(\sqrt{D(t^2)})$ isomorph. Ich gehe nun ein auf die Zetafunktionen. Natürlich haben in K_1 und K die „Legendre" –Symbole andere Bedeutung. Überlegt man sich wie sie zusammenhängen und spricht dann das Endresultat für $K(\sqrt{D(t^2)})$ aus, so erhält man die Formel:

$$\mathsf{Z}_{D(t^2)}(s) = \left(1 - p^{-(s-1)}\right) \mathsf{Z}_{D(t)}(s).\mathsf{Z}_{tD(t)}(s)$$

Die einzige Schwierigkeit beim Beweis ist die veränderte Bedeutung der Legendre–Symbole. Da heissts halt aufpassen.

Die Formel (aus der natürlich Klassenzahlrelationen folgen) lehrt folgendes.

1. Ist die Riemannsche Vermutung für die Funktionen rechter Seite erbracht, dann auch für die linke Seite. Nach meiner Tabelle ist es also für $p = 3$, $p = 5$ für alle Diskriminanten 6ten Grades der Form $D(t^2)$, für $p = 7, 11, 19$ für alle vierten Grades dieser Form erbracht. $\left(\begin{array}{l}\text{Für } p=3 \text{ sogar}\\ \text{8ten Grades}\end{array}\right)$

2. Die algebraische Gleichung für die Wurzeln der Zetafunktion ist nicht immer irreduzibel.

3. Relationen zwischen den σ_ν welche nicht trivial sind. Überhaupt lassen sich diese und die weiteren Formeln keineswegs aus der endlichen Form für $\mathsf{Z}(s)$ heraus lesen.

Diese Formel steht offenbar mit einer Fragestellung in Zusammenhang die ich mir früher vorgelegt habe und über die ich schon mit Ihnen sprach. Die linearen Transformationen von t führen den Körper in sich über. Wie steht es mit den Transformationen höheren Grades. Die Formel gibt die Antwort für die einfachste quadratische Transformation. Doch bin ich vorläufig in dieser Richtung nicht über das angeschriebene Resultat hinausgekommen. Noch interessanter ist die andere Untersuchung, weil sie allgemeiner ist.

Sei K der zum Feld $F[p]$ gehörige Körper. Ich konstruiere ein Feld $F[p^m]$ als Erweiterung von $F[p]$ welches $F[p]$ enthält. Dies ist immer möglich und es genügt es auf eine Art zu machen da ja bekanntlich alle Felder gleicher Elementenanzahl isomorph sind. K_1 sei nun der zu $F[p^m]$ gehörige Körper. D sei Diskriminante in K. Dann liegt D auch in K_1. Ich betrachte nun die beiden Körper $K(\sqrt{D})$ und $K_1(\sqrt{D})$ (Für $m = 2$ erhält man ersichtlich den zuerst behandelten Fall des Dirichletkörpers $K(\sqrt{g}, \sqrt{D})$.) Hält man wieder die verschiedene Bedeutung der Legendresymbole auseinander und benutzt die Zerlegungsgesetze der Primfunktionen von K in K_1, so erhält man, wenn $\mathsf{Z}_1(s)$ die Zetafunktion von $K_1(\sqrt{D})$, $\mathsf{Z}(s)$ die von $K(\sqrt{D})$ bedeutet, die Zerlegungsformel für $\mathsf{Z}_1(s)$:

$$\mathsf{Z}_1(s) = \prod_{\nu=0}^{m-1} \mathsf{Z}\left(s + \frac{2\pi i\nu}{m\log p}\right)$$

Folgerungen:

1. Ist die Riemannsche Vermutung richtig für $\mathsf{Z}(s)$, dann auch für jedes $\mathsf{Z}_1(s)$. Mit jeder Zetafunktion ist also gleich eine ganze Schar unendlich vieler Zetafunktionen (in jedem $F[p^n]$ n beliebig) erledigt. Die Folgerungen nach meinen Rechnungen sind klar.

2. Umkehrung. Ist sie für $\mathsf{Z}_1(s)$ bewiesen, dann auch für $\mathsf{Z}(s)$. Ich lege nun ein solches Galoissches Feld $F(p^n)$ zu Grunde, dass in K_1 die Diskriminante D lauter Linearteiler hat. Dies geht immer. Es genügt

also, die Riemannsche Vermutung in allen Feldern für die Diskriminanten mit lauter Linearteilern zu beweisen. In einem gegebenen Feld gibt es aber nur endlich viele Linearteiler, also nur endlich viel Diskriminanten die in Frage kommen da sie ja durch kein Quadrat teilbar sein dürfen. Es sind also in *jedem* Feld nur endlich viel Fälle zu erledigen und zwar Fälle der einfachsten Art. Dass man in beliebigen Feldern rechnen muss ist in keiner Hinsicht eine Erschwerung.

3. Für $m = 2$ die Klassenzahlrelation des Dirich–Körpers, wenn die in meiner Arbeit hergeleitete Relation zwischen $\mathsf{Z}_D(s)$ und $\mathsf{Z}_{gD}(s)$ beachtet wird.

4. Relationen der σ_ν die ich weiter nicht aufgestellt habe, deren Existenz aber klar ist.

Dies sind ungefähr meine bisherigen Ergebnisse. Halten Sie sie für wichtig genug um sie in einer kleinen Note zu veröffentlichen etwa nach Erscheinen meiner Arbeit? Von dieser habe ich übrigens noch nichts gehört, Schur hat noch nicht geschrieben (von der Empfangsbestätigung abgesehen)

Verzeihen Sie nun meinen langen Brief mit dem ich Ihre Zeit in Anspruch nahm.

Mit herzlichen Grüssen verbleibe ich

Ihr stets dankbarer Schüler

Artin

Geheimrat Hilbert trug mir auf auch Grüsse zu bestellen.

1.4 30.11.1921, Artin an Herglotz

Göttingen
30 November 1921

Hochgeehrter Herr Professor!

Ich möchte noch über einige Erweiterungen und Folgerungen zu meinen letzten Ausführungen, die Sie ja wohl erhalten haben werden, berichten.

Nenne ich K den Körper der rationalen Funktionen des Galoisschen Feldes $\mathrm{GF}(p)$ und K_m den Körper zum Galoisschen Feld $\mathrm{GF}(p^m)$, ist ferner D eine Diskriminante in K, so werde die Zetafunktion von $K_m(\sqrt{D})$ mit $\mathsf{Z}_m(s)$ bezeichnet, die von $K(\sqrt{D})$ mit $\mathsf{Z}(s)$. In meinem letzten Briefe berichtete ich über die Zerlegung:

$$\mathsf{Z}_m(s) = \prod_{\nu=0}^{m-1} \mathsf{Z}\left(s + \frac{2\pi i\nu}{m \log p}\right)$$

Setzt man nun

$$\mathsf{Z}(s) = \frac{1}{1-p^{-(s-1)}} \cdot \prod_{\mu=1}^{n-1}\left(1 - \frac{\beta\mu}{p^s}\right) \quad \text{wo die } \beta_\mu$$

die Wurzeln jener algebraischen Gleichung mit den σ_ν als Koeffizienten sind, so wird:

$$\mathsf{Z}_m(s) = \frac{1}{1-p^{-n(s-1)}} \cdot \prod_{\mu=1}^{n-1}\left(1 - \frac{\beta_\mu^m}{p^{ms}}\right)$$

Um also die algebraische Gleichung zu erhalten deren Koëffizienten $\sigma_\nu^{(m)}$ genannt werden mögen, hat man $z = p^m$ zu setzen da man ja im $\mathrm{GF}(p^m)$ ist. Man erhält, wenn

$$z^{n-1} + \sigma_1 z^{n-2} + \cdots + \sigma_{n-1} = \prod_{\nu=1}^{n-1}(z - \beta_\nu) \quad \text{gesetzt wird:}$$

$$z^{n-1} + \sigma_1^{(m)} z^{n-2} + \sigma_2^{(m)} z^{n-3} + \cdots + \sigma_{n-1}^{(m)} = \prod_{\nu=1}^{n-1}(z - \beta_\nu^m)$$

In $\mathrm{GF}(p^m)$ sind also die Wurzeln einfach die m–ten Potenzen der Wurzeln in $\mathrm{GF}(p)$. Insbesondere ist also:

$$\sigma_1^{(m)} = -\sum_{\nu=1}^{n-1} \beta_\nu^m \quad \text{also die negativen } m\text{–ten}$$

Potenzen unserer Grundwurzeln. Sie können also nach den Newtonschen Formeln berechnet werden. Für das weitere brauche ich die Werte für $m = 2, 3$ im Falle der kubischen Diskriminante, wo also $n = 3$ ist und unsere Gleichung wegen $\sigma_2 = p$ lautet: $z^2 + \sigma_1 z + p = 0$. Man hat:

$$\sigma_1^{(2)} = -\sigma_1^2 + 2p \tag{1}$$

$$\sigma_1^{(3)} = \sigma_1^3 - 3p\sigma_1 \tag{2}$$

Zunächst eine andere Folgerung. Setzt man $\mathsf{Z}(s) = \frac{1}{1-p^{-(s-1)}} \cdot L(s)$ wo also $L(s)$ eine L–Reihe mit reellen Charakteren ist so gilt

$$\log L(s) = -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_1^m + \beta_2^m + \cdots + \beta_{n-1}^m}{m \cdot p^{ms}} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sigma_1^{(m)}}{m \cdot p^{ms}}$$

Daraus folgt dass man beim Beweise der Riemannschen Vermutung nur über das σ_1, allerdings dafür in *allen* Galoisschen Feldern die ganz „rohe” Abschätzung

$$|\sigma_1| < A\sqrt{p} \quad \text{braucht wo} \quad A \text{ nur vom}$$

Grade der Diskriminante irgendwie abhängt.

Dabei ist p die Elementenzahl des Galoisschen Feldes, also z. B. $|\sigma_1^{(m)}| < A\sqrt{p^m}$. Natürlich braucht es nicht gerade die $\sqrt{\ }$ sein. Es genügte schon $|\sigma_1| < A_\varepsilon p^{\frac{1}{2}+\varepsilon}$ für jedes $\varepsilon > 0$ wo A_ε nur vom Grad von D und von ε irgendwie abhängt. „Roh” nannte ich die Abschätzung im Vergleich zu den komplizierten Determinantenbedingungen die sich aus der algebraischen Gleichung ergeben. Z. B. muss im kubischen Fall bekanntlich $|\sigma_1| < 2\sqrt{p}$ gefordert werden und diese Bedingungen werden noch strenger und unübersichtlicher (was einen eventuellen Beweis betrifft) wenn höhere Grade herangezogen werden. Ausserdem können wie ich im letzten Brief erwähnte und noch zeigen will über D weitgehende Voraussetzungen gemacht werden.

Eine andere Frage. Es betrifft die Beziehung unserer Körper zu dem durch die Wurzeln definierten algebraischen Körper. In zwei speziellen Fällen ist es mir nun gelungen den Zusammenhang aufzudecken der auch an sich interessante Resultate ergab.

Sei D kubisch. Die Gleichung lautet $z^2 + \sigma_1 z + p = 0$, die Wurzeln: $\beta_{1,2} = -\frac{\sigma_1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_1^2 - 4p}$. Sind sie komplex, ist also $|\sigma_1| < 2\sqrt{p}$, so ist die Riemannsche Vermutung bewiesen. Setzen wir nun: $\sigma_1^2 - 4p = -x^2 \cdot d$ wo d quadratfrei ist.

Der durch die Wurzeln erzeugte Körper ist $R(\sqrt{-d})$. Gleichzeitig haben wir:

$4p = \sigma_1^2 + x^2 d$, also eine explizite Darstellung der Primzahl p durch die quadratische Form $x^2 + y^2 d$. Die grosse Frage ist nun welches d zu gegebenem D gehört. Im allgemeinen weiss ich darüber nichts. Aber in zwei Fällen kann ich es entscheiden und darüber will ich jetzt kurz berichten.

1. Sei -1 Quadrat in GF(p) (p braucht keine Primzahl zu sein) also p von der Form $4k+1$. Wir gehen von GF(p) über zu einem GF(p^2) das wir uns, wenn g primitive Wurzel in GF(p) ist, durch Adjunktion von $\sqrt{g}$ zu GF(p) erzeugt denken. In jenem GF(p^2) ist dann $\sqrt{g}$ sicher kein Quadrat. Denn aus $\sqrt{g} = (a + b\sqrt{g})^2$ wo a und b Elemente aus GF(p) sind folgte: $a^2 = -b^2 g$. Diese ganz in GF(p) verlaufende Gleichung ist unmöglich da -1 Quadrat ist also links ein Quadrat, rechts ein Nichtquadrat stünde. Natürlich braucht g nicht gerade primitive Wurzel zu sein, sondern nur irgend ein Nichtquadrat in GF(p). Wir nehmen nun, wenn a irgend ein Element aus GF(p) ist: $D = t^3 - at = t(t^2 - a)$. Nach (1) gilt: $\sigma_1^{(2)} = -\sigma_1^2 + 2p$. Nun bilden wir in $\underline{\underline{\underline{K_2}}}$ die Diskriminante $\sqrt{g}D = \sqrt{g}t(t^2 - a)$. Ihr σ_1 ist einfach, da $\sqrt{g}$ Nichtquadrat ist, $-\sigma_1^{(2)}$. Machen wir nun, noch immer in GF(p^2) bleibend, die Substitution $\sqrt{g}t \,|\, t$, so geht $\sqrt{g}D$ über in $\frac{t}{g}(t^2 - ag) = \frac{1}{(\sqrt{g})^2}\, t(t^2 - ag)$. Da wir in GF$(p^2)$ sind kann noch der quadratische Faktor abgespalten werden, so dass wir in $D_1 = t(t^2 - ag)$ eine Diskriminante vor uns haben deren σ_1 Grösse in $\underline{\underline{\underline{K_2}}}$ gleich $-\sigma_1^{(2)}$ ist. Nun ist aber, und das ist der Hauptwitz, D_1 bereits Diskriminante in K, da ja seine Koëffizienten in GF(p) liegen. Nennen wir also das σ_1 von $K(\sqrt{D})$, $\overline{\sigma_1}$, so gilt:

$$\begin{array}{rcll} -\sigma_1^{(2)} & = & -\overline{\sigma_1}^2 + 2p\,. & \qquad \text{Addiert man dies zu} \\ \sigma_1^{(2)} & = & -\sigma_1^2 + 2p & \qquad \text{so resultiert:} \\ 4p & = & \sigma_1^2 + \overline{\sigma_1}^2 & \qquad \text{Also:} \end{array}$$

1.) $|\sigma_1| < 2\sqrt{p}$ also die Riemannsche Vermutung.

2.) für $D = t(t^2 - a)$ ist der durch die Wurzeln erzeugte Körper der Körper $\mathfrak{R}(\sqrt{-1})$.

3.) Ist speziell p eine Primzahl der Form $4k+1$ so erhält man nach leichten Reduktionen, wenn $\left(\frac{}{}\right)$ das gewöhnliche Legendre–Symbol ist, durch spezielle Wahl $a = 1$, wenn g irgend ein Nichtrest modulo p ist:

$$\left.\begin{aligned} x &= \sum_{\nu=0}^{\frac{p-1}{2}} \left(\frac{\nu(\nu^2-1)}{p}\right) \\ y &= \sum_{\nu=0}^{\frac{p-1}{2}} \left(\frac{\nu(\nu^2-g)}{p}\right) \end{aligned}\right\} \qquad \text{gesetzt befriedigen}: \quad p = x^2 + y^2$$

Dabei bedeuten Symbole 0 wenn Zähler und Nenner nicht prim sind. Also eine Zerlegung von p in zwei Quadrate. Leider ist *dieses* Resultat nicht neu, es wurde von Jakobstal durch Rechnung gefunden wie ich vor einigen Tagen erfuhr. Dagegen scheint bei dem nächsten Fall die Jakobsthalsche Methode zu versagen.

Zusatz Ist $p = 4k+3$ so errechnet man bei $D = t(t^2 - a)$ sofort $\sigma_1 = 0$ also die Riemannsche Vermutung.

2. Sei p von der Form $6k+1$. Dann gibt es, wie man sich leicht überzeugt, in GF(p) Nichtkuben die zugleich Nichtquadrate sind. Sei a ein solcher Nichtkubus.

Durch Adjunktion von $\sqrt[3]{a}$ (d. h. Restklassen modulo der Primfunktion $t^3 - a$ wodurch alles gerechtfertigt ist) werde GF(p) zu einem GF(p^3) erweitert. In ihm ist dann $\sqrt[3]{a}$ sicher Nichtquadrat wie leicht aus dem Eulerschen Kriterium gefolgert werden kann, da a Nichtquadrat in GF(p) ist. Nach (2) ist für $D = t^3 - 1$:

$$\sigma_1^{(3)} = \sigma_1^3 - 3p\sigma_1$$

$\sqrt[3]{a}D = \sqrt[3]{a}(t^3 - 1)$ hat also in K_3 als σ_1–Grösse $-\sigma_1^{(3)}$. Wir machen die Substitution $\sqrt[3]{a}t \,|\, t$ und erhalten nach Abspaltung eines quadratischen Faktors die Diskriminante $D_1 = t^3 - a$ der wieder in K die Grösse $\overline{\sigma_1}$ zugeordnet werde. Also ist:
$-\sigma_1^{(3)} = \overline{\sigma_1}^3 - 3p\overline{\sigma_1}$. Addition gibt:
$\sigma_1^3 + \overline{\sigma_1}^3 = 3p(\sigma_1 + \overline{\sigma_1})$
Nun hat $t^3 - 1$ entweder einen oder drei Linearfaktoren in K. σ_1 ist

also sicher gerade. $t^3 - a$ aber ist Primfunktion, hat also keinen Linearfaktor so dass $\overline{\sigma_1}$ ungerade ist. Also $\sigma_1 + \overline{\sigma_1} \neq 0$ so dass:

$\sigma_1^2 - \sigma_1\overline{\sigma_1} + \overline{\sigma_1}^2 = 3p$ resultiert.

Folgerungen:

1.) Nach leichter Rechnung $|\sigma_1| < 2\sqrt{p}$; $|\overline{\sigma_1}| < 2\sqrt{p}$ so dass, nach Lineartransformation die Riemannsche Vermutung für alle $D = t^3 - b$ bewiesen ist. Ist übrigens p nicht von der Form $6k + 1$, so ist doch p^2 von dieser Form so dass man nur zu $\mathrm{GF}(p^2)$ überzugehen braucht. Man hat also die Riemannsche Vermutung für jedes p und jedes $D = t^3 - b$.

2.) Der zu $K(\sqrt{D})$ gehörige Körper ist $\mathfrak{R}(\sqrt{-3})$

3.) Ist p eine Primzahl der Form $6k+1$, a irgend ein kubischer Nichtrest, und setzt man (a quadratischer Nichtrest. Ist a Rest dann $3p = x^2 + xy + y^2$)

$$\left.\begin{array}{rcl} x & = & \sum_{\nu=0}^{p-1} \left(\frac{\nu^3-1}{p}\right) \\ y & = & \sum_{\nu=0}^{p-1} \left(\frac{\nu^3-a}{p}\right) \end{array}\right\} \qquad \text{so gilt} \quad 3p = x^2 - xy + y^2$$

Woraus man leicht eine Darstellung der Primzahl p durch die Form $x^2 + xy + y^2$ errechnet. Dies scheint neu zu sein, auch versagt die Methode von Jakobstal. Dagegen wollten weitere Untersuchungen noch nicht recht glücken.

Noch eines will ich erwähnen. Wird der Buchstabe t irgend einer auch gebrochenen Lineartransformation unterworfen wodurch formal $\sqrt{D}$ in $\sqrt{D_1}$ übergehe (Nenner wegschaffen) so sind natürlich die Körper $K(\sqrt{D})$ und $K(\sqrt{D_1})$ isomorph. Dies sind natürlich aber nicht die ganzen Funktionen der Körper da ja z. B. ein reeller in einen imaginären Körper übergehen kann und die Diskriminanten ihre Grade ändern können. Trotzdem lassen sich die Zetafunktionen auf einander zurückführen. Das Resultat ist folgendes.

Ganze Transformationen sind trivial und brauchen nicht untersucht zu werden. Ich nehme also die Transformation: $\frac{at+b}{t-c}$ mit $ac \neq b$.

Setzen wir, der Transformation von $\sqrt{D}$ entsprechend, wenn 2k die nächstgrössere gerade Zahl zum Grade von D ist:

$D_1(t) \;=\; (t-c)^{2\mathsf{k}} D\left(\frac{at+b}{t-c}\right)$ so gilt:

$$\mathsf{Z}_D(s) \;=\; \frac{1-\left[\frac{D_1}{t-c}\right] p^{-s}}{1-\left[\frac{D}{t-a}\right] p^{-s}}\, \mathsf{Z}_{D_1}(s)$$

Dabei sollen die Symbole Null sein wenn Zähler und Nenner nicht prim sind. Ist D teilbar durch $t-a$ und von geradem Grade, so tritt Graderniedrigung ein. Da man durch Übergang zu geeigneten Galoisschen Feldern immer Linearteiler erhält kann man den Grad von D als ungerade voraussetzen. Diese Graderniedrigung erinnert sehr an die hyperelliptischen Integrale.

Meinen Vortrag habe ich gehalten, doch habe ich bei Hilbert kein Glück damit gehabt. Landau und den Zahlentheoretikern hat er ja sehr gut gefallen wie sie auch während des Vortrags, als Hilbert mich öfters unterbrach, sagten. Aber Hilbert unterbrach mich häufig, zum Schluss konnte ich gar nicht mehr reden und sagte er habe von Anfang an überhaupt nicht zugehört da er alles für Trivialitäten gehalten habe. Von dieser Meinung ist er nun aber abgekommen als ich (ich musste dies ganz ausser dem Zusammenhang tun da ich nicht reden konnte und die letzten Resultate meiner Dissertation und meiner letzten Untersuchungen nicht vorbringen konnte) die erwähnten Primzahlzerlegungen angab. Ich bin aber doch damit reingefallen und Hilbert hat mir die ganze Lust am Arbeiten verdorben durch seine Kritik die ich übrigens (und die anderen auch) für nicht gerechtfertigt halte. Ich weiss ja nicht wie Sie darüber denken aber das verdirbt die ganze Freude an den Ergebnissen.

Verzeihen Sie nun Herr Professor, dass ich Sie schon wieder mit einem so langen Brief belästigt habe aber es wird wohl mit diesem Thema nicht mehr vorkommen da ich es wohl an den Nagel hängen werde.

Mit herzlichen Grüssen

Ihr dankbarer Schüler

Artin

1.5 03.12.1921, Artin an Herglotz

Göttingen,
3 Dezember 1921.

Hochgeehrter Herr Professor!

Vielen Dank für Ihren Brief den ich heute erhielt. Ich möchte Ihnen ein Beispiel für „überall dichtliegende" Punkte $(r_\nu\, s_\nu)$ angeben das mir vorhin eingefallen ist. Es ist vielleicht noch etwas ungeschickt was seine Bildung anbetrifft, dafür ist aber der Grund des Dichtliegens leicht zu sehen. Ihrem Briefe entnehme ich dass es sich ja nicht um eine notwendige und hinreichende Bedingung handelt — dieser Frage wäre natürlich kaum näher gekommen — sondern um die Konstruktion eines Beispiels. Das Beispiel zeigt auch wie man beliebig viele andere konstruieren kann.

Seien also die $q_\nu \geq 1$ ganz $(\nu = -\infty \cdots +\infty)$

$$r_\nu = \frac{1}{q_{\nu+1} + \frac{1}{q_{\nu+2}+\cdots}} \qquad -s_\nu = q_\nu + \frac{1}{q_{\nu-1} + \cdots}$$

Anstatt s_ν kann man natürlich auch $-\frac{1}{s_\nu}$ nehmen, so dass ich setze:

$$r_\nu = \frac{1}{q_{\nu+1} + \frac{1}{q_{\nu+2}+\cdots}} \qquad s_\nu = \frac{1}{q_\nu + \frac{1}{q_{\nu-1}+\frac{1}{q_{\nu-2}}+\cdots}}$$

Demnach: $0 < r_\nu < 1,\ 0 < s_\nu < 1$. Mein Beispiel bringt gleich den extremsten Fall. Hier liegen nämlich die Punkte $(r_\nu,\, s_\nu)$ im Einheitsquadrat überall dicht. Nun zur Konstruktion der q–Kette:

Sei $n \geq 1$ und $z_1^{(n)} z_2^{(n)} \cdots z_r^{(n)}$ $(r = \varphi(n))$ die zum Nenner n gehörigen reduzierten echten Brüche. Es sei

$$z_k^{(n)} = \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2+\cdots+\frac{1}{a_{m-1}}}} = \frac{P_m}{Q_m} : \quad \text{die Kettenbruchentwicklung von } z_k^{(n)}.$$

Liegen nun irgend welche ganze Zahlen ≥ 1 : $b_m\, b_{m+1} \cdots$ vor und wird

$$\omega_m = b_m + \frac{1}{b_{m+1} + \frac{1}{b_{m+2}+\cdots}}, \qquad \omega = \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2+\cdots+\frac{1}{a_{m-1}+\frac{1}{b_m+\frac{1}{b_{m+1}+\cdots}}}}}$$

gesetzt so ist:

$$\omega = \frac{P_m \omega_m + P_{m-1}}{Q_m \omega_m + Q_{m-1}} \quad \text{und} \quad z_k^{(n)} = \frac{P_m}{Q_m} \text{ also:}$$

$|\omega - z_k^{(n)}| \leq \frac{1}{Q_m^2}$. Da P_m und Q_m relativ prim ist, hat man $Q_m = n$ also:
$|\omega - z_k^{(n)}| \leq \frac{1}{n^2}$

Die geordnete Folge der Zahlen $a_1 a_2 \cdots a_{m-1}$ werde nun symbolisch mit $A_k^{(n)}$ bezeichnet. $\overline{A_k^{(n)}}$ sei die umgekehrt geordnete Folge: $a_{m-1}, a_{m-2} \cdots a_1$. Nun bilde man zu jedem n die Folge der Zahlen (die Abkürzung ist wohl verständlich):

$$\begin{array}{lllll}
\overline{A_1^{(n)}}A_1^{(n)} & \overline{A_2^{(n)}}A_1^{(n)} & \overline{A_3^{(n)}}A_1^{(n)} & \dots & \overline{A_r^{(n)}}A_1^{(n)} \\
\overline{A_1^{(n)}}A_2^{(n)} & \overline{A_2^{(n)}}A_2^{(n)} & \overline{A_3^{(n)}}A_2^{(n)} & \dots & \overline{A_r^{(n)}}A_2^{(n)} \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
\overline{A_1^{(n)}}A_r^{(n)} & \overline{A_2^{(n)}}A_r^{(n)} & \overline{A_3^{(n)}}A_r^{(n)} & \dots & \overline{A_r^{(n)}}A_r^{(n)}
\end{array}$$

Man bringe sie nun für $n = 1, 2 \dots$ in eine Folge die mit $q_1, q_2, \dots$ nummeriert werde. $q_0\, q_{-1} \dots$ können beliebig ganz ≥ 1 gewählt werden.

Diese q–Kette genügt unseren Anforderungen.

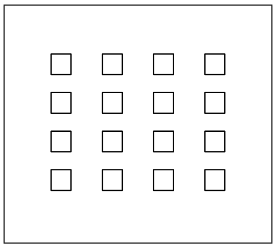
Beweis: Ich betrachte nur die Punkte (r_ν, s_ν) für jene ν welche dem „Einschnitt" zwischen einem $\overline{A_k^{(n)}}$ und einem $A_i^{(n)}$ entsprechen. Die Kettenbruchentwicklung von r_ν hat dann als erste Glieder gerade die Glieder von $z_i^{(n)}$ während dann andere Glieder folgen. Also ist

$$|r_\nu - z_i^{(n)}| \leq \frac{1}{n^2}$$

Das s_ν dagegen entspricht, da sowohl in der Entwicklung für s_ν die q, als in $\overline{A_k^{(n)}}$ die a rückwärts laufen gerade der Kettenbruchentwicklung von $z_k^{(n)}$ so dass
$|s_\nu - z_k^{(n)}| \leq \frac{1}{n^2}$ gilt.

Der Punkt (r_ν, s_ν) gehört also einem Quadrate der Seitenlänge $\frac{2}{n^2}$ und mit dem Mittelpunkte $(z_i^{(n)}\, z_k^{(n)})$ an. Unsere Folge ist so beschaffen dass alle Kombinationen von i und k für gegebenes n vorkommen.

Da auch noch n beliebig ist, liegen die $(r_\nu,\, s_\nu)$ ersichtlich im ganzen Einheitsquadrat überall dicht. (Ist z. B. n eine Primzahl, so ist die Konfiguration der Quadrate in denen sicher je ein Punkt liegt folgende:)



Beweis :

1.) Sie ist notwendig dafür dass die Punkte $(r_\nu,\, s_\nu)$ überall dicht liegen in einem Teilgebiet G des Einheitskreises. Ist unsere Bedingung nämlich nicht erfüllt, so muss es mindestens eine Folge endlich vieler ganzer Zahlen ≥ 1 : $a_1\, a_2\, \cdots\, a_n$ geben die nicht als Ausschnitt der q–Kette vorkommt.

Nun nehme man ein Quadrat welches Teilgebiet von G ist und dessen Mittelpunkt rationale Koordinaten hat. In *jeder* Umgebung dieses Mittelpunktes liegen dann sicher rationale Punkte mit beliebig grossen Nennern. Ersetzen wir eventuell unser Quadrat durch ein anderes möglichst grosses in ihm gelegenes welches *diese* Punkte als Mittelpunkt hat, so können wir von unserem Quadrat voraussetzen :

Ist $2d$ seine Seitenlänge, $(z_1\, z_2)$ sein Mittelpunkt wo $z_1 = \frac{\alpha}{k}$ die reduzierte Form des echten Bruches z_1 ist, so ist

$$k > \frac{1}{\sqrt{d}}$$

Nun sei $z_1 = \frac{1}{b_1+\frac{1}{b_2+\cdots+\frac{1}{b_{m-1}}}} = \frac{P_m}{Q_m}$ mit $Q_m = k$ die Kettenbruchentwicklung von z_1. Bekanntlich kann man auch noch m als ungerade voraussetzen.

Nun betrachten wir alle Kettenbrüche der Form

$$\omega = \cfrac{1}{b_1 + \frac{1}{b_2+\cdots+\frac{1}{b_{m-1}+\frac{1}{\alpha_1+\frac{1}{\alpha_2+\frac{1}{\alpha_3+\cdots}}}}}} = \cfrac{1}{b_1 + \frac{1}{b_2+\cdots+\frac{1}{b_{m-1}+\frac{1}{\omega_m}}}}$$

wo also $\omega_m \geq 1$ ist. Wir haben $\omega = \frac{P_m\omega_m+P_{m-1}}{Q_m\omega_m+Q_{m-1}}$ und

$$\omega - z_1 = \frac{P_{m-1}Q_m - P_mQ_{m-1}}{Q_m(Q_m\omega_m + Q_{m-1})} = \frac{1}{Q_m(Q_m\omega_m + Q_{m-1})}$$

da m ungerade ist. Unsere Kettenbrüche erfüllen also, da ω_m alle Werte ≥ 1 annehmen kann das ganze Intervall: $z_1,\ z_1 + \frac{1}{Q_m(Q_m+Q_{m-1})}$. (Dem Punkt z_1 entspricht $\omega_m \longrightarrow +\infty$, dem anderen $\omega_m \longrightarrow 1$). Die Länge des Intervalls ist kleiner als $\frac{1}{Q_m^2}$ also kleiner als d.

Nun betrachten wir die Menge der Kettenbrüche

$$\omega = \cfrac{1}{b_1 + \cfrac{1}{b_2 + \cdots + \cfrac{1}{b_{m-1} + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cdots + \cfrac{1}{a_n + \cfrac{1}{\alpha_1 + \cfrac{1}{\alpha_2 + \cdots}}}}}}}} = \cfrac{1}{b_1 + \cdots + \cfrac{1}{b_{m-2} + \cfrac{1}{a_1 + \cdots + \cfrac{1}{a_n + \cfrac{1}{\omega_n}}}}}$$

wo $\omega_n \geq 1$. Also:

$\omega = \frac{P_{n+m}\omega_n + P_{n+m-1}}{P_{n+m}\omega_n + Q_{n+m-1}}$: Auch sie erfüllen ein ganzes Intervall welches, da unsere Kettenbrüche unter den vorigen enthalten sind ganz im vorigen Intervall, erst recht also im Intervall $z_1,\ z_1 + d$ liegt.

Ist nun unsere Folge $a_1\, a_2\, \cdots\, a_n$ kein Ausschnitt der q–Kette, so kann das r_ν niemals von der Form der zuletzt erwähnten Kettenbrüche sein. r_ν liegt dann sicher nicht in dem betreffenden Intervall. Das bedeutet aber, dass ein ganzer Vertikalstreifen unseres Quadrates also auch unseres Gebietes sicher nicht von Punkten überdeckt wird entgegen der Voraussetzung.

2.) Unsere Bedingung ist aber bereits hinreichend dafür dass die Punkte $(r_\nu\, s_\nu)$ das ganze Einheitsquadrat überall dicht bedecken. Der Beweis ist nach meinem Ihnen gestern mitgeteilten Beispiel beinahe selbstverständlich.

Sei $(z_1\, z_2)$ irgend ein Punkt mit *irrationalen* Koordinaten.

$$z_1 = \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cdots}} \qquad z_2 = \cfrac{1}{b_1 + \cfrac{1}{b_2 + \cdots}}$$

seien die Kettenbruchentwicklungen. Ich nehme die Folge:
$(b_m\, b_{m-1}\, b_{m-2}\, \cdots\, b_1 \,|\, a_1\, a_2\, \cdots\, a_n)$ und suche in der q–Kette einen solchen Ausschnitt. Mit ν bezeichne ich den Index der dem „Einschnitt” entspricht. Dann ist:

$$r_\nu = \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cdots + \cfrac{1}{a_n + \cfrac{1}{q_{\nu+n-1} + \cdots}}}} \qquad s_\nu = \cfrac{1}{b_1 + \cfrac{1}{b_2 + \cdots + \cfrac{1}{b_m + \cfrac{1}{q_{\nu-n} + \cdots}}}}$$

Wird m *und* n genügend gross gewählt, so liegt der Punkt $(r_\nu,\, s_\nu)$ in beliebiger Nähe von $(z_1\, z_2)$. w. z. b. w.

Eine grössere Ausführlichkeit ist nach meinem Beispiel von gestern wohl nicht erforderlich. Die weiteren Folgerungen die man daraus ziehen kann sind beinah selbstverständlich.

Kommt jede Folge $(a_1 \cdots a_n)$ als Ausschnitt vor, so kommt sie auch unendlich oft als Ausschnitt vor.

In der Tat muss ja jedes $(a_1 \cdots a_n \, a_{n+1})$ mit beliebigem a_{n+1} als Ausschnitt vorkommen.

Demnach können wir beliebig Beispiele konstruieren wo die Punkte dicht liegen und wo dies nicht der Fall ist.

1. Kommt z. B. eine ganze Zahl a nur endlich oft in der q–Kette vor, so liegen die Punkte $(r_\nu, \, s_\nu)$ sicher nicht dicht.

2. Das gestrige Beispiel kann so konstruiert werden.

Es mögen die „Gitterpunkte" des n–dimensionalen Raums $(a_1 \, a_2 \cdots a_n)$ mit positiv ganzzahligen Koordinaten in eine Folge geordnet werden und sodann aus allen n eine Folge gebildet. Jede q–Kette welche zur „einen Hälfte" aus dieser Folge besteht liefert überall dicht liegende Punkte.

Gleichzeitig sieht man ungefähr wie die Lage der Punkte ist wenn sie nicht überall dicht liegen. Dann können sie nämlich nur überall dicht liegen auf einer Punktmenge deren Projektionen auf die x– und y–Achse eine nirgends dichte perfekte Punktmenge ist, die also selbst eine nirgends dichte perfekte Punktmenge ist. Dies ist das Günstigste was eintreten kann. Ob und wann dies der Fall ist habe ich nicht weiter untersucht da dies wohl kaum von Wert ist.

Die Folgerungen die sich für die quasiergodischen geod. Linien ergeben weiss ich nicht da ich leider die Grundlagen zu wenig in Erinnerung habe. Es handelt sich aber, wie mir so vorschwebt um Annäherung an jeden Punkt von jeder Richtung. Dann dürfte man also sagen. Ist dies in einem noch so kleinen Teilgebiet der Fall, dann ist es im ganzen Gebiet der Fall (??)

Mit herzlichen Grüssen

Ihr dankbarer Schüler

Artin

P. S. Selbst wenn die $(r_\nu, \, s_\nu)$ nur ein kleines Linienstück überall dicht erfüllen oder noch allgemeiner die Menge ihrer Häufungspunkte ein Kontinuum als Teilmenge enthält, müssen sie bereits das Einheitsquadrat überall dicht erfüllen.

1.6 04.12.1921, Artin an Herglotz, Fragment

Göttingen
4. Dezember 1921

Hochgeehrter Herr Professor!

Mein gestriger Brief war etwas verfrüht weil in dem Beispiel ja bereits die ganze Lösung der Fragestellung steckt die mir erst heute eingefallen ist und immerhin ein bemerkenswertes Ergebnis zeitigt.

Sei $q_\nu \geq 1 \quad (\nu = -\infty \cdots + \infty)$ unsere Folge ganzer Zahlen

$$r_\nu = \frac{1}{q_{\nu+1} + \frac{1}{q_{\nu+2}+\cdots}} \qquad s_\nu = \frac{1}{q_\nu + \frac{1}{q_{\nu-1}+\cdots}}$$

$$0 < r_\nu < 1\,; \qquad 0 < s_\nu < 1\,.$$

Wie ich schon gestern bemerkte ist es bequemer und belanglos s_ν so fortzusetzen. Irgend eine endliche Folge von q_ν: $\quad q_\nu\, q_{\nu+1}\, q_{\nu+2} \cdots q_n$ werde ein Ausschnitt der q–Kette genannt. Dann beweise ich den

Satz Liegen die Punkte $(r_\nu\, s_\nu)$ überall dicht in einem noch so kleinen Gebiet des Einheitsquadrates, so liegen sie im *ganzen* Einheitsquadrat überall dicht. Die *notwendige* und *hinreichende* Bedingung für die q–Kette lautet. Jede irgend wie aufgeschriebene Folge ganzer Zahlen $a_1\, a_2 \cdots a_n$ muss als Ausschnitt in unserer q–Kette enthalten sein.

1.7 undatiert, Artin an Herglotz, Fragment

Wie gesagt, dürfte sich wohl noch ein einfacheres Beispiel finden lassen; als erster Anhaltspunkt kann es aber dienen.

Darf ich Sie vielleicht bitten mir den Ausgangspunkt ganz kurz ins Gedächtnis zurückzurufen ? Ich habe offen gestanden nur eine ganz vage neblige Erinnerung daran.

Hilbert hat unterdessen seine Meinung geändert und mich aufgefordert die letzten Sachen über die ich Ihnen berichtete in die Annalen einrücken zu lassen. Darf ich Sie um einen Rat bitten was ich tun soll, in Anbetracht Ihres letzten Vorschlags ?

Bitte verzeihen Sie Herr Professor, dass ich Sie so viel mit persönlichen Angelegenheiten belästige aber ich bin in den Sachen noch so unerfahren dass ich nicht weiss was ich tun soll.

Die Heckeschen Arbeiten habe ich mir jetzt ordentlich zu Gemüte geführt. Es steckt kolossal viel drinnen. Der junge Siegel hat ganz prächtige Resultate auf dieser Grundlage erhalten und darüber in der Math. Ges. berichtet. Vielleicht darf ich Ihnen nächstens darüber berichten.

Mit herzlichen Grüssen

Ihr dankbarer Schüler

Artin

1.8 25.01.1922, Artin an Herglotz

Göttingen
25 Jänner 1922

Hochgeehrter Herr Professor!

Mit freudiger Überraschung und tief empfundener Dankbarkeit las ich Ihren Brief vom 20. d. M. Sie bemühen Sich wirklich mehr um meine Angelegenheit als ich eigentlich verdiene. Ich werde das mir von Ihrer Seite entgegengebrachte Wohlwollen nie vergessen und Ihnen zu stetem Dank verpflichtet sein.

Mit der in Aussicht gestellten Summe würde ich in Göttingen allein ohne Zuschuss von zu Hause auskommen. Beträgt doch mein monatlicher Verbrauch hier ca. 800 M. Ich bin aber fest überzeugt in Hamburg davon leben zu können wenn ich von zu Hause noch etwas bekomme, was ich sicher noch durchsetzen kann. Eine eventuelle Teuerung wird ja kaum so umwälzend sein dass sich die Sachlage wesentlich ändert.

Wenn es Ihnen also möglich ist mir das Stipendium zu verschaffen, wäre ich mit einem Schlage aller Sorgen für das Sommersemester ledig.

Was eine Assistentenstelle betrifft, so wäre eine schwache Aussicht vorhanden in Kiel eine zu bekommen. Es ist dies für den Fall dass Herr Krull, dem jetzt die Stelle angeboten wurde, das Angebot ausschlägt. Ganz unwahrscheinlich ist es nicht, denn Herr Krull hat noch ein zweites Angebot nach Freiburg. Immerhin ist aber sehr wenig Aussicht nur vorhanden.

Was die Wissenschaft betrifft, so hoffe ich Ihnen in nächster Zeit darüber berichten zu können.

Indem ich Ihnen Herr Professor nochmals meinen innigsten Dank für Ihre Bemühungen ausspreche,

Verbleibe ich mit herzlichen Grüssen

Ihr dankbarer Schüler

Artin

1.9 31.01.1922, Artin an Herglotz

Göttingen,
31 Jänner 1922

Hochgeehrter Herr Professor!

Vielen Dank für Ihren lieben Brief der einen Irrtum meinerseits berichtigte. Ich bitte um Entschuldigung Ihnen deshalb Ungelegenheiten verursacht zu haben.

Allerdings muss ich jetzt sagen dass ich damit allein nicht auskomme und wie ich es also im Sommer 23 machen werde weiss ich noch nicht. Doch bitte ich Sie Herr Professor, mir wenn es möglich ist, das Stipendium zu verschaffen; ich muss halt sehen wie ich den restlichen Teil bekommen kann. Mein Vater wird sich allerdings kaum erweichen lassen.

Hier in Göttingen ist nicht viel los momentan. Am 23 Jänner war Hilberts Geburtstag; da waren Hecke, Toeplitz, Hellinger, Blumenthal und andere da. Von ihnen habe ich nur Toeplitz durch Fräulein Noether kennengelernt.

Nach wie vor stehe ich vollständig isoliert da. Die einzigen mit denen ich häufiger zusammenkomme sind Fräulein Noether, Vermeil, Krull und von den Physikern Pauli. Mit Siegel auch nur mehr als 5 Worte zu reden ist aussichtslos.

Nun gestatten Sie, Ihnen nochmals meinen herzlichen Dank für Ihre grossen Bemühungen um mich auszusprechen.

Mit vielen herzlichen Grüssen

Ihr dankbarer Schüler

Artin

1.10 15.07.1922, Artin an Herglotz

Göttingen
15 Juli 1922

Sehr geehrter Herr Professor!

Verzeihen Sie dass ich so lange nichts von mir hören liess, aber ich quälte mich erst lange herum mit der Frage nach der Teilbarkeit von der Zetafunktion eines Oberkörpers durch die des Unterkörpers und wollte Ihnen wenigstens etwas positives darüber mitteilen können.

Allgemein abschliessende Resultate habe ich bis jetzt hierüber nicht, wohl aber eine Methode die in bisher ganz unzugänglichen Körpern wie beim Ikosaederkörper zum Ziel führt und ausserdem eine Andeutung gibt, nach welcher Richtung hin in allgemeinen Fällen die Untersuchung geführt zu werden hat. Bei weiterer Verfolgung dürfte man wohl auf Ergebnisse und Probleme stossen die über das unmittelbare analytische Interesse hinausgehen und neue Resultate in arithmetischer Hinsicht zu Tage fördern. Von diesem Ziel bin ich allerdings noch weit entfernt und habe nur Andeutungen.

Was das bisher erreichte betrifft, so habe ich die Teilbarkeit in allen relativ metacyklischen Körpern von quadratfreiem Grade (und einigen allgemeineren) sowie für jeden relativen Ikosaederkörper (als Beispiel dafür dass nicht das metacyklische sondern nur die Kenntnis von der Konstitution der Gruppe ausschlaggebend ist).

Es lassen sich nämlich Relationen zwischen den Zetafunktionen der verschiedenen Unterkörper aufstellen, aus denen man die Teilbarkeit abliest. Für den Ikosaederkörper dessen ζ–Funktion ζ_{60} genannt werde, lautet das Resultat so (ζ =Zetaf. des Grundkörpers, $L^{(i)}$ gewisse L Reihen in Körpern n–ten Relativgrades):

$$\zeta_{60} = \zeta \left(\sqrt[3]{L_1^{(15)} L_2^{(15)} L_3^{(15)}}\right)^2 . \sqrt{L_1^{(12)} L_2^{(12)} L_3^{(12)} L_4^{(12)}} . \sqrt{L_1^{(5)} L_2^{(5)}}$$

Ähnliche Resultate in den anderen Fällen. Die Relationen sehen z. B. so aus:

$$\zeta_5^2 \zeta_{12} = \zeta_{20} \zeta^2$$

wo ζ_5, ζ_{12}, ζ_{20} die ζ–Funktionen von Unterkörpern $5, 12, 20$ten Grades des Ikosaederkörpers sind.

Mitte Juni war ich bei Gelegenheit der Tietzevorträge in Hamburg und gehe auch nächstes Semester hin; Reidemeister geht nämlich nach Wien und da kann ich die Assistentenstelle bei Blaschke bekommen. Ich muss Ihnen dankbar sein dass Sie mit Blaschke darüber gesprochen haben, denn woher hätte er mich sonst gekannt.

Mir hat es in Hamburg sehr gut gefallen und Siegel hat nur Schauermärchen erzählt.

Ende Juli hoffe ich auf einige Tage nach Leipzig zu kommen und würde Sie gerne besuchen wenn Sie Zeit haben.

Mit herzlichen Grüssen

Ihr dankbarer Schüler

Artin

1.11 14.08.1923, Artin an Herglotz

Reichenberg
14/8 1923

Lieber Herr Professor!

Ich habe heute gleich nach Hamburg an Furch geschrieben, dass er mir die nötigen Unterlagen verschafft und direkt an Sie schickt; auf diese Art erhalten Sie sie rascher und können dann die Sache, sobald Sie von Blaschke günstigen Bescheid erhalten weiter leiten. Ich habe vor ein paar Tagen eine Karte von ihm erhalten, auf der er es als sicher ansieht dass sich alles wird machen lassen und mir für die nächsten Tage den endgültigen Bescheid zusichert.

In der Korrektur hab ich Fehler gefunden die die Sache teilweise unverständlich erscheinen lassen und die ich Ihnen noch nicht verbessert habe. Der Setzer hat teilweise Formeln zerrissen etc.. Ich schreibe Ihnen deshalb die wesentlichen:

Seite 76, Zeile 8: es muss also $N\mathfrak{g}^{\nu} \geq \mathsf{N}\mathfrak{q}_i, \quad \nu \geq \ell_i$ sein.

Zeile 18, 19: neue Zeile nach „ist:”

$$\tau_0\mathfrak{P}_{\mu} = \tau_{\nu}\mathfrak{P}_1 = \mathfrak{P}_{\nu}$$

Zeile 22: ist, muss $\mathfrak{P}_{\nu}$ auch Primteiler von $\underline{\underline{\underline{\mathfrak{q}_{\mu}}}}$ sein

Zeile 8 von unten: $\mathfrak{q}_i$ an Stelle von $\mathfrak{J}_i$

letzte Zeile: $B_{\sigma} = (A_{S_i\sigma S_k^{-1}}) = (A_{\tau_{\nu}\sigma^{a-b+1}\tau_{\mu}^{-1}})$

Seite 81: steht als Index häufig 3. Dort muss überall s stehen.

Seite 86, 3. Zeile von unten f_i statt F_i.

Die anderen Fehler sind nicht wesentlich

Ist die Bestimmung von $\sqrt[3]{\frac{\pi}{\pi'}}$ aus der Jakobischen Kongruenz etwas anderes als die „Vorzeichenbestimmung” oder handelt es sich da nicht wie mir scheint um ein vollkommen äquivalentes Problem ?

Mit herzlichen Grüssen

Ihr

Artin

Darf ich Sie bitten mir Bescheid zu geben sobald Sie von Blaschke oder Furch Nachricht erhalten ? Hoffentlich geht alles gut aus; ich freue mich schon mächtig auf das nächste Semester.

1.12 30.05.1924, Artin an Herglotz

Hamburg,
am 30. Mai 1924

Sehr geehrter Herr Professor!

Bitte sind Sie mir nicht böse dass ich so lange nichts von mir hören liess. Leider waren die Zugsverbindungen so schlecht dass ich diesmal auf der Heimreise nicht in Leipzig Station machen konnte, denn mein Zug kam um 12 Uhr nachts ungefähr an und ging eine halbe Stunde später weiter. Für die Rückfahrt nach Hamburg aber musste ich den Weg über Berlin wählen da ich dort für meinen Vater etwas besorgen musste. Als ich nun Ihre Karte erhielt, war das neue Heft gerade im Erscheinen begriffen und da wollte ich auch die Separata der Ergodenarbeit beilegen. Ich lege Ihnen 10 Stück bei. Wenn Sie noch mehr brauchen stelle ich sie Ihnen von den mir verbleibenden gern zur Verfügung. Gleichzeitig sende ich die Arbeit von Kirmse mit. Haben Sie bitte seine Adresse ? Ich möchte gern mit ihm über einige anschliessende Fragen korrespondieren. Mir tut es furchtbar leid dass sich das Erscheinen des Heftes so lange verzögert hat so dass Sie erst so spät in den Besitz der Kirmse–Arbeit kommen. Ich hätte eben nicht warten dürfen.

Was Ihre „Schulden" wegen der Zeitschrift betrifft, so habe ich Furch darüber befragt. Bei der Durchsicht unserer Separatasammlung stellte sich aber heraus dass wir nur Ihre Preisschrift über die Fortsetzung des Potentials $\cdots$ besitzen. Furch lässt Sie nun bitten uns gegen Gratislieferung des laufenden Bandes den übrigen Teil Ihrer „gesammelten Werke" zu senden. Sie würden dann noch vom laufenden Band Heft 3, 4, sobald sie erscheinen erhalten. Hoffentlich ist Ihnen diese Regelung recht.

Mir tut es unendlich leid, vor allem wegen Ihnen, dass aus Leipzig nichts wurde. Wird sich vielleicht einmal in Zukunft etwas machen lassen ? Viel neue Sachen hab' ich nicht herausgebracht. Ich habe lange und vergeblich über die Zerlegungsgesetze in Nicht Abelschen Körpern nachgedacht. Wenn ich Ihnen noch eine ganz nette Kleinigkeit erzählen darf:

Sei K der Körper aller Reellen algebraischen Zahlen, C der Körper aller algebraischen Zahlen. Dann ist $\mathsf{K}(i) = C$. Welche Körper Ω haben nun eine analoge Eigenschaft dass es eine einzige algebraische Zahl α gibt so dass $\Omega(\alpha) = C$ ist ? (α nicht notwendig i, oder auch nur vom 2–ten Grad)

Die Frage lässt sich dahin beantworten, dass Ω notwendig isomorph ist mit dem Körper K aller reellen algebraischen Zahlen, dass es genauer einen Automorphismus von C gibt, der Ω in K überführt. Insbesondere kann man also doch stets $\alpha = i$ wählen. Der Körper aller reell algebraischen Zahlen lässt sich also algebraisch so charakterisieren, dass er im wesentlichen (d. h. bis auf Automorphismen deren es allerdings unendlich viele, sogar von der Mächtigkeit des Kontinuums gibt) der einzige Unterkörper von C ist in bezug auf den C endlich ist. Man kann auch sagen, Ω ist Konjugierter Körper zu K. Weitergehend lässt sich natürlich ein solcher Körper algebraisch nicht festlegen, da eine algebraische Kennzeichnung immer nur bis auf Automorphismen erfolgen kann.

Wir haben hier seit vorigem Semester einen Wiener zu Besuch, Herrn Dr Schreier. Er ist Gruppentheoretiker und hat bei Furtwängler promoviert. Mit ihm kann ich mich immer sehr nett unterhalten und er ist der Einzige mit dem ich öfter zusammenkomme. Herr Schreier hat mir einen netten Beweis des Hauptsatzes über die Basis einer Abelschen Gruppe mitgeteilt den er bei [...] skizziert fand und der mir besonders einfach zu sein scheint. Da wir schon öfters über diesen Satz gesprochen haben, möchte ich ihn Ihnen auch mitteilen:

Es liege eine beliebige Abelsche Gruppe (endlicher oder unendlicher Ordnung) vor die aus den endlich vielen (nicht notwendig unabhängigen) Elementen $x_1, x_2, \dots x_n$ erzeugt werde. Das Rechnen in der Gruppe ist bekannt, wenn man die Relationen zwischen den x_i (abgesehen von den schon im Begriff Abelsch steckenden Vertauschbarkeitsforderungen) kennt. Jede solche Relation hat die Form:

$$x_1^{a_1} x_2^{a_2} \cdots x_n^{a_n} = 1 \tag{1}$$

wo die a_i natürliche Zahlen sind.

Man denke sich nun die Relationen hingeschrieben also (1) und

$$x_1^{b_1} x_2^{b_2} \cdots x_n^{b_n} = 1 \tag{2}$$

etc.

Dies gibt eine Matrix

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ b_1 & b_2 & b_3 & \cdots & b_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix}$$

Unter den Relationen dürfen ruhig auch überflüssige vorkommen. Es braucht also kein System unabhängiger Relationen zu sein. Ein solches erhält man am Schluss.

die natürlich nach unten hin auch ins unendliche gehen kann. Durch Angabe der Matrix ist jede Relation, also auch die Gruppe bekannt. Bei endlichen Gruppen nehme man z. B. als Erzeugende alle Elemente, als Relationen die Cayleysche Gruppentafel wobei nur statt $x_i x_k = x_\ell$ in „richtiger" Reihenfolge $x_i x_k x_\ell^{-1} = 1$ geschrieben werde. Überdies ist dann die Matrix auch nach unten endlich.

Nun überlege man sich dass man mit der Matrix alle elementaren Umformungen vornehmen kann ohne die dadurch gekennzeichnete Gruppe zu ändern. Denn:

1. Zwei Zeilen vertauschen heisst die Reihenfolge der Relationen ändern auf die es natürlich nicht ankommt.

2. Kolonnen vertauschen ändert nur die *Bezeichnung* der Erzeugenden x_i.

3. Addition zweier Zeilen bedeutet, dass an Stelle der Relationen (1) und (2) die Relationen (1) und

   $$x_1^{a_1+b_1} x_2^{a_2+b_2} \ldots x_n^{a_n+b_n} = 1 \tag{3}$$

   entstehen, aus denen rückwärts (2) folgt.

4. Addition zweier Kolonnen besagt etwa bei der ersten und zweiten: Man führe statt $x_1, x_2, \cdots x_n$ die Erzeugenden $y_1 = x_1$, $y_2 = \frac{x_2}{x_1}$, $y_3 = x_3 \ldots y_n = x_n$ für die in der Tat $y_1^{a_1+a_2} y_2^{a_2} y_3^{a_3} \cdots y_n^{a_n} = 1$ ist und aus denen man rückwärts $x_1\, x_2 \cdots x_n$ berechnen kann.

Durch passende Linearkombination kommt man nun nach endlich vielen Schritten ganz ersichtlich auf eine Matrix der Form: (Immer die gr. gem.

Teiler der Zeilen und Kol.)

Nach richtiger Anord–nung:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ . & . & . & . & . & . & . & \text{\Large 0} & . & & . \\ 0 & 0 & \cdot & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ & & & & & c_1 & & & & & \cdot \\ & & & & & & c_2 & & & & \cdot \\ & \text{\Large 0} & & & & & & \ddots & & & . \\ & & & & & & & & c_r & & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \qquad c_i \geq 2$$

Eine verschwindende Zeile bedeutet nun in unseren neuen Erzeugenden $x_1^0 x_2^0 \cdots x_n^0 = 1$ was selbstverständlich ist also weggelassen werden kann. Eine Zeile in der einmal 1 steht, etwa $1,\, 0,\, 0,\, \cdots 0$ bedeutet $x_1^1 = 1$. Die Erzeugende x_1 ist also $= 1$ somit überflüssig. Wir kommen also (verschwindende Kolonnen dürfen nicht weggelassen werden) auf eine Matrix der Form :

$$\begin{pmatrix} c_1, & 0, & 0, & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0, & c_2, & 0, & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0, & 0, & 0, & \cdots & c_r, & 0, & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

Nennen wir die neuen Erzeugenden $x_1,\, x_2, \cdots x_r,\, y_1,\, y_2, \cdots y_s$ wo also die y_i zu den verschwindenden Kolonnen gehören, so lauten die erzeugenden Relationen unserer Gruppe :

$$x_1^{c_1} = 1,\, x_2^{c_2} = 1, \cdots \cdots, x_r^{c_r} = 1\,.$$

Für die $y_1 \cdots y_s$ gibt es also gar keine Relation, es sind die Basiselemente unendlich hoher Ordnung.

Die $x_1\, x_2 \cdots x_r$ sind von einander unabhängig da sie ja nur den Potenzrelationen genügen.

Unsere neuen Erzeugenden bilden also die gewünschte Basis.

Der Beweis hat den grossen Vorteil, dass die endlichen und unendlichen Gruppen mit endlich vielen Erzeugenden, die ja bei Körperbasis, Idealbasis, Einheiten auftreten auf einen Schlag mit einander erledigt werden. Auch die Invarianzbeweise lassen sich nun leicht erbringen (z. B. durch Elementarteilertheorie).

Aber auch für endliche Gruppen scheint mir der Beweis überaus einfach und durchsichtig zu sein, da er doch ziemlich weit an den Anfang gestellt werden kann und man von Abelschen Gruppen nicht viel zu wissen braucht.

Endlich ist der Beweis dem numerischen Rechnen überaus angepasst. Ich glaube kaum, dass man es anders schneller ausrechnen kann.

Bei endlichen Gruppen ist auch noch der Vorteil, dass man nicht erst Primzahlpotenzgrad zu betrachten braucht.

Die Algebra der gelben Sammlung habe ich nun doch übernommen. Ich habe schon einen Teil fertig.

Also bitte seien Sie nicht böse.

Mit recht herzlichen Grüssen

Ihr dankbarer

Artin

Die Separata und die Kirmse Arbeit gehen mit der morgigen Frühpost. Sie erhalten sie also wohl ziemlich gleichzeitig mit meinem Brief.

Wollen Sie uns nicht einmal ganz unverbindlich in Hamburg besuchen ? Sie hatten es schon oft versprochen. Ganz ohne Seminarbetrieb !

1.13 07.01.1930, Artin an Herglotz

Hamburg
den 7. Januar 1930

Lieber Herr Herglotz!

Ich habe ein grosses Vergehen gegen das Gastrecht begangen, denn ich habe bei Ihnen einen Gegenstand zu sehr gelobt, darum mussten Sie mich bestrafen. Die drei Affen sind aber doch zu nett! Wir haben hier einen sehr netten Japaner, Herrn Suetuna nach der Bedeutung gefragt. Diese Bedeutung ist recht interessant. Im Japanischen bedeutet das Wort "Zaru" sowohl Affe, als auch die Negation nicht. Der eine Affe hält sich die Augen zu und heisst "Mizaru". Mi bedeutet sehen. Analog die beiden anderen. Die drei Affen gehören zusammen und bedeuten die Lebensregeln: Nicht sehen, nicht hören und nicht sprechen. Das sind doch reizende Wortspiele, nicht wahr ? Jetzt tut es Ihnen vielleicht leid, dass Sie sich von den Tieren getrennt haben. Meiner Frau haben sie grossen Spass gemacht. Nochmals meinen herzlichsten Dank dafür und auch für die überaus nette Aufnahme in Göttingen. Ich denke noch immer mit grosser Freude daran zurück.

Sie müssen aber jetzt bald nach Hamburg kommen und dann bei uns wohnen. Etwa Anfang der Ferien wenn Sie Südtirol nicht allzusehr lockt.

Mit vielen herzlichen Grüssen Ihr

Artin

1.14 undatiert, Natascha Artin an Herglotz

Lieber Herr Herglotz!

Es war furchtbar nett bei Ihnen in Göttingen. Ich bin ganz begeistert. Vielen Dank für die entzückenden Äffchen. Es tut mir leid, daß Sie sie unseretwegen weggegeben haben.

Verschieben Sie doch bitte die Fahrt nach Tirol auf paar Tage und kommen Sie am Anfang der Ferien erst Mal zu uns. Das wäre fabelhaft nett von Ihnen, wenn Sie das täten.

Viele Grüße und herzlichen Dank für die nette Aufnahme

N. Artin

1.15 01.02.1930, P.C. Artin an Herglotz

Hamburg,
Postcard 1/II 1930

Lieber Herr Herglotz!

Ich freue mich schon sehr darauf, Sie zu sehen und wieder mit Ihnen zu plaudern. Wir haben uns ja unendlich lange nicht gesehen. Ich komme am Montag mittag $12^{\mathrm{h}}\,37$ an und bleibe bis Dienstag nachts.

Mit den besten Grüssen, auch von meiner Frau

Ihr

Artin

1.16 14.02.1931, Artin an Herglotz

Hamburg
den 14. Februar 1931.

Lieber Herr Herglotz !

Vielen Dank für Ihren lieben Brief über den ich mich riesig gefreut habe. Jetzt liegt doch der endgültige Beweis des fraglichen Satzes vor. Die ganzen Schlüsse bei Speiser Dickson sind natürlich einwandfrei. Ich habe Ihren Beweis schon überall herumerzählt und er hat grossen Anklang und Begeisterung gefunden. Aber der Beweis stammt doch von Ihnen, nicht wahr ? Die Eleganz des Witzes ist ganz Herglotz'sch. Jedenfalls habe ich bisher ohne Bedenken erzählt, er stamme von Ihnen. Das lustige ist, dass er sozusagen ein Gegenstück zu dem Beweis ist, dass jede p–Gruppe auflösbar ist. Das wird ganz ähnlich angesetzt.

Wann kommen Sie denn einmal nach Hamburg ? Sie müssen sich doch einmal unsere Wohnung ansehen ! Meine Frau beschimpft mich schon dauernd, dass ich nicht dafür sorge, dass Sie einmal herkommen. Wie wäre es zu Beginn der Ferien ? Ich schlage jetzt einmal absichtlich ein solches Datum vor, damit Sie nicht Angst bekommen Sie müssten im Seminar vortragen. Hätten Sie nicht Lust Ende Februar oder Anfang März uns zu besuchen ? Sie würden dass natürlich bei uns wohnen können. Wir haben ein nettes Fremdenzimmer und Sie würden gut untergebracht werden. Nicht so wie damals in Pilatuspool. Meine Frau kocht auch sehr gut und Sie könnten alles bekommen was Sie wollen. Apfelstrudel mache ich selbst. Na diesen Betrieb müssen Sie doch einmal sehen ! Also auf nach Hamburg ![1] [2]

Mit vielen Grüssen
Ihr

Artin

[1] Added by E. Artin on the left margin: "Hätten Sie nicht Lust das Ergebnis bei uns im ‚Parteiorgan' unterzubringen ?"

[2] Added by N. Artin on the bottom of the page: "Herzliche Grüße, und kommen Sie doch bestimmt her ! — Natascha Artin."

Kapitel 2

Briefe Hecke–Herglotz

2.1 31.10.1940, Hecke an Herglotz

31.X.40

Sehr verehrter Herr Herglotz,

Für Ihren freundlichen Brief und die Einladung herzlichen Dank. Ich habe gerade Ende nächster Woche eine Gasttour nach Hamburg u. Frankfurt vor. Unmittelbar anschliessend möchte ich `[...]`[1] nach Göttingen kommen – einfach, um die guten Dinge über längere Zeit zu verteilen. So unbequem im allgemeinen heute eine Reise ist, so tut doch erstens, nach Wilhelm Busch, "das Reden dem Menschen gut, wenn er es nämlich selber tut", zweitens aber sind die letzten Wochen in Hamburg reichlich unangenehm gewesen, knappere Versorgung, sehr wenig Kohlen und dazu fast jede Nacht längere Fliegeralarme in der Nacht (2-5 Stunden), manchmal auch mehrmals, überdies nicht nur blinde Alarme, sondern recht merkbare Angriffe und Bombenabwürfe. (Übrigens sind die Gerüchte im Reich über Hamburg völlig unsinnig; insgesamt sind die Zerstörungen ε oder sogar ε^2; ein paar Fabrikanlagen sind zerstört, ein paar Häuser auch in Wohnvierteln getroffen, ein– oder zweimal sind kurze Störungen der Verkehrsmittel gewesen, weil Zeitbomben auf die Gleise fielen. Für die unmittelbar Betroffenen alles natürlich fürchterlich, in Summe relativ eher verschwindend kleine Wirkung). Durch diese Störung der Nachtruhe (jetzt schon ab 20^{30}) wird man aber auf die Dauer doch sehr lädiert, und ich suche deshalb gern auch andere Paradiese auf. Meine 15 Hörer sind bewundernswürdig brav u. eifrig, trotz Alarm kommen sie regelmäßig, auch wenn sie bei anderen Dozenten morgens um 9^{h} da sein müssen.

Wenn Sie mich aber hören wollen, komme ich gern, auch zu mehreren Vorträgen. Ich habe Ihnen in diesen Tagen wohl meine abschliessende erste Arbeit über quadrat. Formen zugehen lassen; darüber könnte ich dann sprechen. Bitte teilen Sie mir nur mit, welche Wochentage Ihnen am liebsten sind.

Es gingen hier Gerüchte, dass Sie ernstlich krank sind und garnicht lesen, da Sie noch in den Bergen zur Erholung seien. Es ist schön, dass Sie offen-

[1] "evtl" ?

bar das Schlimmste aber[2] überwunden haben. Hoffentlich hält die Besserung an. Auch wurden Sie andrerseits als bereits nach München berufen seiend geschildert. Sollte man Ihnen nicht das lieber wünschen?

Mit herzlichen Grüssen, auch für Frl. Braun

Ihr E. Hecke

Nachschicken bitte immer an meine Privat-Adresse:

Prof.Dr. Hecke, Hamburg-Fu., Kleekamp 34

[2]undeutlich

2.2 30.11.1940, Hecke an Herglotz

30.Nov.40.

Sehr verehrter Herr Herglotz,

vielen Dank für Ihre freundlichen beiden Briefe. Ich komme also gern etwa in der zweiten Hälfte Januar. Die Wochentage sind mir im ganzen gleichgültig, nur möchte ich nicht Sonnabend oder Sonntag von hier weg sein. An Themen stelle ich Ihnen folgendes zur Wahl:

1. Dirichlet-Reihen und automorphe Funktionen
2. Dirichlet-Reihen mit Euler-Produkt und Modulfunktionen
3. Analytische Arithmetik quadrat. Formen.

Bei 3) würde ich 2) als gegeben voraussetzen und nur kurz die Hauptsätze von 2) anführen, etwa wie ich es in Frankfurt gemacht habe. Jeder Vortrag ca. $1\frac{1}{2}$ Stunden. 1) ist nicht unbedingt notwendig zum Verständnis der beiden anderen, lässt aber die Zusammenhänge besser auffassen u. ist eine leichte u. amüsante Anwendung der Elementarsätze der konformen Abbildung, es ist etwa der Inhalt meiner Annalen-Arbeit von 1935 über die Best[...] von Dirichl.-Reihen durch ihre Funktionalgleichung.

Ich könnte je nachdem, wie viel Zeit Sie für diese Sachen verwenden können, alle 3 oder nur einen Teil der Vorträge halten.

Mit allen guten Wünschen für einige erholsame Weihnachtsferientage

Ihr ergebener

E. Hecke.

Hamburg-Fu
Kleekamp 34.

2.3 27.12.1940, Hecke an Herglotz

27.XII.40.

Sehr verehrter Herr Herglotz,

Ihr freundliches Interesse weiss ich sehr zu schätzen und werde also gern diese drei Vorträge bei Ihnen halten. Die von Ihnen genannten Termine 21/22/23. Januar sind mir sehr recht, da ich auf diese Art überdies sogar zu Hilberts Geburtstag dort sein kann. Die Tageszeit bitte nach Belieben festzusetzen, nur nicht vor 11 Uhr. Für jeden Vortrag darf ich wohl auf netto $1^1/_2$ Stunden rechnen, nur der erste wird kürzer sein können.

Mit allen guten Wünschen für das neue Jahr

Ihr ergebener

E. Hecke.

2.4 10.01.1941, Hecke an Herglotz, Postkarte

10.I.41.

Sehr verehrter Herr Herglotz,

Ich habe eben von der Behörde den nötigen Urlaub erhalten und werde also zu den Vorträgen am Mo. 20. Januar um 18^{h} in Göttingen eintreffen. Ich möchte in der Krone wohnen, in der Annahme, dass das Hotel als solches noch in Betrieb ist, und bitte Sie, mir dann dorthin eine kurze Nachricht über die Termine u. Orte zu senden. Schade, dass Deuring nicht kommt, jedenfalls aber wird es eine ganz zwanglose Familien-Veranstaltung.

Mit herzlichem Gruss

Ihr E. Hecke.

2.5 19.01.1942, Hecke an Herglotz, Postkarte

19.I.42

Sehr verehrter Herr Herglotz,

Vielen herzlichen Dank für Ihre freundliche Karte u. Ihre Bemühungen. Ich wollte gerade an die Krone schreiben u. war besorgt, dass vielleicht kein Platz wäre. Ich komme aber erst *Freitag Mittag* 12^{10} an u. werde entsprechend an die Krone schreiben.

Wenn Sie Frl. Braun noch Nachricht geben können, wäre ich Ihnen sehr dankbar, wenn Sie es täten u. ihr noch sagten, dass ich mich sehr freuen würde, wenn sie mit mir (u. wohl auch [...]) am Freitag zusammen zu Mittag essen könnte.

Herzlichen Gruss u. Dank

Ihr E. Hecke.

2.6 27.03.1944, Hecke an Herglotz

Hbg. 27.III.44.

Sehr verehrter Herr Herglotz,

Allerhand häusliches Ungemach hat mich bis heute verhindert, mich mit der Hilbert-Angelegenheit u. Ihrem Briefe zu beschäftigen. Am vergangenen Donnerstag sass ich wegen des Fliegeralarmes ausserhalb des Hotels fest u. konnte nur kurz vor Zug-Abgang an Klärchen telefonieren: "Die vermissten Hefte seien alle im Institut vorhanden, Herr R. hätte sie ordentlich in Kartons aufbewahrt, und was Frau Hilbert daraus haben wolle, stünde ihr natürlich zur Verfügung (diese Wendung hatten wir ja neulich Abend verabredet!)". Klärchen reklamierte dann mit besonderem Nachdruck ein Heft mit Adressen, das sie persönlich für die Familie brauchten. (Das Heft habe ich im Institut auch gesehen).

Ich habe dann Frl. Dr. Braun auf dem Bahnhof gebeten, Sie von dem Inhalt dieses Gespräches in Kenntnis zu setzen.

Nun ist die Situation ja inzwischen, wie Ihr Brief zeigt, etwas anders geworden. Ich habe natürlich kein Recht, in Ihre u. Kaluzas Entscheidungen einzugreifen und teile Ihnen nur, weil Sie es wünschen, meine Meinung mit:

Sowohl das kleine Reisetagebuch wie das erwähnte Adressenheft sind m.E. durch einen Irrtum bzw.[1] Versehen unter die Stücke geraten, die dem Institut übergeben werden sollten. Frau Hilbert hatte ausdrücklich diese beiden Sachen, die ich ihr nach Durchsicht des Nachlasses gezeigt habe, für sich reklamiert. Wer an dem Versehen schuld ist, weiss ich nicht. Vielleicht hat Herr R. durch seine etwas gewalttätige Art (über die sich Frau H. wie auch Klärchen beklagten) die räumliche Anordnung in Hilberts Zimmer zerstört u. dadurch die Konfusion bewirkt. Jedenfalls halte ich es für selbstverständlich, dass das Institut aus sachlichen wie auch besonders aus menschlichen Gründen (mit Rücksicht auf Frau H.'s hilflosen u. beinahe geschäftsunfähigen Zustand) diese 2 Stücke an Frau H. auf Wunsch aushändigt, da das Institut durch Irrtum

[1] undeutlich

die Dinge erhalten hat. Wenn die Sache so liegt, scheint mir für das Institut der Zustand "ungerechtfertigter Bereicherung" vorzuliegen! Etwas milder wird man das Institut beurteilen, wenn ein von *beiden* Teilen anerkanntes[2] Versäumnis vorliegt – wovon einmal die Rede war.

Anders verhält es sich mit den wissenschaftlichen Tagebüchern. Von deren Existenz haben weder Frau H. noch ich etwas gewusst. Da diese – anders wie die oben erwähnten für die Familie interessanten – Stücke ein rein wissenschaftliches Interesse haben, sind sie im Institut am besten untergebracht. Es ist vielleicht garnicht nötig, jetzt noch Frau H. ausdrücklich auf deren Vorhandensein hinzuweisen, wenn sie nicht von sich aus davon anfängt. Von mir hat sie darüber nichts erfahren.

In dem geplanten "Testament" würde ich einen Passus etwa folgender Art empfehlen: "Veröffentlichungen aus dem wiss. Nachlass Hilberts im Institut dürfen nur mit Zustimmung von Frau Hilbert *und* einem von ihr jeweils anzugebenden Gelehrten erfolgen. Im Falle des Ablebens von Frau Hilbert muss nun statt dessen die Zustimmung von Herrn X.+Y. gegeben werden." (etwa Hecke-Reidemeister?)

Ich habe übrigens nicht gewusst, dass Herr Kaluza die Verwaltung dieser Dinge im Institut hat. Sonst hätte ich mich natürlich auch in erster Linie mit ihm in Verbindung gesetzt. Bitte entschuldigen Sie mich dieserhalb ihm gegenüber – ich bin im Augenblick sehr behindert!

Mit herzlichen Grüssen

Ihr E. Hecke

[2] undeutlich

Kapitel 3

Briefe Hasse–Herglotz

3.1 02.06.1934, Hasse an Herglotz

Göttingen, a.d.Durchreise, 2.6.34

Lieber Herr Herglotz!

Das Ergebnis meiner Besprechung in Berlin ist kurz so:

Hasse: "Ich erkläre mich gerne bereit, mit meiner Person zurückzustehen, falls das Ministerium eine andere Lösung für glücklicher hält."

Achelis: "Wegner[1] kommt für uns gar nicht in Frage."

—

Hasse: (wie oben)

Vahlen: –. (Bemerkung über Einzelheiten der Institutsübernahme und Leitung, für den Fall, daß ich hinkomme.)

—

Hasse (auf dem Flur, mit Achelis von Audienz bei Vahlen zurück): "Darf ich hiernach annehmen, daß auch Herr Min. R. Vahlen wünscht, daß ich nach G. komme?"

Achelis: "Das dürfen Sie."

—

Ich soll Entscheidung zurückstellen, bis Disziplinarsache geklärt ist, und soll in Marburg anfangen zu lesen.

Ihnen herzlichste Grüße! Und gute Wünsche für Ihre Gesundheit!

Ihr Hasse

[1] undeutlich

3.2 11.06.1934, Hasse an Herglotz

Marburg, den 11. Juni 1934

Lieber Herr Herglotz!

Obwohl ich in meiner gegenwärtigen Situation eigentlich keinen Anlaß habe, mich aktiv in die personellen Verhältnisse Göttingens einzumischen, möchte ich Sie persönlich doch gerne wissen lassen, wie ich zu der Sache stehe.

Auch ich meine, ohne allerdings auf diesem Gebiete irgendwie kompetent urteilen zu können, daß Walther und Sanden wohl nicht, oder doch erst in später Linie in Frage kommen, und daß Trefftz und E. Hopf die besten in Frage kommenden Vertreter der gewünschten Richtung sind.

Vom großen Standpunkt aus ist es m.E. erwünscht, wenn in Göttingen noch ein hervorragender Vertreter der modernen Funktionentheorie und einer der modernen Geometrie vorhanden ist. Selbst wenn die Emeritierung Courants zustande kommt – nach dem neuesten Stande darf man damit schon mehr rechnen, als vor einigen Monaten – bleibt aber, wenn die Landausche Nachfolge im angewandten Sinne geregelt wird, dafür nur noch *ein* Ordinariat übrig. Man wird sich also für eines der beiden genannten Gebiete mit einem guten Lehrauftrag begnügen müssen. Für einen solchen könnte man dann auch einen jüngeren Mathematiker heranziehen. Ich denke dabei in der Funktionentheorie an Namen wie Ullrich und Grötzsch, in der Geometrie an Kähler, beides ohne Anspruch auf Vollständigkeit der in Frage kommenden Möglichkeiten.

Durch Bieberbach weiß ich, daß Vahlen stark an die Berufung Brouwers nach Göttingen denkt. Von mir selbst aus möchte ich noch den Namen Nevanlinna in die Diskussion werfen. Dabei schwebt mir folgendes vor: Nevanlinna ist neben seiner ausgesprochenen Deutschfreundlichkeit und auch zur Hälfte deutschen Abstammung – seine Mutter war eine Deutschbaltin (seine Frau ist übrigens Deutschösterreicherin) – einer der hervorragendsten und aktivsten

Funktionentheoretiker der Neuzeit, aber gleichzeitig auch mit reichen Erfahrungen aus der Versicherungsmathematik ausgestattet. Vielleicht ginge es also an, wenn die übrigen Fakultätsmitglieder auf der angewandten Nachfolge Landaus bestehen, Nevanlinna als Nachfolger Bernsteins zu berufen, dabei gleichzeitig die Vereinigung der doch nur wegen der persönlichen Differenzen mit Bernstein beibehaltenen Trennung des Versicherungsinstituts mit dem eigentlichen Mathematischen Institut durchzuführen, und Herrn Dr. Münzner auch weiterhin mit der Abhaltung der wesentlichen Versicherungsvorlesungen zu beauftragen, die er ja, wie ich höre, zu allseitiger Befriedigung hält.

Meiner Ansicht nach darf man auch an Koebe nicht vorbeisehen, und gegebenenfalls muß man auch an Behnke denken. Bei dem ersteren weiß ich nicht recht, ob von ihm die Begründung einer wirklich aktiven funktionentheoretischen Schule zu erwarten ist, bei dem letzteren scheint mir das viel sicherer, doch weiß ich nicht, ob die ganze Persönlichkeit Behnkes und auch seine politische Einstellung nicht zu neuen Schwierigkeiten führen wird.

Brouwer käme in gewisser Hinsicht dem geometrischen Bedürfnis entgegen, wo vom Standpunkte lebendiger Mathematik seine Stärke ist, während man die intuitionistische Richtung als Beigabe mit in Kauf nehmen müßte. Mir scheint aber, daß man einen solchen Schritt unter keinen Umständen tun dürfte, solange Hilbert noch in Göttingen lebt. Und eigentlich wäre man einem so großen Manne auch noch nach seinem Tode soviel schuldig, daß man nicht an der Stätte seines Wirkens den Gegenpol errichtet. Immerhin fürchte ich, daß diese Frage in absehbarer Zeit an Göttingen herantreten wird.

Bei allen Plänen wird auch zu berücksichtigen sein, was man in Berlin mit der Beauftragung Torniers im Auge hat. Tornier selbst sagte mir gleich in den ersten Minuten unserer Unterhaltung in Göttingen am 1. Juni, er habe Grund zu glauben, daß man ihm eines der Ordinariate geben würde. Achelis, den ich dann darüber befragte, antwortete, man würde “rite” (also durch die Fakultät) vorgehen. Wenn ich auch sagen muß, daß Tornier unter normalen Umständen ein Göttinger Ordinariat noch nicht verdient hat, so meine ich doch, daß man diese Frage ernstlich in Erwägung ziehen muß. Er ist auf jeden Fall ein origineller Kopf, und seine Wahrscheinlichkeitstheorie hat allseitige Anerkennung gefunden. Auch ihm könnte man u.U. mit Rücksicht auf diese seine Spezialität die Bernsteinsche Stelle und das Versicherungsinstitut im selben Sinne übertragen, wie ich es oben für Nevanlinna skizziert habe. Vielleicht wäre das sogar die beste Lösung, was seine Person angeht.

Ich finde, man sollte dort in der Fakultät wegen der Tragweite der zu treffenden Entscheidungen – man legt damit doch die mathematische Entwicklung Göttingens für viele Jahre fest – überhaupt nichts Endgültiges machen, solange nicht die Frage des Nachfolgers Weyls geklärt und dieser persönlich für die Beratungen zugegen ist. Ich bin nach meinen Unterhaltungen mit Achelis sicher, daß dies auch der Wunsch des Ministeriums ist, und daß man in Berlin *jetzt* gar noch nicht den Eingang der Vorschläge für die Nachfolge Landau und Bernstein erwartet.

Mit vielen herzlichen Grüßen

stets Ihr

H. Hasse

3.3 23.06.1934, Hasse an Herglotz

Marburg, den 23.6.34

Lieber Herr Herglotz!

Beiliegend der Durchschlag eines Briefes, den ich an Herrn Tornier und im Durchschlag auch an Herrn Ministerialrat Achelis gerichtet habe. Hoffentlich sind Sie mit diesem Brief einverstanden.

Vielleicht können Sie den Durchschlag auch gelegentlich Herrn F.K. Schmidt zeigen; ich konnte für ihn nicht auch noch einen Durchschlag herstellen.

Mit herzlichen Grüßen

stets Ihr

Hasse

3.4 23.06.1934, Hasse an Tornier (Durchschlag)

Marburg, den 23.Juni 1934

Lieber Herr Tornier!

Herzlichen Dank für Ihren ausführlichen Brief. Ich will Ihnen ganz offen schreiben, wie ich dazu stehe.

Sowohl bei meinen Berufungsverhandlungen in Berlin als auch bei den Besprechungen mit dem Göttinger Dekan und Fakultätsmitgliedern war mir zugesichert, daß ich bei dem in Angriff zu nehmenden "Wiederaufbau" des Göttinger Mathematischen Instituts mitwirken sollte, und daß demgemäß nichts in Fragen der Neubesetzung der Ordinariate und anderen organisatorischen Fragen entschieden werden sollte, bevor ich mein Amt in Göttingen angetreten habe. Ich habe dieses Amt bisher nicht angetreten. Zwar bin ich "vorbehaltlich endgültiger Entscheidung" zum Institutsleiter ernannt worden, doch ist es nicht zur wirklichen Übernahme dieses Amts gekommen. Auf der anderen Seite ist aber diese vorbehaltliche Ernennung nach den Vorfällen Ende Mai mir gegenüber nicht formell zurückgezogen worden. Ich habe lediglich den Auftrag bekommen, meine Vorlesungstätigkeit in Marburg aufzunehmen. Ich habe keine Kenntnis darüber, ob und inwieweit Sie vom Ministerium autorisiert sind, bei der jetzigen Sachlage Entscheidungen in personellen und anderen organisatorischen Dingen, die das Institut betreffen, zu fällen. Von mir aus muß ich jedenfalls mit aller Bestimmtheit sagen, daß ich bei der jetzigen Sachlage grundsätzlich keinerlei solche Entscheidung treffen will oder kann, einmal deshalb, weil ich mich dazu gar nicht berechtigt ansehe, und dann auch schon deshalb, weil ich von hier aus, ohne die Verhältnisse dort zu kennen und ohne Gelegenheit zur fakultätsmäßigen Behandlung der vor die Fakultät gehörigen Fragen, gar nicht die Grundlagen für solche Entscheidungen habe.

Bitte fassen Sie dies nicht so auf, als ob ich mich den in Ihrem Brief angesprochenen Plänen und Forderungen gegenüber von vornherein ablehnend verhalte. Wenn ich in Göttingen im Amt wäre, würde ich alle diese Fragen ernst und sachlich prüfen, und ich bin überzeugt, daß wir in allem zum

Einvernehmen kommen würden. Ich muß es nur grundsätzlich ablehnen, in meiner jetzigen Lage und hier von Marburg aus Entscheidungen zu treffen.

Außerdem muß ich sagen, daß mein ohnehin sehr stark ins Wanken geratener Entschluß, überhaupt die Göttinger Stelle zu übernehmen, durch ein vorzeitiges entscheidendes Eingreifen Ihrerseits in die Dinge dort nur noch mehr erschüttert werden würde. Denn wenn ich überhaupt die Göttinger Stelle im Sinne der mit mir in Berlin geführten Verhandlungen, d.h. als Institutsleiter u. Hauptverantwortlicher für den "Wiederaufbau" der Göttinger Mathematik übernehme, so muß ich doch unbedingt Gelegenheit haben, bei diesem "Wiederaufbau" von Anfang an persönlich mitzuwirken. Es genügt dazu meiner Ansicht nach nicht, daß ich hier in Marburg brieflich um meine Meinung gefragt werde, wie es Prof. Herglotz neulich getan hat, und wie Sie es jetzt tun.

Was meinen Brief an Prof. Herglotz betrifft, in dem ich auf dessen Bitten meine eigene Ansicht zu personellen Fragen für den "Wiederaufbau" ausgesprochen habe, muß ich folgendes deutlich sagen:

1. Was die Besetzung von Ordinarien in Göttingen betrifft, ist zunächst Angelegenheit der Fakultät. Dies hat mir Herr Ministerialrat Achelis wiederholt und nachdrücklich gesagt. Ich muß es daher als ein ungewöhnliches Vorgreifen ansehen, wenn Sie von sich aus mit Brouwer in Verbindung treten oder wegen Nevanlinna sich mit Berlin in Verbindung setzen.

2. Ich habe in meinem Brief an Prof. Herglotz zum Schluß ebenfalls klar gesagt, daß die darin entwickelten Pläne und Gedanken der Durchberatung durch eine Fakultätskommission bedürften und daß ich es daher für richtig hielte, damit bis zum Amtsantritt des Nachfolgers von Weyl und Institutsleiters zu warten.

Es mag sein, daß Sie vom Ministerium zu so weitgehenden Schritten autorisiert sind – das würde wie gesagt meinen Entschluß für Göttingen noch mehr ins Wanken bringen. Aber soweit ich verstanden habe, war doch die Ihnen für Göttingen erteilte Aufgabe zunächst nur die Beruhigung der politisch gespannten Situation.

Ich hoffe, mit dieser offenen Darlegung meiner Stellungnahme zur Klärung der Lage beigetragen und Ihnen eine notwendige Grundlage für Ihr weiteres Handeln gegeben zu haben.

Mit herzlichen Grüßen und Heil Hitler,

stets Ihr

3.5 07.03.1941, Herglotz an Hasse(?)

7. März 1941.

Lieber Herr – es liegt mir schon schwer am Herzen, dass Ihnen für Ihre freundliche Erinnerung? zu meinem $p-1^{\text{ten}}$ Geburtstage noch nicht gedankt habe – ich hole das also auf das herzlichste und eindringlichste nach.

Ich hoffe, dass Sie die bisherige Zeit in Berlin zufrieden gewesen sind und es Ihnen gut gegangen ist und wünsche dass es weiter dabei bleibt, – Sie aber doch schliesslich bald wieder Ihrem Berufe zurückgegeben werden möchten.

Mit den allerbesten Grüßen und vielen Handküßen an Ihre Frau

Ihr ergebener

Herglotz

3.6 20.08.1941, Hasse an Herglotz

Berlin, den 20.8.41

Lieber Herr Herglotz,

Weil Sie sich dafür interessierten, sende ich Ihnen hier den fraglichen Brief, in dem ich jetzt die Stellen markiert habe, die mir damals auffielen.

Hoffentlich geht es Ihnen weiter so gut wie in den Tagen, wo ich Sie besuchte. Schade, daß Sie vorige Woche nicht zum Täßchen Kaffee zu uns kommen konnten.

Mit herzlichen Grüßen

stets Ihr

H. Hasse

Kapitel 4

Weiteres Material zu Herglotz

4.1 15.11.1940, Rundbrief von Hasse, Julia betreffend

Kaptlt. Prof. Dr. H. Hasse
Oberkdo. d. Kriegsmarine. H Wa Stb F
Berlin W 35, Tirpitzufer

Berlin,15. 11. 1940

An die Herren
Prof. Dr. Blaschke, Hamburg
Prof. Dr. Gamillschegg, Berlin
Prof. Dr. Hecke, Hamburg
Prof. Dr. Herglotz, Göttingen
Prof. Dr. Hilka, Göttingen
Prof. Dr. Joos, Göttingen
Prof. Dr. Kähler, Göttingen
Prof. Dr. E. Schmidt, Berlin
Prof. Dr. Schramm, Göttingen
Prof. Dr. Schuler, Göttingen

Sehr geehrte Herrn Kollegen,

Hiermit möchte ich mich eines mir gewordenen Auftrages entledigen und Ihnen sehr herzliche Grüsse von Herrn *Prof. Gaston Julia, Paris* ausrichten. Ich habe Julia anlässlich eines dienstlichen Aufenthaltes in Paris Anfang Oktober in seiner Wohnung in Versailles (Rue Traversiere 4) besucht und mit ihm länger gesprochen. Er war naturgemäss durch die Ereignisse des Sommers seelisch tief erschüttert. Als die Kampfhandlungen im Westen begannen, war er gerade mit seiner Frau und den vier jüngsten Söhnen in sein Landhaus in der Normandie übergesiedelt. Dort musste er flüchten. Durch die Gegend, in der sein Landhaus liegt, sind dann nacheinander die französischen Truppen, die französischen Flüchtlinge und die deutschen Truppen gezogen. Als er nach Beendigung des Kampfes wieder dorthin kam, standen von dem Landhaus zwar noch die Wände, aber der gesamte Hausrat mit viel Kleidern, Wäsche und wissenschaftlicher Literatur war fort. Die beiden ältesten Söhne sind am Leben, der eine als Soldat im unbesetzten Frankreich, der andere ebenfalls dort, wo er in der Ausbildung für die Laufbahn eines Marinearztes begriffen war. Julia bekannte mir in bewegten Worten, bei denen ihm mehrfach die Tränen ausbrachen, dass sich an seinen Ansichten, wie er sie seinen deutschen Freunden gegenüber im Jahre 1937 wiederholt ausgesprochen habe, grundsätzlich nichts geändert habe. Er sei bereit, all das Schwere, das sein Land und er persönlich erlitten habe, zu vergessen, denn die Zukunft Frankreichs liege nunmehr an der Seite Deutschlands. Sprechen Sie mir nicht von den Engländern, sagte er ferner, sie haben uns belogen und betrogen und haben uns im Grunde bereits aufgegeben, ehe der Kampf überhaupt begonnen hatte, wie jetzt feststeht. Von deutscher Seite sei nötig, dass der Sieger den Besiegten nicht mit unnötiger Härte behandele, denn nur so sei der jetzt offenstehende Weg zu den *Herzen* der Franzosen zu finden, auf dem allein ein gesundes deutsch–französisches Verhältnis zum Segen ganz Europas aufgebaut werden könne.

Für die Mathematiker unter Ihnen dürfte noch interessant sein, dass A. Weil in Frankreich im Gefängnis sitzt, weil er als Reserveleutnant den Kriegsdienst verweigert hat; er war während des russisch—finnischen Krieges bereits einmal in Finnland als vermutlicher russischer Agent im Gefängnis!

Mit freundlichen Grüssen und Heil Hitler,

Ihr sehr ergebener

H. Hasse

Kapitel 5

Register

Index