Der Briefwechsel

Helmut Hasse – Zyoiti Suetuna

Version vom 3.12.2005

Letztmalig geändert am 1.1.2017

Hasse an Suetuna 30.3.36 – 28.6.68
Suetuna an Hasse 20.7.28 – 28.1.68

Für Makeindex, Hyperref, LaTeX2ε sowie für Übersetzung mit `latex --src-specials` geeignet.

Inhaltsverzeichnis

0.1 Bemerkung 4

1 Die Korrespondenz Helmut Hasse – Zyoiti Suetuna 5

1.1 20.07.1928, Suetuna an Hasse 6
1.2 21.07.1929, Suetuna an Hasse 7
1.3 27.07.1929, Suetuna an Hasse 10
1.4 02.08.1929, Suetuna an Hasse 11
1.5 04.08.1929, Suetuna an Hasse, Postkarte 13
1.6 15.08.1929, Suetuna an Hasse 14
1.7 16.08.1929, Suetuna an Hasse, Postkarte 16
1.8 23.08.1929, Suetuna an Hasse 17
1.9 18.09.1929, Suetuna an Hasse 20
1.10 16.11.1929, Suetuna an Hasse 22
1.11 15.12.1929, Suetuna an Hasse 24
1.12 23.12.1929, Suetuna an Hasse 25
1.13 28.01.1930, Suetuna an Hasse 26
1.14 06.05.1930, Suetuna an Hasse 27
1.15 12.06.1930, Suetuna an Hasse 28
1.16 21.06.1930, Suetuna an Hasse 35
1.17 26.06.1930, Suetuna an Hasse 39
1.18 07.08.1930, Suetuna an Hasse 41
1.19 07.11.1930, Suetuna an Hasse 45
1.20 17.11.1930, Suetuna an Hasse 50
1.21 25.11.1930, Suetuna an Hasse 52
1.22 14.12.1930, Suetuna an Hasse 53
1.23 15.04.1931, Suetuna an Hasse 54
1.24 30.04.1931, Suetuna an Hasse 55
1.25 14.06.1931, Suetuna an Hasse 57

1.26 07.12.1931, Suetuna an Hasse 58
1.27 29.01.1932, Suetuna an Hasse 60
1.28 10.03.1932, Suetuna an Hasse 62
1.29 16.06.1934, Suetuna an Hasse 63
1.30 08.03.1936, Suetuna an Hasse 64
1.31 30.03.1936, Hasse an Suetuna 65
1.32 23.04.1936, Suetuna an Hasse 66
1.33 11.10.1936, Suetuna an Hasse 68
1.34 22.04.1937, Hasse an Suetuna 69
1.35 20.06.1937, Suetuna an Hasse, Postkarte 73
1.36 1?.10.1949, Suetuna an Hasse 74
1.37 29.10.1949, Hasse an Suetuna 75
1.38 15.12.1949, Suetuna an Hasse 77
1.39 16.01.1950, Hasse an Suetuna 79
1.40 28.06.1950, Suetuna an Hasse 80
1.41 16.07.1950, Hasse an Suetuna 81
1.42 03.10.1950, Suetuna an Hasse 83
1.43 19.11.1950, Suetuna an Hasse 84
1.44 28.11.1950, Hasse an Suetuna 85
1.45 08.05.1951, Hasse an Suetuna 86
1.46 19.09.1951, Hasse an Suetuna 87
1.47 06.11.1951, Suetuna an Hasse 88
1.48 07.12.1951, Hasse an Suetuna 89
1.49 23.01.1952, Suetuna an Hasse 91
1.50 31.03.1952, Hasse an Suetuna 92
1.51 09.10.1953, Suetuna an Hasse 93
1.52 07.04.1954, Suetuna an Hasse 94
1.53 22.06.1954, Hasse an Suetuna 95
1.54 20.10.1955, Hasse an Suetuna 96
1.55 26.06.1956, Hasse an Suetuna 97
1.56 01.03.1960, Suetuna an Hasse 98
1.57 08.03.1960, Hasse an Suetuna 99
1.58 29.12.1962, Suetuna an Hasse 100
1.59 08.01.1963, Hasse an Suetuna 101
1.60 15.06.1967, Suetuna an Hasse 102
1.61 25.06.1967, Hasse an Suetuna 103
1.62 21.08.1967, Suetuna an Hasse 105
1.63 04.09.1967, Suetuna an Hasse 106

1.64 23.11.1967, Hasse an Suetuna 107
1.65 30.11.1967, Suetuna an Hasse 108
1.66 08.01.1968, Suetuna an Hasse 109
1.67 22.01.1968, Suetuna an Hasse 110
1.68 28.01.1968, Suetuna an Hasse 111
1.69 28.06.1968, Hasse an Suetuna 112
. . . .

2 Register **113**

0.1 Bemerkung

In [...] sind Wörter eingeschlossen, die unlesbar oder teilweise lesbar, aber dem Sinn nach mit einiger Wahrscheinlichkeit richtig zu ergänzen sind. Alle sonstigen ganz oder teilweise unlesbaren Wörter und Wortteile sind durch »+++« ersetzt.

Kapitel 1

Die Korrespondenz Helmut Hasse – Zyoiti Suetuna

1.1 20.07.1928, Suetuna an Hasse

Göttingen, den 20. 7.'28

Sehr geehrter Herr Professor!

Für die freundliche Zusendung Ihrer neueren Arbeiten spreche ich Ihnen meinen besten Dank aus!

Vor einiger Zeit hat Prof. Takagi an mich geschrieben, dass es seine Freude zugleich und „Überraschung" ist, dass die Theorie des Reziprozitätsgesetzes in diesen Tagen so merkwürdigen Fortschritt gemacht hat.

Durch die Artinschen L–Reihen ist es leicht zu beweisen: Wenn $\mathfrak{K}$ ein Galoisscher Körper ist und

$$\zeta_{\mathfrak{K}}(s) \neq 0 \quad \text{für} \quad R(s) > \sigma_0 \quad (\frac{1}{2} \leqq \sigma_0 < 1),$$

dann ist

$$\zeta_{\Omega}(s) \neq 0 \quad \text{für} \quad R(s) > \sigma_0$$

für jeden Unterkörper Ω von $\mathfrak{K}$.

Ich habe jetzt keine Ahnung, ob dieser Satz für allgemeinen, nicht–Galoisschen Körper gilt oder nicht. Wie meinen Sie darüber?

Mit besten Grüssen.
Ihr hochachtungsvoll ergebener

Z. Suetuna

1.2 21.07.1929, Suetuna an Hasse

Göttingen, den 21. 7.'29.

Sehr geehrter Herr Professor!

Vielen Dank für Ihr freundliches Schreiben! Später werde ich sehr gerne „kurz" vortragen, wenn es Ihnen nicht unangenehm ist. Jedenfalls will ich im Winter nocheinmal nach Halle fahren, um Sie wiederzusehen.

Folgendes habe ich vor kurzem beobachtet und wollte mal Ihnen schreiben: Wenn K ein relativ kubischer Körper über den Grundkörper k ist, so ist ζ_K durch ζ_k teilbar. Für einen relativ–Abelschen Körper K ist diese Behauptung schon trivial. Wenn K nicht relativ–Abelsch ist, so haben wir (vgl. Artin, Über die Zetafunktionen gewisser alg. Zahlkörper, Math. Ann. **89**. S. 152)

$$\zeta_K = \zeta_k \sqrt{L_2 L_3}\,,$$

wo L_2 und L_3 zwei Abelsche L–Reihen eines (in bezug auf k) relativ quadratischen Körpers bedeuten. Für mich war es schon lange her sehr merkwürdig, dass $\sqrt{L_2 L_3}$ eine ganze Funktion ist. Nun aber lässt sich zeigen, dass L_2 und L_3 völlig identisch sind. Ja, es gilt noch allgemeiner der folgende Satz:

K^* sei ein relativ Galoisscher Körper $p(p-1)$–ten Grades über den Grundkörper k mit der Gruppe $\mathfrak{G}$: (p prim)

$$\begin{pmatrix} z \\ az+b \end{pmatrix} \qquad \begin{array}{c} z = 0,\, 1, \ldots,\, p-1 \\ (1 \leqq a \leqq p-1, \quad 0 \leqq b \leqq p-1). \end{array}$$

Ferner sei $\mathfrak{H}$ der zyklische Normalteiler von $\mathfrak{G}$:

$$\begin{pmatrix} z \\ z+b \end{pmatrix} \qquad (0 \leqq b \leqq p-1)\,,$$

und Ω der zu $\mathfrak{H}$ gehörige Unterkörper von K^*. Alsdann ist K^* der Klassenkörper über Ω mit der Gruppe $\mathfrak{H}$, und es gilt

$$\zeta_{K^*} = \zeta_\Omega \cdot L_2\, L_3\, \ldots\, L_p \qquad (\zeta_\Omega = L_1)\,,$$

wo L_ν $(2 \leqq \nu \leqq p)$ Abelsche L–Reihen des Körpers Ω sind. Dann behaupte ich:

$$L_2 = L_3 = \cdots = L_p\,.$$

Zum Beweis gebrauche ich die Ergebnisse der Artinschen Arbeit, Über eine neue Art von L–Reihen, Hamb. Abh. **3**. Gestatten Sie mir bitte hier die Artinschen Bezeichnungen zu benutzen!

Die Anzahl der Klassen von $\mathfrak{G}$ ist p: Denn jede Restklassengruppe von $\mathfrak{G}$ nach $\mathfrak{H}$:

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{H} + \mathfrak{H}\begin{pmatrix} z \\ 2z \end{pmatrix} + \cdots + \mathfrak{H}\begin{pmatrix} z \\ (p-1)z \end{pmatrix},$$

bildet für sich eine Klasse; nur $\mathfrak{H}$ selbst zerfällt in zwei Klassen:

$$\mathfrak{H} = \begin{pmatrix} z \\ z \end{pmatrix} + \sum \begin{pmatrix} z \\ z+b \end{pmatrix} \qquad (1 \leqq b \leqq p-1).$$

Die Faktorgruppe $\mathfrak{G}/\mathfrak{H}$ ist aber Abelsch; somit kann man leicht die $p-1$ einfachen Charaktere von $\mathfrak{G}$ finden. Der noch übrig bleibende Charakter von $\mathfrak{G}$ lässt sich natürlich durch Charakterenrelationen gleich bestimmen: [1]

		$\mathfrak{H}$ /\\ C_1	C_2	C_3	$\cdots$	C_p	
$\chi_1^{(\nu)} = \chi_2^{(\nu)}$	Γ_1	$\chi_1^{(1)}$	$\chi_2^{(1)}$	$\chi_3^{(1)}$	$\cdots$	$\chi_p^{(1)}$	$\mathfrak{G}/\mathfrak{H}$
$= 1$	Γ_2	$\chi_1^{(2)}$	$\chi_2^{(2)}$	$\chi_3^{(2)}$	$\cdots$	$\chi_p^{(2)}$	
	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	
$(1 \leqq \nu$	Γ_{p-1}	$\chi_1^{(p-1)}$	$\chi_2^{(p-1)}$	$\chi_3^{(p-1)}$	$\cdots$	$\chi_p^{(p-1)}$	
$\leqq p-1)$	Γ_p	$p-1$	-1	0	$\cdots$	0	

Die (Abelschen) Charaktere von $\mathfrak{H}$ seien $\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_p$.

Aus der Formel (6) der Artinschen Arbeit in H. A. **3** (S. 90):

$$\chi^{(i)}(\tau) = \sum_{\nu=1}^{p} \gamma_{\nu i}\psi_\nu(\tau) \qquad (\tau \text{ aus } \mathfrak{H})$$

1. »$\mathfrak{G}/\mathfrak{H}$« rechts neben der Tabelle bezieht sich offenbar auf die ersten $(p-1)$ Zeilen der Tabelle.

ergibt sich

$$\gamma_{\nu i} = \frac{1}{p} \sum_{\tau \text{ aus } \mathfrak{H}} \chi^{(i)}(\tau)\psi_\nu(\tau^{-1}).$$

Also

$$\begin{aligned}
\gamma_{\nu i} &= 0 \qquad \text{für} \quad \left(\begin{array}{ccccc} 2 & \leqq & \nu & \leqq & p, \\ 1 & \leqq & i & \leqq & p-1; \end{array} \right. \\
\gamma_{\nu p} &= \frac{1}{p}\Big(p - 1 - \sum_{\tau \neq \mathsf{E}} \psi_\nu(\tau^{-1})\Big) \\
&= \frac{1}{p}\Big(p - \sum_{\tau \text{ aus } \mathfrak{H}} \psi_\nu(\tau^{-1})\Big) = \begin{cases} 0 & (\nu = 1) \\ 1 & (2 \leqq \nu \leqq p). \end{cases}
\end{aligned}$$

Nach der Artinschen Formel (7) ist also

$$\chi_{\psi_\nu}(\sigma) = \chi^{(p)}(\sigma) \qquad (\sigma \text{ aus } \mathfrak{G}),$$

d. h. $(2 \leqq \nu \leqq p)$

$$\chi_{\psi_2} = \chi_{\psi_3} = \cdots = \chi_{\psi_p} (= \chi^{(p)}).$$

Aus dem Artinschen Satz 1 (S. 93) ist somit unsere Behauptung erledigt.

Ferner vermute ich jetzt so:

Der algebraische Zahlkörper, in welchem alle Abelschen L–Reihen (mit eigentlichem Charakter) verschieden sind, ist nur der Körper der rationalen Zahlen.

Diese Vermutung kann ich aber nicht beweisen!

Mit besten Grüssen!

Ihr hochachtungsvoll ergebener

Z. Suetuna

1.3 27.07.1929, Suetuna an Hasse

Göttingen, den 27. 7.'29.

Sehr geehrter Herr Professor!

Ich bin Ihnen dafür so sehr dankbar, dass Sie meine Aussage nun so einfach bewiesen haben. Weil da kein allgemeiner Gruppencharakter zum Vorschein kommt, so würde es nicht unmöglich sein, noch einen Schritt weiter zu machen. Das möchte ich ja versuchen!

Am 2. August ziehe ich nach Hamburg um; danach muss ich ein bisschen Reise machen. Mitte September kann ich Sie in Prag bestimmt wiedersehen!

Indem ich Ihnen ferner für Ihre schöne Arbeit in H. A. und noch eine andere im Jahresb. d. D. M. V. meinen besten Dank ausspreche, verbleibe ich immer

Ihr ergebenster

Z. Suetuna

Wenn ich ein neues Ergebnis erhalte, so möchte ich gerne wieder an Sie schreiben!

1.4 02.08.1929, Suetuna an Hasse

Hamburg, den 2. Aug. '29.

Sehr geehrter, lieber Herr Professor!

Es ist wirklich mein Glück, dass ich Ihren Brief und Karte noch vor der Abreise in Empfang genommen.

Um diese Ganzzahligkeit von τ zu beweisen, habe ich mich schon lange bemüht. Natürlich habe ich mal an die symmetrische Gruppe gedacht, und auch an die Reduktion auf eine Untergruppe; beides ist aber mir nicht gelungen. Nun beweisen Sie, dass sogar alle $\tau_i \quad (1 \leqq i \leqq r)$ positive, ganze rationale Zahlen sind, was ich nicht einmal geahnt habe! Umso grösser ist also meine Bewunderung!

In dieser Tatsache, dass τ eine ganze Zahl ist, erblicke ich (Sie auch bestimmt) das Hauptinteresse des Teilerproblems in der Idealtheorie. Daraus ergibt sich schon

$$\sum_{n \leqq x} T(n) = x(a_0 \log^{\tau-1} x + \cdots + a_{\tau-1}) + O\left(xe^{-c\sqrt{\log x}}\right).$$

Aus Ihrem Ergebnis ist es aber sehr wahrscheinlich, dass man

$$L^{\tau_1}(s, \chi^1) L^{\tau_2}(s, \chi^2) \cdots L^{\tau_\nu}(s, \chi^\nu)$$

als Produkt der Dedekindschen Zetafunktionen (der mehreren Unterkörper) darstellen kann. Wenn es tatsächlich so ist, dann wird sich daraus sicher ergeben:

$$\sum_{n \leqq x} T(n) = x\left(a_0 \log^{\tau-1} x + \cdots + a_{\tau-1}\right) + O\left(x^{1-\vartheta}\right)$$

für ein gewisses, positives ϑ. (Ob ϑ nur von K abhängt oder noch von Unterkörpern von K, das lässt sich noch nicht aussagen.)

Ich will mal daran denken. Wenn Sie aber schon diese Tatsache bewiesen haben, so möchte ich Sie wieder bitten, es mir wieder mitzuteilen. Es wird mich ja herzlichst freuen!

Nun möchte ich meine Reise verschieben, um Ihren Brief und die von Ihnen angegebenen Arbeiten Schurs gut zu lesen, und mir weiter denken zu können.

Indem ich Ihnen meinen recht herzlichen Dank und tiefe Bewunderung aussage, verbleibe ich immer

Ihr hochachtungsvoll ergebener

Z. Suetuna

(Eine Zeit lang bleibe ich hier.)

1.5 04.08.1929, Suetuna an Hasse, Postkarte

Postkarte Hamburg, den 4. 8. '29.

Abs. Z. Suetuna bei Jordan,
Hamburg, Parkallee 1,
den 4. 8. '29.

Sehr geehrter, lieber Herr Professor!

Ich muss Ihnen wieder schreiben, dass ich umgezogen bin. Schon aber fühle ich mich sehr ruhig und morgen (Montag) werde ich in das mathematische Seminar gehen, um Schursche Arbeiten zu lesen!

Mit besten Grüssen!

Immer Ihr ergebenster

Z. Suetuna

1.6 15.08.1929, Suetuna an Hasse

Hamburg, den 15. 8. ’29.

Sehr geehrter, lieber Herr Professor!

Für Ihren letzten Brief und Karte spreche ich Ihnen nochmals meinen herzlichsten Dank aus.

Heute wurde ich nun darauf aufmerksam, dass die Reduktion von $\mathfrak{S}$ zu $\mathfrak{G}$ vermieden werden kann. In der Tat kann man die Formel (26) von Schur, Über die rat. Darstellungen d. allg. lin. Gr., S. 66, für eine beliebige Gruppe $\mathfrak{G}$ aufstellen:

$$(*) \qquad \frac{1}{g} \sum_{G \text{ aus } \mathfrak{G}} \chi^i(G^{-1}) S_1^{\alpha_1} \cdots S_n^{\alpha_n} = \Phi^i \ ,$$

($n = m$ bei Schur). Wie Sie für $\mathfrak{S}$ gezeigt haben, ist damit bewiesen, dass alle τ_i:

$$\tau_i = \frac{1}{g} \sum_G a^{e(G)} \chi^i(G)$$

nicht–negative, ganze rationale Zahlen sind. (Bei der Reduktion von $\mathfrak{S}$ zu $\mathfrak{G}$ muss zunächst $\mathfrak{G}$ eine Faktorgruppe von $\mathfrak{S}$ sein.)

Wenn aber die Formel ($*$) nicht wahr ist, so möchte ich Sie recht herzlich bitten, es mir mitzuteilen!

Ob sich das Produkt

$$L_1^{\tau_1} \cdots L_\nu^{\tau_\nu}$$

als Produkt von Dedekindschen Zetafunktionen darstellen lässt oder nicht, das kann ich gar nicht feststellen.

Hier ist nun leider Hecke verreist nach Helgoland; Blaschke habe ich schon gesehen. Artin hat heute geheiratet (wie Sie wohl schon vielleicht kennen). Bis gestern ist er gewöhnlich zum Mittagstisch ins Curiohaus gekommen; und wir sprechen zwanglos über allerlei Sachen. Bei einer Gelegenheit sagte ich, dass ich Ihre Arbeit über komplexe Multiplikation sehr bewundere. Dabei hat Artin hinzugefügt: Damit muss sich Fueter tüchtig geärgert haben; und wir haben sehr gelacht.

Mit besten Grüssen!
Ihr hochachtungsvoll ergebener

Z. Suetuna

1.7 16.08.1929, Suetuna an Hasse, Postkarte

Postkarte Hamburg, 16. 8. '29.

Sehr geehrter Herr Professor!

Gestern abend habe ich Ihnen zwei Seiten geschrieben; aber der am Ende der ersten Seite in Klammern stehende Satz* muss nun weggestrichen werden. Heute Morgen habe ich schon die ganze Richtigkeit Ihrer einfachen Reduktion verstanden.

Mit besten Grüssen!

Ihr ergebenster

Z. Suetuna

1.8 23.08.1929, Suetuna an Hasse

Hamburg, den 23. 8. '29.

Sehr geehrter, lieber Herr Professor!

Nochmal spreche ich Ihnen meinen recht herzlichen Dank für Ihre letzte schöne Mitteilung aus. Dadurch kann man sehr leicht unser Restglied verschärfen:

Es sei $T(n)$ die Anzahl der Darstellungen von n als Produkt von a (a ganz $\geqq 2$) Idealfaktoren (in $\mathfrak{K}$). Dann hat, wie in meiner letzten Arbeit (S. 15),

$$\begin{aligned} Z(s) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T(n)}{n^s} \qquad \big(R(s) > 1\big) \\ &= \Phi(s) \exp \left(\sum_{i=1}^{r} \tau_i \log\ L(s, \chi^i) \right), \end{aligned}$$

wo

$$\tau_i = \frac{1}{g} \sum_{G \text{ aus } \mathfrak{G}} a^{e(G)} \chi^i(G) \qquad (1 \leqq i \leqq r)$$

und $\Phi(s)$ eine für $s > \frac{1}{2}$ nicht–verschwindende, absolut konvergente Dirichletsche Reihe bedeutet.

Durch Ihr Ergebnis ist somit

$$Z(s) = \Phi(s) \cdot Z_0(s)$$

mit

$$Z_0(s) = \prod_{i=1}^{r} \big(L(s, \chi^i)\big)^{\tau_i} = \prod_{\mu} \big(\zeta_\mu(s)\big)^{\sigma_\mu}.$$

$$(\sigma_\mu \ \text{ ganz } > 0)$$

Wird gesetzt

$$Z_0(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A(n)}{n^s} \qquad (R(s) > 1),$$

so ist also

$$\sum_{n \leqq x} A(n) = x\bigl(a_0^* \log^{\tau-1} x + \cdots + a_{\tau-1}^*\bigr) + O\left(x^{1-\frac{2}{a^k+1}}\right),$$

wo k den Grad unseres Körpers $\mathfrak{K}$ bedeutet. Dies beweist man „genau" so, wie in Landau, Einführung in die elementare und analytische Theorie der alg. Zahlen und der Ideale, §26; denn

$$\sum_{\mu} \sigma_\mu \cdot \text{Grad des Körpers } K_\mu = a^k.$$

Wenn man nun schreibt:

$$\Phi(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B(n)}{n^s},$$

so ist

$$\sum_{n \leqq x} |B(n)| = O\left(x^{\frac{1}{2}+\varepsilon}\right) \qquad (\varepsilon > 0).$$

Weil ausserdem

$$\frac{2}{a^k+1} < \frac{1}{2}$$

ist, so ergibt sich hieraus

$$\sum_{n \leqq x} T(n) = x\left(a_0 \log^{\tau-1} x + \cdots + a_{\tau-1}\right) + O\left(x^{1-\frac{2}{a^k+1}}\right).$$

Nach Ω–Richtung hin kann man natürlich Abschätzung durchführen, weil nun die erzeugende Funktion gut bekannt ist.

Nun erblicke ich das Hauptinteresse dieses Problems in der Konstruktion der Funktion $Z_0(s)$.

Ihr Ergebnis ist wirklich so überraschend, weil die Darstellung von $Z_0(s)$ durch Dedekindsche Zetafunktionen im allgemeinen nicht eindeutig ist. Als ich Artin Ihr Resultat, dass alle τ_i nicht–negative, ganze Zahlen sind, gesprochen, rechnete er mit mir im Fall des Ikosaeders $(a = 2)$:

$$\tau_1 = 6,\ \tau_2 = \tau_3 = 0,\ \tau_4 = 4,\ \tau_5 = 2\,.$$

(Vergl. Speiser, S. 186)

Daraus ergibt sich (Artin, H. A. **3**. S. 107–108)

$$\begin{aligned} Z_0(s) &= L_1^6 L_4^4 L_5^2 = \zeta^2\zeta_5^2\zeta_{10}^2 \\ &= \zeta_5^4\zeta_6^2 = \zeta\zeta_5\zeta_{10}\zeta_5^2\zeta_6\,. \end{aligned}$$

Bei Ihrer Zerlegung gibt es allerdings 2 (im allgemeinen a) identische; somit kann man erwarten:

$$Z_0(s) = \zeta^2\zeta_5^2\zeta_{10}^2$$

bei „normaler“ Darstellung.

Die zu verwendenden Zetafunktionen noch genauer zu studieren muss sehr interessant sein.

Jedenfalls ist hiermit dies Problem sicher zum Schluss gekommen. Ich werde also Ihnen herzlichst dankbar sein, wenn Sie dies Ihr Ergebnis irgendwo publizieren wollen; und es wird mich sehr freuen, wenn Sie dabei einmal meine letzte Arbeit erwähnen werden.

Wenn ich noch etwas finde, dann schreibe ich Ihnen wieder sehr, sehr gerne!

Mit besten Grüssen!
Ihr hochachtungsvoll ergebener

Z Suetuna

1.9 18.09.1929, Suetuna an Hasse

Hotel Beranek, 18. 9. '29.

Sehr geehrter, lieber Herr Professor!

Es ist leider immer so: während des Kongresses kann man nicht ruhig sprechen, besonders wenn man Formeln aufschreiben will. Ich möchte also Ihnen hier ein paar Zeilen schreiben!

Die Artinsche (noch nicht normierte) L–Reihe hat die Gestalt: $(\sigma > 1)$

$$\log L(s, \chi) = \sum_{\wp} \frac{\chi(\wp)}{N(\wp)^s} + \sum_{\substack{\wp \\ \nu \geqq 2}} \frac{\chi(\wp^\nu)}{\nu N(\wp)^{\nu s}}\,,$$

wo die zweite Reihe rechts offenbar absolut konvergiert $(\sigma > 1)$. Damit ist nun die erste Reihe

$$\sum_{\wp} \frac{\chi(\wp)}{N(\wp)^s}$$

die Hauptsache!

In der diesbezüglichen Artinschen Arbeit ist überall nur die obige Logarithmenformel benutzt; die einzige Ausnahme ist sein Fundamentalsatz (Satz 1):

$$L(s,\, \chi_\psi,\, k) = L(s,\, \psi,\, \Omega).$$

Aber dieser Satz kann schon für die Reihe

$$\sum_{\wp} \frac{\chi(\wp)}{N(\wp)^s}$$

nocheinfacher bewiesen werden (Artin hat mir das gleich versichert, als ich einmal fragte, ob es gelingt).

Um die L–Reihe einzuführen, kann man also die Produktformel gänzlich verwerfen. Normieren kann man endlich die Funktion durch die bekannte Methode.

Nun sei $M(C)$ eine von der Klasse C unserer Gruppe abhängige Zahl; man bilde die Reihe:

$$\sum_{C} M(C) \sum_{\wp \text{ zu } C} \frac{1}{N(\wp)^s} .$$

Wäre es nun unmöglich, durch passende Wahl von $M(C)$ eine noch „angenehmere“ Reihe als $\sum_{\wp} \frac{\chi(\wp)}{N(\wp)^s}$ zu konstruieren?

Für Ihr Wohlwollen, über das Teilerproblem der Idealtheorie mit mir zusammenzuschreiben, bin ich Ihnen herzlichst dankbar. In kurzem werde ich nach Halle kommen, sodass wir uns noch näher sprechen können!

Ich wollte Ihnen noch sagen, dass Shoda ganz zufrieden weggefahren ist, weil er endlich Sie sehen und Ihre sehr interessanten Vorträge hören konnte. Auch in Hamburg sprach er mit Artin nur kurz, weil Artin am nächsten Tag heiraten sollte.

Mit besten Grüssen!

Ihr erg. Z. Suetuna

1.10 16.11.1929, Suetuna an Hasse

Hamburg, den 16. 11. '29.

Sehr geehrter, lieber Herr Professor!

Vielen Dank für Ihr freundliches Schreiben am 13. d. M.

Vor allen Dingen muss ich Ihnen sagen, dass ich Deutsch heute noch nicht gut sprechen kann. Vorgetragen habe ich bis jetzt nur einmal „kurz" in der Göttinger Gesellschaft und noch einmal beim Landauschen Seminar. Wenn ich trotzdem über unser Teilerproblem der Idealtheorie reden dürfte, so würde ich bei Ihnen ja mit Freude mal sprechen. Ich bin hier in Europa so ganz frei, dass ich immer zu Ihnen fahren kann, wenn Sie wollen. Ich wünsche Ihnen also, der bestimmte Tag von Ihnen vorgeschlagen zu werden. Wenn aber es bei Ihnen schon zu viele Vorträge gibt, dann werde ich auch gern auf meinen Vortrag verzichten und in kurzem mal zu Ihnen fahren, um über unser Problem zu sprechen. Ich hoffe, dass Sie sich durch das frühere Versprechen gar nicht gebunden fühlen und dass ich von Ihnen bald die bestimmte Antwort haben kann!

Leider habe ich jetzt nichts neues Ihnen zu schreiben; nur folgendes wollte ich schon lange her Ihnen mitteilen:

Die Abschätzung der Anzahl der Idealteiler geschieht rasch durch eine Arbeit Landaus, Über die Anzahl der Gitterpunkte in gewissen Bereichen II (Gött. Nachrichten, 1915), Hauptsatz. Früher schrieb ich das Restglied so:

$$\sum_{N(\Omega)\leqq x} T_v(n) = (\qquad\qquad) + O\left(x^{\frac{N-1}{N+1}}\right);$$

statt dessen muss man schreiben:

$$* \qquad O\left(x^{\frac{N-1}{N+1}}\log^{\tau_1-1} x\right), \quad N = v^{\text{Körpergrad}}.$$

Als Grundkörper kann man aber einen beliebigen alg. Körper (ω–ten Grades) nehmen. Dann gibt es in der Tat auch analytisch keine Schwierigkeit, und wir haben nur statt N in $*$

$$\omega v^{\text{Relativgrad}}.$$

Was jetzt in Hamburg geschieht, werde ich bald Ihnen erzählen.

Mit besten Grüssen!

Ihr Hochachtungsvoll ergebener

Z Suetuna

1.11 15.12.1929, Suetuna an Hasse

Hamburg, den 15. 12. '29.

Lieber Herr Professor!

Dass die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^s}$$

summabel (n, κ) ist, dann und nur dann wenn $\kappa > -\sigma$ ist, findet man bei Hardy–Riesz, The general theory of Dirichlet's series (Cambridge Tracts, No. 18), S. 24. Dort gibt es auch nähere Literaturangabe. Die Dissertation Bohr's, Bidrag til de Dirichlet's ke Raekkers Theori (Kopenhagen) sende ich Ihnen sehr, sehr gerne, wenn nur Sie wünschen.

Dass ich von Ihnen eingeladen wurde, dass ich bei Ihnen, wenn auch sehr schlecht, doch einmal etwas gesprochen habe, dass ich endlich Ihre Vorlesung hörte, dass ich im Seminar von Ihnen zuhören konnte, alles hat mich sehr gefreut.

Für Ihr Wohlwollen und Freundlichkeit spreche ich Ihnen nochmals meinen herzlichen Dank aus. Es wird mich auch sehr freuen, wenn Sie mal Ihre Frau Gemahlin und Töchterchen bestens von mir grüssen würden.

Mit besten Grüssen!
Ihr immer ergebener

Z. Suetuna

Artin und Blaschke, alle wussten schon, dass Sie als Nachfolger von Hensel nach Marburg gehen, nur nicht dass es im kommenden Frühjahr geschieht. Nur Hecke kann ich noch nicht sehen.

1.12 23.12.1929, Suetuna an Hasse

Hamburg, den 23. 12. '29.

Lieber Herr Professor!

Zu dieser allgemein gefeierten Zeit des Jahres möchte auch ich Ihnen und Ihrer Frau Gemahlin meine herzlichen Glückwünsche aussagen!

Die Mittelwertsätze Ihres Schülers finde ich auch sehr hübsch. Obwohl ich jetzt nicht eilig wünsche, den Beweis zu sehen, werde ich ihn natürlich mal lesen, wenn publiziert wird. Als Student hatte ich selber einmal die Gelegenheit, den Wert von ϑ zu betrachten.

Nun wünsche ich noch immer, die Struktur der Dedekindschen Zetafunktionen etwas klarer zu machen. Ich denke mir, wenn man schon etwas sehr Wahrscheinliches annimmt, so wird man vielleicht etwas Interessantes herauskriegen.

Am vorigen Freitag gab es im Ratskeller eine Einladung des mathematischen Seminars. Es waren dabei ungefähr 30 Mathematiker (darunter auch Studenten). Da war selbst Hecke auch lustig. Ein Student, „Zorn“, der neulich unter Artin die Dissertation über nicht–assoziative Systeme geschrieben, bekam bei dieser Gelegenheit einen Preis (500. M.) mit einer Medaille.

Nun ist aber das Seminar sehr einsam. Artin ist schon gestern zu seinen Eltern nach Tschechoslowakei abgefahren.

Indem ich Ihnen alles Gute wünsche, verbleibe ich immer

Ihr ergebener

Z. Suetuna

1.13 28.01.1930, Suetuna an Hasse

Hamburg, den 28. 1. '30.

Lieber Herr Professor!

Recht vielen Dank für Ihre freundlichen Zeilen! Natürlich kann ich schon sehr wohl denken, dass Sie in dieser Zeit zu viel zu tun haben. Jetzt beabsichtige ich immer noch hier zu wohnen. Wenn ich aber einmal umziehe, so werde ich Sie gleich davon benachrichtigen.

Von Ihren amüsanten Zeilen muss ich mal Artin sprechen. Er liest jetzt gerade über hyperkomplexe Zahlen. In diesen Ferien geht Blaschke nach Amerika. Im nächsten Semester liest Artin über Dif. u. Int. Rech. und die Arithmetik der algebraischen Funktionen. Hecke liest über Integralgleichung und analytische Zahlentheorie.

Verzeihen Sie bitte dies kurzes Schreiben! Durch persönliche Angelegenheit bin ich seit Sonnabend in Berlin gewesen und erst jetzt zurückgekommen. Ich möchte Sie noch bitten, Herrn Baer für seine Arbeit von mir zu danken.

Mit besten Grüssen!

Ihr ergebenster

Z. Suetuna

1.14 06.05.1930, Suetuna an Hasse

Hamburg, den 6. 5. '30.

Sehr geehrter, lieber Herr Professor!

Nun glaube ich, dass Sie schon in Marburg angekommen sind! Wie geht es Ihnen in der neuen Umgebung? Wie gefällt alles Ihrer Frau Gemahlin? Ich wünsche Ihnen alles Gute!!! Wenn ich Sie in Königsberg nicht wiedersehe, so beabsichtige ich jetzt, später einmal nach Marburg zu fahren.

Ich bleibe bis Anfang August noch hier in Hamburg. Leider aber gibt es in diesem Semester kein Seminar von Artin, auch von Hecke.

Für Ihre 3 Arbeiten bin ich Ihnen sehr dankbar. Besonders schön ist Ihr Vortrag in Prag, und auch die Arbeit über kubische Körper ist für mich sehr gut zu lesen.

Takagi hat mir schon paar Mal geschrieben, ein Bild von ihm bald abzusenden. Bis heute aber kann ich nicht erhalten. Sie müssen also, bitte ich, noch etwas abwarten. Das hiesige Seminar wünscht auch, ein Bild von ihm zu haben. Es tut mir wirklich leid, dass es so lange dauert. Neulich hat er mal geschrieben, er wird sich freuen, wenn unsere Arbeit über das allgemeine Teilerproblem in The Journal of the Faculty of Science (Tokyo) erscheinen wird. (Wenn aber Sie eine hiesige Zeitschrift bevorzugen, dann habe ich nichts dagegen.)

Übrigens habe ich mit der Arbeit gar nichts eilig. Ich wünsche nur, dass sie während meines Aufenthalts in Deutschland reingeschrieben wird, wenn ja es Ihnen nicht belästigend ist.

Bei dieser Gelegenheit möchte ich Sie noch fragen, wann Ihr Bericht über das Reziprozitätsgesetz und der 3. Band Ihrer Algebra erscheinen werden. Beide werden uns sehr, sehr freuen!

Mit besten Grüssen!

Ihr ergebener

Z. Suetuna

1.15 12.06.1930, Suetuna an Hasse

Hamburg, den 12. 6. '30.

Lieber Herr Professor!

Beim Teilerproblem hat man bis jetzt fast ausschliesslich an die einfache summatorische Funktion gedacht. Wenn aber man die Grössenordnung einzelner Funktionen in Betracht zieht, so gibt es doch noch mehrere Fragestellungen. Zum Beispiel sei $d_v(n)$ die Anzahl der Darstellungen von n als Produkt von v ganzen, positiven Faktoren. Dann ist es wohlbekannt, dass

$$\frac{d_v^{\varepsilon}(n)}{n} \longrightarrow 0 \quad \text{für} \quad n \longrightarrow \infty$$

bei jedem festen $\varepsilon > 0$. Es ist also nicht ohne Interesse, einmal die Summe

$$A(x) \;=\; \sum_{c} 1 \qquad (c > 0)$$
$$\frac{d_v(n)}{n} \geqq \frac{1}{x}$$

abzuschätzen. Es ergibt sich hier das Resultat

$$\begin{aligned} A(x) = ax(\log\ x)^{v^c-1} \;&+\; \sum_{\nu=1}^{H-1}\sum_{\mu=0}^{\nu} a_{\mu,\nu}x(\log\ x)^{v^c-\nu-1}(\log\log\ x)^{\mu} \\ &+\; O\left(x(\log\ x)^{v^c-H-1}(\log\log\ x)^{H}\right)\ , \end{aligned}$$

wobei H eine beliebige, aber feste, ganze positive Zahl ist. Merkwürdig ist, dass hier $\log\log\ x$ vorkommt, was man bei ähnlichen Summen bis jetzt nicht kennt.

Für unsere Funktion $T(\mathfrak{A})$ kann ich auch ähnliches Resultat nachweisen. Es sei Ω ein algebraischer Zahlkörper und $\mathfrak{K}$ ein Oberkörper von Ω k–ten Relativgrades. $T(\mathfrak{A})$ bezeichne die Anzahl der Darstellungen des Ideals $\mathfrak{A}$

von Ω als Produkt von n Idealfaktoren aus $\mathfrak{K}$. Dann haben wir zweierlei Summen zu betrachten:

$$\begin{aligned} 1) \quad A_1(x) &= \sum_{\frac{T^c(\mathfrak{A})}{N(\mathfrak{A})} \geqq \frac{1}{x}} 1\,, \\ 2) \quad A_2(x) &= \sum_{\frac{F^c(n)}{n} \geqq \frac{1}{x}} 1\,, \\ \text{wo} \qquad & \\ F(n) &= \sum_{N(\mathfrak{A})=n} 1 \qquad (\mathfrak{A} \text{ aus } \Omega). \end{aligned}$$

Für die erste Summe gilt ähnlich

$$A_1(x) = a_1 x (\log\, x)^{\tau_1 - 1} + \cdots \\ \cdots + O\left(x(\log\, x)^{\tau_1 - H - 1}(\log\,\log\, x)^H\right),$$

wobei

$$\sigma_1 = \frac{1}{g}\sum_G v^{ce(G)} \qquad (G \text{ aus } \mathfrak{G}).$$

Dass σ_1 für ganzes c ganz ist, haben Sie schon bewiesen. Dadurch kann man die Summe

$$\sum_{N(\mathfrak{A}) \leqq x} T^c(\mathfrak{A})$$

abschätzen, ja mit dem Hauptgliede

$$b_0 x (\log\, x)^{\sigma_1 - 1}.$$

Für die zweite Summe ist es noch komplizierter. Ich muss noch mehr Rechnung ausführen. Jedenfalls lässt es sich beweisen, wenn $F(n)$ die Anzahl der Ideale von Ω mit Norm n ist,

$$\sum_{\frac{F^c(n)}{n} \geqq \frac{1}{x}} 1 = a_2 x (\log\, x)^{\sigma_2 - 1} + \cdots \\ + O\left(x(\log\, x)^{\sigma_2 - H - 1}(\log\,\log\, x)^H\right),$$

wobei [1]

$$\sigma_2 = \frac{1}{g^*}\sum_S A_S^c \qquad (S \text{ aus } \mathfrak{G}^*)^*$$

1. Der erste Stern von rechts in der folgenden Zeile markiert eine Fußnote mit dem zugehörigen Text: »$\sigma_2 = 1$ für $c = 1$.«

wenn $\mathfrak{G}^*$ die Gruppe des zu Ω gehörigen Galoisschen Körpers, g^* die Ordnung von $\mathfrak{G}^*$ und A_S die Anzahl der Symbole, die durch S ungeändert bleiben. Wenn ferner $\chi^{(i)}$ $(1 \leqq i \leqq r^*)$ die einfachen Charaktere der Gruppe $\mathfrak{G}^*$ sind, so lässt es sich beweisen, “nach Ihrer Methode”, dass alle

$$\frac{1}{g^*} \sum_S A_S^c \chi^{(i)}(S)$$

für ganzes c wirklich ganz und nicht–negativ sind.

Diese unvollständige Nachricht schreibe ich Ihnen nur deshalb, weil es mich sehr freuen würde, wenn Sie unsere Arbeit in diesem Rahmen zu erweitern geneigt sein würden. Dann schreibe ich in kurzem alles einmal ausführlich!

Mit besten Grüssen!

Ihr ergebenster

Z. Suetuna

Fussnoten für unsere Arbeit: [2]

1) L. Dirichlet, Über die Bestimmung der mittleren Werte in der Zahlentheorie [Abhandl. Akad. Berlin 1849, math. Abhandl. 69–83; Werke II, 49–66].

2) A. Piltz, Über das Gesetz, nach welchem die mittlere Darstellbarkeit der natürlichen Zahlen als Produkte einer gegebenen Anzahl Faktoren mit der Grösse der Zahlen wächst [Diss. Berlin 1881, 31 S.].

3) A. Walfisz, Über das Piltzsche Teilerproblem in algebraischen Zahlkörpern [Math. Zeitschr. **22** (1925), 153–188].
G. Szegö und A. Walfisz, Über das Piltzsche Teilerproblem in algebraischen Zahlkörpern [Math. Zeitschr. **26** (1927), 138–156 und 467–486].
Vgl. hierzu auch E. Landau, Über eine idealtheoretische Funktion [Transactions of the American Mathematical Society **13** (1912), 1–21].

4) Vgl. u. a. E. Landau, Über die Anzahl der Gitterpunkte in gewissen Bereichen [Göttinger Nachrichten, math.–Phys. Klasse 1912, 687–771 und ebenda 1915, 209–243].

12) [3] E. Landau, Über die Anzahl der Gitterpunkte in gewissen Bereichen, zweite Abhandl. [Göttinger Nachrichten, math.–phys. Klasse 1915, 209–243], Hauptsatz S. 210–214.

Vollständigkeitshalber erlaube ich mir, hier etwas weiteres hinzuzufügen:
Auf S. 4. Eigentlich ist $T_k(\mathfrak{N})$ in der Einleitung nur für ein ganzes Ideal aus Ω definiert, sodass es vielleicht besser ist, zu bemerken, dass $T_k(\mathfrak{N})$ auch ähnlich zu definieren sein soll.
Auf S. 5. Statt „Konstante“ möchte ich sagen „positive Zahl“.

Auf S. 6. „Nicht verschwinden“ bezieht sich nur auf reelles s, sodass ich lieber $s > 0$ bzw. $\frac{1}{2}$ schreiben möchte statt $R(s) > 0$ bzw. $> \frac{1}{2}$.

Auf S. 7. Eine Zeile könnte man wegstreichen, meinen Sie nicht?

Auf S. 15. γ braucht nur positiv zu sein.

$$\big(\, \zeta_{\mathfrak{K}}(s) = O(|t|^{\lambda}) \quad \text{für} \quad \sigma_1 \leqq \sigma \leqq \sigma_2.^{*} \big)$$

2. Die folgenden Seiten sind beschriftet mit “Anlage 1/1/15 ... 1/6/15” zum Brief vom 12. 6. 30.

3. Die »12)« wurde offenbar nachträglich durchgestrichen und durch »13)« ersetzt.

∗. Für passendes $\lambda = \lambda(\sigma_1, \sigma_2) > 0$.

Ich möchte Sie bitten, irgendetwas passendes da zu schreiben!

Auf S. 15. Die Abschätzung

$$\sum_{n \leqq c^2 x} A_n = O\left(x \log^{\tau_1 - 1} x\right)$$

bringe ich gleich nachher.

Auf S. 16. Im Restglied möchte ich lieber

$$\log^{\tau_1 - 1} x \qquad \text{statt} \qquad \log^{\tau_1 - 1} \frac{x}{n}$$

schreiben. (Hier muss man eigentlich in der Stelle von O (Satz 9) eine Konstante setzen, etwa so: †

$$\begin{array}{lll} \leqq & H x^{1-\vartheta} \log^{\tau_1 - 1} x & \text{für} \quad x \geqq 2 \\ \leqq & H x^{1-\vartheta} \log^{\tau_1 - 1} (x+1) & \text{für} \quad 1 \leqq x < 2. \end{array}$$

Auf S. 18. Dass $\Phi(1) > 0$ ist, möchte ich lieber so nachweisen. Durch die frühere Ausführung ist

$$\Phi(1) \neq 0.$$

Weil aber die Summe $\displaystyle\sum_{N(\mathfrak{N}) \leqq x} T_k(\mathfrak{N})$ sicherlich positiv ist, so muss $\Phi(1)$ sogar positiv sein. Aber mit Ihrem Beweis bin ich auch zufrieden.

Auf S. 15. Die Abschätzung

$$\sum_{n \leqq x} A_n = O\left(x \log^{\tau_1 - 1} x\right).$$

Dies lässt sich durch den Cauchyschen Satz beweisen. Aber wir können es durch den bekannten Satz von Landau–Schnee ‡ (Satz 54 bei Landau, Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen, II, S. 853) herleiten. Unsere Funktion $Z^*(s)$ hat in $s = 1$ einen Pol τ_1–ter Ordnung, und die h–te $(h \geqq 0)$ Ableitung der Riemannschen Zetafunktion

$$\zeta^{(h)}(s)$$

†. Im Text möchte ich auch natürlich diese Umständlichkeit nicht machen.

‡. Den Satz nennt man aber öfter den „Schnee–Landau"schen Satz. Vgl. z. B. Hardy–Riesz, The general Theory of Dirichlet's Series, S. 59, Satz 51.

hat in $s = 1$ einen Pol $(h+1)$–ter Ordnung. Wenn man also τ_1 (natürlich von Ω und K abhängende) Zahlen

$$c_0,\ c_1,\ \cdots,\ c_{\tau_1-1}$$

passend auswählt, so ist die Funktion

$$\Psi(s) = Z^*(s) + c_0\zeta^{(\tau_1-1)}(s) + \cdots + c_{\tau_1-1}\zeta(s)$$

eine ganze Funktion von s. Weil nun $Z^*(s)$ ein Produkt gewisser Dedekindscher Zetafunktionen ist, so ist für $R(s) > 0$ gleichmässig

$$\Psi(s) = O\left(|t|^\lambda\right),$$

wenn nur λ hinreichend gross ist. Für die Koeffizienten der Reihe

$$\Psi(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^s}$$

gilt natürlich

$$a_n = O\left(n^\varepsilon\right) \qquad \text{für jedes } \varepsilon > 0.$$

Also konvergiert die Reihe $\Psi(s)$ für

$$R(s) > \frac{0 + \lambda \cdot 1}{1+\lambda} = \frac{\lambda}{1+\lambda}.$$

d. h.

$$\sum_{a_n \leqq x} a_n = O\left(x^{\frac{\lambda}{1+\lambda}+\varepsilon}\right) \qquad \text{für jedes } \varepsilon > 0.$$

Wegen

$$\zeta^{(h)}(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^h \log^h n}{n^s}$$

ergibt sich hieraus

$$\begin{aligned}
\sum_{n \leqq x} A_n &= +\sum_{n \leqq x} (-1)^{\tau_1-\nu} c_\nu \log^{\tau_1-\nu-1} n + O\left(x^{\frac{\lambda}{1+\lambda}+\varepsilon}\right) \\
&= x\left(b_0 \log^{\tau_1-1} x + \cdots + b_{\tau_1-1}\right) + O\left(x^{\frac{\lambda}{1+\lambda}+\varepsilon}\right) \\
&= O\left(x \log^{\tau_1-1} x\right).
\end{aligned}$$

$$\left[\ \sum_{n \leqq x} \log^h n = x\left(\log^h x + \alpha_1 \log^{h-1} x + \cdots + \alpha_h\right) + O(1).\right]$$

Diese Schlussweise ist natürlich bekannt. Wir dürfen deshalb ruhig einfach den Landau–Schneeschen Satz zitieren und damit gleich das Resultat

$$\sum_{n \leqq x} A_n = O\left(x \log^{\tau_1 - 1} x\right)$$

angeben. Wenn aber es zu wenig ist, so können wir doch ein bisschen den Beweisgang angeben. Ich möchte Sie bitten, so zu schreiben, wie es Ihnen gefällt!

Zwei Arbeiten von Landau sende ich Ihnen zugleich. Weil ich noch einmal bestimmt Sie besuchen komme, so können Sie die Arbeiten ganz ruhig bis dahin bei Ihnen behalten.

In herzlicher Dankbarkeit

Ihr erg.

Z. Suetuna

(Wie Sie schon sicher beobachtet haben, gibt es bei Artin (Math. Annalen **89**; S. 151, S. 155) einige Beispiele des Produktes der Zetafunktionen.)

1.16 21.06.1930, Suetuna an Hasse

Hamburg, den 21. 6. '30.

Lieber Herr Professor!

Für Ihre viele Mühe sage ich Ihnen meinen recht herzlichen Dank aus. Es freut mich ja so sehr, dass diese Arbeit endlich in dieser Gestalt bald erscheinen wird. Es muss das schönste Andenken meines Aufenthaltes in Europa sein!

Ihrem Wunsch nach habe ich beiliegend einige Bemerkungen geschrieben. Wenn Sie mir mal das druckfertige Manuskript senden würden, dann werde ich es gleich an Takagi weitersenden. Und es erscheint, glaube ich, schon nach 6 Monaten.

Was ich Ihnen kurz erzählte, enthält wieder eine gruppentheoretische Schwierigkeit, die ich gerne überwinden möchte:

Es sei Ω ein algebraischer Körper endlichen Grades, $\mathfrak{K}$ eine endliche Erweiterung über Ω, $\mathfrak{K}^*$ der zu $\mathfrak{K}$ gehörige Galoissche Körper über Ω und $\overline{\mathfrak{K}}$ der kleinste Normalkörper über den rationalen Körper R, der zugleich Ω und $\mathfrak{K}$ in sich enthält.

$$\begin{tikzcd}
 & \mathfrak{G} \arrow[d, leftrightarrow] & \mathfrak{H} \arrow[d, leftrightarrow] & \mathsf{E} \arrow[ll, bend right, "g"'] \arrow[d, leftrightarrow] & \\
\mathsf{R} \arrow[d, leftrightarrow] & \Omega \arrow[d, leftrightarrow] & \mathfrak{K} & \mathfrak{K}^* \arrow[d, leftrightarrow] & \overline{\mathfrak{K}} \arrow[d, leftrightarrow] \\
\overline{\mathfrak{G}} & L & & \mathfrak{M} & \mathsf{E} \arrow[l, "m"'] \arrow[lll, bend left, "\ell"] \arrow[llll, bend left, "\overline{g}"]
\end{tikzcd}$$

$$\begin{array}{lcll} \overline{\mathfrak{G}} & = & \overline{\mathfrak{C}}_1 + \cdots + \overline{\mathfrak{C}}_{\overline{r}} : & \text{Klasseneinteilung von } \overline{\mathfrak{G}}\,. \\ L & = & \mathfrak{C}_1^* + \cdots + \mathfrak{C}_\varrho^* : & \quad \text{〃} \qquad \text{〃} \quad L\,. \\ \mathfrak{G} & \cong & L/\mathfrak{M} = \widetilde{\mathfrak{C}}_1 + \cdots + \widetilde{\mathfrak{C}}_r : & \text{Klasseneinteilung der Restklassengruppe von } L \text{ nach } M\text{; also besteht } \widetilde{\mathfrak{C}}_j \text{ aus einigen Klassen von } L\,. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \overline{\chi}_j \quad (1 \leqq j \leqq \overline{r}) & \text{seien die einfachen Charaktere von} & \overline{\mathfrak{G}}\,. \\ \chi_i^* \quad (1 \leqq i \leqq \varrho) & \quad \text{〃} \qquad \text{〃} & L\,. \\ \chi_i \quad (1 \leqq i \leqq r) & \quad \text{〃} \qquad \text{〃} & \mathfrak{G}\,. \end{array}$$

Nun sei $T(\mathfrak{A})$ die Anzahl der Darstellungen des Ideals $\mathfrak{A}$ von Ω als Produkt von k $(k \geqq 1)$ Idealfaktoren aus $\mathfrak{K}$ und

$$F(n) = \sum_{N(\mathfrak{A})=n} T(\mathfrak{A}) \qquad (\mathfrak{A} \text{ aus } \Omega).$$

Bei der Abschätzung von $(c > 0)$

$$\sum_{n \leqq x} F^c(n) \quad \text{und} \quad \sum_{\frac{F(n)^c}{n} \geqq \frac{1}{x}} 1$$

kommt die Zahl in Frage

$$\sigma_1 = \frac{1}{g} \sum_{\mathsf{T} \text{ aus } \overline{\mathfrak{G}}} F(\mathsf{T})^c,$$

wo

$$F(\mathsf{T}) = \sum_{i=1}^{r} \tau_i \overline{\chi}_{\chi_i}(\mathsf{T})\,.$$

τ_i hat natürlich die Bedeutung:

$$\tau_i = \frac{1}{g} \sum_{S} k^{Z(S)} \chi_i(S) \qquad (S \text{ aus } \mathfrak{G})\,,$$

und $\overline{\chi}_{\chi_i}$ ist der durch χ_i (χ_i ist auch ein einfacher Charakter von L) erzeugte Charakter von $\overline{\mathfrak{G}}$. Jetzt *vermute* ich, dass alle $\overline{r}$ Zahlen

$$\sigma_j = \frac{1}{g} \sum_{\mathsf{T}} F(\mathsf{T})^c \overline{\chi}_j(\mathsf{T}^{-1})$$

für ganzes $c > 0$ immer ganze, nicht–negative Zahlen sind. Wenn diese Vermutung richtig ist, lässt sich die erste Summe oben viel besser abschätzen.

$F(\mathsf{T})$ lässt sich etwas anders ausdrücken. Es sei $Z(\mathsf{L})$ (L aus L) die Anzahl der Zyklen der Elemente aus $\widetilde{\mathfrak{C}}_\nu$ (in bezug auf die Permutationsgruppe $\mathfrak{G}$), falls L in $\widetilde{\mathfrak{C}}_\nu$ liegt. Man bilde die Zahlen

$$\tau_i^* = \frac{1}{\ell} \sum_{\substack{\mathsf{L} \\ \text{aus } L}} k^{Z(\mathsf{L})} \chi_i^*(\mathsf{L}^{-1}) \qquad (1 \leqq i \leqq \varrho)\,.$$

(Natürlich ist $\tau_i^* = \tau_i$, wenn $\chi_i^* = \chi_i$ ist.) Diese ϱ Zahlen τ_i^* sind alle ganze, nicht–negative Zahlen, was man genau so wie bei τ_i nachweisen kann. Man denke ja an die Darstellung von $Z/\mathfrak{M}$ als Darstellung von L.

Alsdann haben wir (T aus $\overline{\mathfrak{G}}$)

$$F(\mathsf{T}) = \sum_{i=1}^{S} \tau_i^* \overline{\chi}_{\chi_i^*}(\mathsf{T})\,.$$

Für $\mathsf{R} = \Omega$ ist $F(\mathsf{T}) = k^{Z(\mathsf{T})}$, sodass diese Vermutung hier richtig ist.

Für $\Omega = \mathfrak{K}$ ist

$$F(\mathsf{T}) = k\overline{\chi}_{\chi_1}(\mathsf{T}) = k\mathsf{A}_{\mathsf{T}}\,,$$

wo A_{T} den Charakter des Elementes T (der Permutationsgruppe $\overline{\mathfrak{G}}$)* bedeutet. Dass nun die Zahlen (c ganz $\geqq 1$)

$$\frac{1}{g} \sum_{\mathsf{T}} \mathsf{A}_{\mathsf{T}}^c \overline{\chi}_j(\mathsf{T}^{-1})$$

ganz und nicht–negativ sind, lässt sich so beweisen:

Nach Ihnen braucht man bloss eine Permutationsdarstellung Π von $\overline{\mathfrak{G}}$ zu finden, wo kein zu T zugeordnetes Element Π_{T} aus Π

$$\chi(\Pi_{\mathsf{T}}) = \mathsf{A}_{\mathsf{T}}^c$$

*. vom Grade $\kappa = \frac{g}{\ell}$.

ist. Dazu bilde ich alle Variationen mit Wiederholung von je c der Ziffern

$$1,\ 2,\ \cdots,\ u\,.$$

Es sind alle Aggregate $(v_1, v_2, \cdots, v_c)$ mit $1 \leqq v_i \leqq u$, deren Anzahl u^c ist.

Ein Element

$$\mathsf{T} = \begin{pmatrix} v \\ S_v \end{pmatrix} \qquad (1 \leqq v \leqq u)$$

aus $\overline{\mathfrak{G}}$ induziert eine Permutation Π_{T} jener u^c Aggregate und die Gesamtheit von Π_{T} ist eine Darstellung von $\overline{\mathfrak{G}}$, wo

$$\chi(\Pi_{\mathsf{T}}) = \mathsf{A}_{\mathsf{T}}^c\,, \qquad\qquad \text{w. z. b. w.}$$

Den allgemeinen Fall kann ich nicht erledigen.

Heute habe ich im Seminar Ihren Vortrag in Prag gedruckt gesehen. Es wird mich sehr, sehr freuen, wenn ich die Separate haben könnte!

Mit besten Grüssen!

Ihr erg.

Z. Suetuna

1.17 26.06.1930, Suetuna an Hasse

Hamburg, den 26. 6. '30.

Lieber Herr Professor!

Ihr letztes Schreiben hat mich ja so herzlich gefreut. Haben Sie bitte meinen besten Dank dafür!

Ihr Beweis, dass σ_j nicht–negative, ganze Zahlen sind, ist so kurz und so hübsch. Ich möchte nun dies ausarbeiten, sodass ich Sie in kurzem hiervon näher zu benachrichtigen wünsche.

Was ich Sie gebeten, sind natürlich Ihre zwei Arbeiten im neuesten Heft des Crelleschen Journals. Ich wundere mich, wie produktiv Sie immer weiter arbeiten!

Ihre neue Arbeit über die Riemannsche Zetareihe interessiert mich natürlich. Ich erinnere mich, etwas hiervon schon in Halle gehört zu haben.

Unsere Arbeit sende ich Morgen durch Einschreiben an Takagi; er wird für uns alles bestens besorgen! Selbstverständlich habe ich das Manuskript nochmals gut gelesen und dabei ausser gewissen Fehlern in bezug auf Buchstabentypen noch folgendes korrigiert:

Auf S. 17, Z. 2 v. u. fügte ich hinzu das Restglied:

$$O\left(x^{\frac{1}{2}+\varepsilon}\right). \qquad \text{(Es stand kein Restglied hier.)}$$

Auf S. 18, Z. 1 v. o. schrieb ich

$$\binom{\tau_1-\mu-1}{\lambda} \qquad \text{statt} \qquad \binom{\nu}{\lambda}.$$

Auf S. 21, Z. 1 v. u. schrieb ich in

$$\prod_{\mathfrak{p}_2}\left(1-N(\mathfrak{p}_2)^{-s}\right)^2 \prod_{\mathfrak{p}_3}\left(1-N(\mathfrak{p}_3)^{-s}\right)^2$$

bei Exponenten

$$-3s \quad \text{statt} \quad -s.$$

Auf S. III in der Formel

$$\sum_{n \leqq x} \log^{\nu} x = x\,(\log^{\nu} x + \cdots \alpha_{\nu}) + O(1)$$

schrieb ich

$$O(\log^{\nu} x) \qquad \text{statt} \qquad O(1)\,.$$

Ich kann mich erinnern, dass ich Ihnen unrichtigerweise $O(1)$ geschrieben.

Ich hoffe sehr, dass Sie mit all diesem einverstanden sein würden! In Dankbarkeit!

Ihr ergebenster

Z. Suetuna

Morgen kommt Mordell (Manchester), um über binäre Formen vorzutragen. Sonst gibt es jetzt nichts neues in Hamburg.

1.18 07.08.1930, Suetuna an Hasse

Hamburg, den 7. 8. '30.

Lieber Herr Professor!

Ihr Schreiben hat mich sehr gefreut. Das eine Bild von Ihnen habe ich schon gleich an Takagi geschickt. Es ist das Gesicht der Güte und Innerlichkeit; er wird sich herzlich darüber freuen!

Artin ist schon verreist und kommt erst am Ende d. M. auf paar Tage zurück, um wieder abzureisen. Leider kann ich Ihnen seine jetzige Adresse heute nicht mitteilen. Aber Sie habe sie gleich, sobald ich Petersson sehe.

Es ist sehr schön, dass Ihr Bericht bald erscheinen wird. Ich bin ja oft verzweifelt in der Mathematik. Nur dadurch, dass von Zeit zu Zeit doch schöne Arbeiten erscheinen, habe ich immer noch den Mut, Mathematik zu treiben!

Vor Monaten habe ich Ihnen ein Problem erzählt:

$$\begin{tikzcd}
 & \mathfrak{G} \arrow[d, leftrightarrow] & \mathfrak{H} \arrow[d, leftrightarrow] & \mathsf{E} \arrow[ll, bend right, "g"'] \arrow[d, leftrightarrow] & \\
\begin{array}{l} R \\ \text{(Grund-} \\ \text{körper.)} \\ \text{nicht notwen-} \\ \text{dig rational!} \end{array} \arrow[d, leftrightarrow] \arrow[r, phantom, "<"] & \underline{\underline{\Omega}} \arrow[d, leftrightarrow] \arrow[r, phantom, "<"] & \underline{\underline{\mathfrak{K}}} \arrow[r, phantom, "<"] & \mathfrak{K}^* \arrow[d, leftrightarrow] \arrow[r, phantom, "<"] & \overline{\mathfrak{K}} \arrow[d, leftrightarrow] \\
\overline{\mathfrak{G}} & L & & \mathfrak{M} & \mathsf{E} \arrow[llll, bend left, "\overline{g}"]
\end{tikzcd}$$

$T(\mathfrak{A})$ ist die Anzahl der Darstellungen des Ideals $\mathfrak{A}$ von Ω als Produkt von u Idealfaktoren aus $\mathfrak{K}$ $(u \geqq 1)$. Ferner ist

$$F(\mathfrak{N}) = \sum_{N_{\Omega/R}(\mathfrak{A})=\mathfrak{N}} T(\mathfrak{A}), \qquad \mathfrak{N} \text{ aus } R.$$

c ist eine feste positive Zahl. Wir betrachten nun vier Summen:

$$\begin{aligned} A_1(x) &= \sum_{\frac{T(\mathfrak{A})^c}{N(\mathfrak{A})} \geqq \frac{1}{x}} 1, \quad & B_1(x) &= \sum_{N(\mathfrak{A}) \leqq x} T(\mathfrak{A})^c, \\ A_2(x) &= \sum_{\frac{F(\mathfrak{N})^c}{N(\mathfrak{N})} \geqq \frac{1}{x}} 1, \quad & B_2(x) &= \sum_{N(\mathfrak{N}) \leqq x} F(\mathfrak{N})^c. \end{aligned}$$

Alsdann haben wir:

$$\begin{aligned} A_1(x) &= a^{(1)} x (\log\, x)^{\tau_1(c)-1} &+& \; a_{11}^{(1)} x (\log\, x)^{\tau_1(c)-2} \log\log\, x + \cdots, \\ B_1(x) &= b^{(1)} x (\log\, x)^{\tau_1(c)-1} &+& \; b_1^{(1)} x (\log\, x)^{\tau_1(c)-2} + \cdots, \\ A_2(x) &= a^{(2)} x (\log\, x)^{\sigma_1(c)-1} &+& \; a_{11}^{(2)} x (\log\, x)^{\sigma_1(c)-2} \log\log\, x + \cdots, \\ B_2(x) &= b^{(2)} x (\log\, x)^{\sigma_1(c)-1} &+& \; b_1^{(2)} x (\log\, x)^{\sigma_1(c)-2} + \cdots, \end{aligned}$$

wobei $(1 \leqq i \leqq r,\ 1 \leqq j \leqq \overline{r})$

$$\begin{aligned} \tau_i(c) &= \tfrac{1}{g} \textstyle\sum_S u^{Z(S)} \chi_i(S^{-1}), \qquad & S &\text{ aus } \mathfrak{G}, \\ \sigma_j(c) &= \tfrac{1}{\overline{g}} \textstyle\sum_T F(T)^c \overline{\chi}_j(T^{-1}), \quad & T &\text{ aus } \overline{\mathfrak{G}}, \end{aligned}$$

mit

$$F(T) = \sum_{i=1}^{r} \tau_i \overline{\chi}_{\chi_i}(T).$$

Dank Ihrer Mitteilung sind alle $\tau_i(c)$ und $\sigma_j(c)$ nicht–negative, ganze rationale Zahlen, falls c eine natürliche Zahl ist.

Ich möchte aber gern noch weiter über das Grössenverhältnis zweier Zahlen $\tau_1(c)$ und $\sigma_1(c)$ etwas wissen.

Falls $c = 1$ ist, ist sicherlich $\sigma_1(1) = \tau_1(1)$, was man auch gruppentheoretisch leicht nachweisen kann. Falls aber $c > 1$ (eigentlich ist nur der Fall interessant, wo c ganz ist) ist, kann ich leider nichts aussagen, als $\sigma_1(c) > \tau_1(c)$.

Hier teile ich Ihnen ein Beispiel mit:

$$\begin{aligned} \overline{\mathfrak{G}} &= \text{Ikosaedergruppe, altern. Gr. der Ziffern } (1, 2, 3, 4, 5). \\ L &= \text{Tetraedergr., altern. Gr. der Ziffern } (2, 3, 4, 5). \\ \mathfrak{M} &= \text{Vierergr.: } \mathsf{E}, (23)(45), (24)(35), (25)(34). \\ \mathfrak{G} &\cong L/\mathfrak{M} = \mathsf{E} + S + S^2, \quad S = (234)\,\mathfrak{M}. \end{aligned}$$

$\varrho^3 = 1$

	E	S	S^2
χ_1	1	1	1
χ_2	1	ϱ	ϱ^2
χ_3	1	ϱ^2	ϱ

	$\mathfrak{C}_1^*$	$\mathfrak{C}_2^*$	$\mathfrak{C}_3^*$	$\mathfrak{C}_4^*$
χ_1	1	1	1	1
χ_2	1	1	ϱ	ϱ^2
χ_3	1	1	ϱ^2	ϱ

$$L = \underbrace{\mathfrak{C}_1^* + \mathfrak{C}_2^*}_{\mathfrak{M}} + \underbrace{\mathfrak{C}_3^*}_{(234)\,\mathfrak{M}} + \underbrace{\mathfrak{C}_4^*}_{(243)\,\mathfrak{M}}$$

$$\overline{\mathfrak{G}} = \overline{\mathfrak{C}}_1 + \overline{\mathfrak{C}}_2 + \overline{\mathfrak{C}}_3 + \overline{\mathfrak{C}}_4 + \overline{\mathfrak{C}}_5\,.$$
$$\overline{\mathfrak{C}}_1 = \mathsf{E}\,, \qquad \overline{\mathfrak{C}}_2 = (12)(34) + \cdots\,,$$
$$\overline{\mathfrak{C}}_3 = (123) + \cdots\,, \qquad \overline{\mathfrak{C}}_4 + \overline{\mathfrak{C}}_5 = (12345) + \cdots :$$

	$\overline{\mathfrak{C}}_1$	$\overline{\mathfrak{C}}_2$	$\overline{\mathfrak{C}}_3$	$\overline{\mathfrak{C}}_4$	$\overline{\mathfrak{C}}_5$
$\overline{\chi}_{\chi_1}$	5	1	2	0	0
$\overline{\chi}_{\chi_2}$	5	1	-1	0	0
$\overline{\chi}_{\chi_3}$	5	1	-1	0	0

$$\begin{aligned}
\tau_1(c) &= \frac{1}{3}(u^{3c} + 2u^c), \quad \tau_2(c) = \tau_3(c) = \frac{1}{3}(u^{3c} - u^c)\,. \\
\sigma_1(c) &= \frac{1}{60}(5^c u^{3c} + 15u^{3c} + 20 \cdot 2^c u^c)\,, \\
\sigma_2(c) &= \sigma_3(c) = \frac{1}{60}(3 \cdot 5^c u^{3c} - 15u^{3c})\,, \\
\sigma_4(c) &= \frac{1}{60}(4 \cdot 5^c u^{3c} + 20 \cdot 2^c u^c)\,, \\
\sigma_5(c) &= \frac{1}{60}(5 \cdot 5^c u^{3c} + 15u^{3c} - 20 \cdot 2^c u^c)\,.
\end{aligned}$$

Also haben wir:

$$\begin{aligned}
\sigma_1(1) &= \frac{1}{3}(u^3+2u) = \tau_1(1)\,. \\
\sigma_1(2) &= \frac{2}{3}(u^6+2u^2) = 2\tau_1(2)\,. \\
\sigma_1(3) &= \frac{1}{3}(7u^9+8u^3) = 4\tau_1(3)+u^9\,. \\
\cdots & \cdots \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}$$

Es ist auch meine Freude, dass ich in Königsberg wieder einen Vortrag von Ihnen hören kann. Da werde ich Ihnen persönlich meinen besten Dank aussagen.

Mit herzlichen Grüssen!

Ihr ergebenster

Z. Suetuna

(Es ist schon entschieden, dass Artin hier bleibt.)

1.19 07.11.1930, Suetuna an Hasse

Hamburg, den 7. 11. ’30.

Lieber Herr Professor!

Jetzt gedenke ich zwischen 10. und 20. Januar zu Ihnen zu fahren. Wie ich Ihnen schon gesagt, ist dabei mein Hauptzweck, vor meiner Rückkehr nach Tokyo noch einmal Sie zu grüssen. Wenn aber es Ihnen nicht unangenehm ist, werde ich bei Ihnen gern etwas kurz sprechen. Sie wissen, dass ich immer nur so fürchterlich spreche und ausserdem ist meine Arbeit für mich selbst nicht ganz angenehm. Es ist jetzt ja mein Wunsch vom Analytischen zum Gruppentheoretischen überzugehen!

Folgendes Problem habe ich Ihnen mal erzählt: Ω sei ein algebraischer Zahlkörper, K eine endliche Erweiterung von Ω und K^* der zugehörige Normalkörper:

$$\begin{tikzcd} \Omega \arrow[r, bend left, "h"] \arrow[d, phantom, "\curvearrowleft"] & K & K^* \arrow[d, leftrightarrow] \\ \mathfrak{G} & & \mathsf{E} \arrow[ll, bend left, "g"] \end{tikzcd}$$

$T(\mathfrak{A})$ bezeichne die Anzahl der Darstellungen des ganzen Ideals $\mathfrak{A}$ von Ω als Produkt von u ganzen Idealen ($u \geqq 1$) aus K. c sei immer eine feste positive Zahl. Dann schreibe ich

$$A_1(x) = \sum_{\frac{T(\mathfrak{A})^c}{N(\mathfrak{A})} \geqq \frac{1}{x}} 1\,, \qquad B_1(x) = \sum_{N(\mathfrak{A}) \leqq x} T(\mathfrak{A})^c\,,$$

$$\tau_i(c) = \frac{1}{g} \sum_{G \text{ aus } \mathfrak{G}} u^{cZ(G)} \chi_i(G^{-1})\,.$$

Alsdann hat der Hauptteil der erzeugenden Funktion für $A_1(x)$ bzw. $B_1(x)$

$$\exp\Big(\sum_{i=1}^{r} \tau_i(cs) \log\ L(s,\chi_i)\Big) \quad \text{bzw.} \quad Z_1(s) = \exp\Big(\sum_{i=1}^{r} \tau_i(c) \log\ L(s,\chi_i)\Big)\,.$$

Dadurch lässt sich zeigen (H ganz $\geqq 1$)

$$\begin{aligned} A_1(x) &= \sum_{\mu=0}^{H-1} \sum_{\nu=0}^{\mu} a_{\mu,\nu} x (\log\ x)^{\tau_1(c)-\mu-1} (\log\log\ x)^{\nu} \\ (a_{0,0} > 0) \qquad & \qquad + O\left(x(\log\ x)^{\tau_1(c)-H-1}(\log\log\ x)^{H}\right)\,. \\ (a_0 > 0) \qquad B_1(x) &= \sum_{\mu=0}^{H-1} a_\mu x (\log\ x)^{\tau_1(c)-\mu-1} + O\left(x(\log\ x)^{\tau_1(c)-H-1}\right)\,. \end{aligned}$$

Hier kann man das Restglied natürlich verbessern, wenn c eine ganze Zahl ist, genau so wie in unserer Arbeit.

Um die Grössenordnung der Teilerzahl noch näher zu betrachten gehe ich noch einen Schritt weiter: P sei ein Teilkörper von Ω und $\overline{K}$ der kleinste K^* enthaltende Normalkörper über P:

$$\begin{tikzcd}
\mathsf{P} \arrow[r, bend left, "\omega"] \arrow[d, leftrightarrow] & \Omega \arrow[r, bend left, "k"] \arrow[rr, bend left, "g"] \arrow[d, leftrightarrow] & K & K^* \arrow[d, leftrightarrow] & \overline{K} \arrow[d, leftrightarrow] \\
\mathfrak{N} & \mathfrak{M} & & L & \mathsf{E} \arrow[l, "\ell"'] \arrow[lll, bend left, "m"] \arrow[llll, bend left, "n"]
\end{tikzcd}$$

Nun schreibe ich:

$$F(\mathfrak{N}) = \sum_{N_{\Omega/\mathsf{P}}(\mathfrak{A})=\mathfrak{N}} T(\mathfrak{A})\,, \qquad \mathfrak{N} \text{ aus } \mathsf{P}\,,$$

$$A_2(x) = \sum_{\frac{F(\mathfrak{N})^c}{N(\mathfrak{N})} \geqq \frac{1}{x}} 1\,, \qquad B_2(x) = \sum_{N(\mathfrak{N}) \leqq x} F(\mathfrak{N})^c.$$

Wenn ich weiter die einfachen Charaktere (Norm in P) $\mathfrak{N}$ mit $\widetilde{\chi}_j$ $(1 \leqq j \leqq \widetilde{r})$ bezeichne, so ist der Hauptteil der erzeugenden Funktion für $A_2(x)$

bzw. $B_2(x)$

$$\exp\big(\sum_{j=1}^{\widetilde{r}} \sigma_j(cs)\log\,\widetilde{L}(s,\widetilde{\chi}_j)\big)$$

$$\text{bzw.}\qquad Z_2(s) = \exp\big(\sum_{j=1}^{\widetilde{r}} \sigma_j(c)\log\,\widetilde{L}(s,\widetilde{\chi}_j)\big)\,,$$

wo (Γ aus $\mathfrak{N}$)

$$\big(\tau_i = \tau_i(1)\big)\qquad F(\Gamma) = \sum_{i=1}^{r} \tau_i \widetilde{\chi}_{\chi_i}(\Gamma)$$

(χ_i ist natürlich ein Charakter von $\mathfrak{M}$),

$$\sigma_j(c) = \frac{1}{n}\sum_{\Gamma\,\text{aus}\,\mathfrak{N}} F(\Gamma)^c \widetilde{\chi}_j(\Gamma^{-1})\,.$$

Daraus ergibt sich (H ganz $\geqq 1$)

$$A_2(x) = \sum_{\mu=0}^{H-1}\sum_{\nu=0}^{\mu} b_{\mu,\nu}x(\log\,x)^{\sigma_1(c)-\mu-1}(\log\log\,x)^{\nu}$$

$$(b_{0,0}>0)\qquad + O\big(x(\log\,x)^{\sigma_1(c)-H-1}(\log\log\,x)^{H}\big)\,.$$

$$(b_0>0)\qquad B_2(x) = \sum_{\mu=0}^{H-1} b_\mu x(\log\,x)^{\sigma_1(c)-\mu-1} + O\big(x(\log\,x)^{\sigma_1(c)-H-1}\big)\,.$$

Nach Ihrer Mitteilung hat $\sigma_j(c)\quad (1 \leqq j \leqq \widetilde{r})$, wenn c eine ganze Zahl ist, eine nicht–negative, ganze rationale Zahl. Deswegen lässt sich das Restglied der zweiten Summe wieder verschärfen, falls c ganz ist.

Wenn ich jetzt schreibe

$$\widetilde{\chi}_{\chi_i}(\Gamma) = \sum_{j=1}^{\widetilde{r}} r_{ij}\widetilde{\chi}_j(\Gamma)\,,\quad \Gamma\ \text{aus}\ \mathfrak{N}\,,$$

so ist

$$L(s,\chi_i) = \widetilde{L}(s,\chi_i) = \widetilde{L}(s,\widetilde{\chi}_{\chi_i})$$

$$\text{(in bezug auf } \overline{K}/\Omega)$$

$$= \prod_{j=1}^{\widetilde{r}} \big(\widetilde{L}(s,\widetilde{\chi}_j)\big)^{r_{ij}}.$$

Wird also gesetzt

$$\pi_j(c) = \sum_{i=1}^{r} r_{ij}\tau_i(c)\,,$$

haben wir

$$Z_1(s) = \exp\Big(\sum_{j=1}^{\widetilde{r}} \pi_j(c) \log \widetilde{L}(s, \widetilde{\chi}_j)\Big)\,.$$

Nun möchte ich gern über die Zahlen $\sigma_j(c)$, $\pi_j(c)$ etwas näheres wissen. Wenigstens Folgendes gilt:

$$\sigma_j(1) = \pi_j(1) = \pi_j\,.$$

Falls c ganz ist, so ist

$$F^c(\Gamma) = \sum_{j=1}^{\widetilde{r}} \sigma_j(c)\widetilde{\chi}_j(\Gamma)\,, \quad \Gamma \text{ aus } \mathfrak{N}\,.$$

Folglich gilt (α, β ganz $\geqq 1$)

$$\sigma_j(\alpha+\beta) = \sum_{\mu,\nu=1}^{\widetilde{r}} g_{\mu\nu j}\sigma_\mu(\alpha)\sigma_\nu(\beta),$$

wo

$$\widetilde{\chi}_\mu(\Gamma)\widetilde{\chi}_\nu(\Gamma) = \sum_{j=1}^{\widetilde{r}} g_{\mu\nu j}\widetilde{\chi}_j(\Gamma)\,.$$

Also ist speziell

$$\sigma_1(2) = \sum_{j=1}^{\widetilde{r}} \pi_j^2\,.$$

Noch gilt Folgendes ($u \geqq 2$):*

$$\big(\tau_1(c) = \pi_1(c)\big) \qquad \frac{\sigma_1(c)}{\tau_1(c)} \sim \frac{1}{\ell}\omega^{c-1} \qquad \text{für } c \to \infty\,.$$

Mehr kann ich im allgemeinen nicht aussagen. Aber wenn $L = \mathsf{E}$ und Ω Galoissch über P ist, dann ist alles sehr einfach:

$$\sigma_j(c) = \omega^{c-1}\,\pi_j(c) \qquad (1 \leqq j \leqq \widetilde{r})\,.$$

∗. Der Fall $u = 1$ ist einfacher!

Bei diesem Fall lassen sich die Zahlen r_{ij} noch näher bestimmen (Frobenius).[1]

* Hier ist $\tau_1(c) = 1 \quad (K = K^* = \overline{K} = \Omega^*)$. $\sigma_1(c) \sim \frac{1}{m}\omega^{c-1}$ für $c \to \infty$.

Durch Ihren Bericht (insb. S. 159) angeregt, hat Artin neulich über seine L–Funktionen einige sehr hübsche Resultate erhalten, die bald in der hiesigen Zeitschrift erscheinen.

Sonst gibt es jetzt nichts besonderes in Hamburg. Das Wetter ist fast immer schlecht.

Bei der Rückfahrt von Marburg will ich paar Tage in Göttingen wohnen, wo ich 2 Jahre gewesen. Hoffentlich kann ich alles in Jahren wiedersehen!

Bitte grüssen Sie Ihre Frau Gemahlin bestens von mir!

Mit besten Grüssen!

Ihr ergebenster

Z. Suetuna

1. Die folgende Zeile ist scheinbar der Text einer Fußnote.

1.20 17.11.1930, Suetuna an Hasse

Hamburg, den 17. 11. '30.

Lieber Herr Professor!

Die Buchhandlung hat mir Ihren Bericht zugeschickt, den ich deswegen gern abgenommen. Ich bin Ihnen aber schon dafür sehr dankbar, dass Sie mir einen Separata geben wollten! Manchmal spreche ich mit Artin über diese Arbeit. Er freut sich auch darüber und sagt, es ist die beste Arbeit der letzten Zeit!

Neulich habe ich die Korrektur der Artinschen Arbeit gelesen; nur schade, dass ich die erste bei Ihnen zu erscheinende Arbeit noch nicht sehen kann.

Noch etwas kurz über mein letztes Schreiben: Wenn $L = \mathsf{E}$ ist, so lässt sich $\sigma_j(c)$ $(1 \leqq j \leqq \widetilde{r})$ darstellen durch $\pi_j(c)$ $(1 \leqq j \leqq \widetilde{r})$ mit den von u unabhängigen Koeffizienten:

$$\begin{aligned} \sigma_j(c) &= \sum_{\mu=1}^{\widetilde{r}} \pi_\mu(c) \sum_{\nu=1}^{\widetilde{r}} g_{j\mu\nu}\beta_\nu(c-1)\,, \\ \sigma_1(c) &= \sum_{\mu=1}^{\widetilde{r}} \beta_\mu(c-1)\cdot\pi_\mu(c)\,, \end{aligned}$$

wobei

$$\begin{aligned} \beta_j(a) &= \frac{1}{n}\sum_{\Gamma \text{ aus } \mathfrak{N}} B^a(\Gamma)\widetilde{\chi}_j(\Gamma^{-1}) \qquad (a>0)\,, \\ B(\Gamma) &= \widetilde{\chi}_{\chi_1}(\Gamma) = \sum_{j=1}^{\widetilde{r}} g_j\widetilde{\chi}_j(\Gamma)\,. \end{aligned}$$

Also ist zum Beispiel

$$\sigma_1(2) = \sum_{j=1}^{\widetilde{r}} g_j\pi_j(2)\,.$$

Ich möchte nun gern noch näheres wissen über die Zahlen $B^a(\Gamma)$.

Indem ich sehr hoffe, dass alles Ihnen bald gut geht, verbleibe ich

Ihr ergebenster

Z. Suetuna

1.21 25.11.1930, Suetuna an Hasse

Hamburg, den 25. 11. ’30.

Lieber Herr Professor Hasse!

Ich habe schon gestern unsere Korrektur gelesen und unzählig viele Druckfehler darin gefunden. Vielleicht sind Sie fast empört darüber, dass der japanische Setzer so dumm ist. Wir müssen in Japan immer viel Geduld haben und wenigstens 5 mal die Korrektur lesen, bis alles in Ordnung ist. Deshalb kann ich Ihnen jetzt versichern, dass es gar nicht so schlimm wird! Es wird mich sehr freuen, wenn Sie Ihre Korrektur an mich senden wollen. Dann werde ich alles sorgfältig vergleichen und wichtige Bemerkungen *in Japanisch* hinzufügen.

Ich habe alle Fehler und Unannehmlichkeiten sorgfältig korrigiert, bis fast alle Seiten rot wurden. Hier möchte ich Ihnen nur einen Vorschlag machen. Sie haben zuerst die Vorschrift angegeben, alle grossen griechischen Buchstaben steil zu schreiben. Leider hat der Setzer es nicht recht beobachtet. Deswegen möchte ich einfachheitshalber die Funktions–Zeichen Φ, Ψ, Γ schräg schreiben, ebenso bei der Gruppendarstellung Π, Γ_i .

Aber die Körperzeichen Ω, K will ich streng steil schreiben. Das Summen– und Produktzeichen $\sum$, $\prod$ will ich noch geschickter, anmutiger setzen lassen.

Artin spricht auch von Zeit zu Zeit über dieses Resultat. Er meint, es ist überraschend, dass der Beweis von Sätzen 6 und 7 so hübsch einfach ist. [1]

Mit besten Grüssen!

Ihr ergebenster

Z. Suetuna

1. Es folgt eine Seite mit vier Namen in einer anderen Handschrift: »Möller +++ v. Felde H. Rang«

1.22 14.12.1930, Suetuna an Hasse

Hamburg, den 14. 12. ’30.

Lieber Herr Prof. Hasse!

Ich habe mich endlich entschlossen, bei Ihnen kurz zu sprechen. Vielleicht werde ich in grossen Zügen über das Ergebnis unserer Arbeit und über die weiteren, worüber ich Ihnen schon etwas geschrieben. Der Titel soll etwa heissen: „Über die Anzahl der Idealteiler“. Ich möchte aber nur kurz sprechen.

Der Hauptzweck meiner Reise ist aber schon erfüllt, wenn ich Sie wiedersehe. Näheres über die Reise werde ich Ihnen später schreiben.

Mit vielen herzlichen Grüssen!

Ihr ergebenster

Z. Suetuna

Gestern abend hat Hilbert in der Kant–Gesellschaft gesprochen: „Die Grundlegung der Zahlenlehre“. Blaschke geht am 23. d. M. weg nach Amerika.

1.23 15.04.1931, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 15. April '31.

Lieber Herr Professor!

Wie geht es Ihnen? Ich bin am 10. März von Berlin abgefahren und endlich am 30. März in Tokyo angekommen. Hoffentlich haben Sie schon die Postkarte erhalten, die wir alle von der Einladung bei Takagi an Sie geschrieben. Während meines langen Aufenthaltes in Deutschland — nie werde ich vergessen, wie schön es war — ist vieles in Tokyo verändert, sodass ich mich hier noch schwer zu hause fühle!

Unsere gemeinsame Arbeit ist erst am 31. März erschienen und ich habe am 1. April nur ein Exemplar, das ich Ihnen zugesandt, gekriegt. Aber heute habe ich 250 erhalten; davon muss unser Seminar ungefähr 150 an verschiedene math. Institute zusenden. Zu unserer Verfügung stehen also doch 100. Leider kommen meine Sachen, die ich über Indien geschickt, noch nicht an. Darunter befindet sich zwar die Namenliste, die wir bei Ihnen verfertigt haben. Also warten Sie bitte noch einige Zeit; dann kann ich Ihnen so viel zusenden, wie ich versprochen.

In der Arbeit habe ich einige Druckfehler gefunden:

S. 135, 138, 143, 144, 145, 146, 147, 153.

Weil alle nur kleine Druckfehler sind, so ist es vielleicht nicht nötig, dass wir hierzu die Berichtigung geben. Wie denken Sie sich? Es ist hier immerhin gar nicht schwer, dass wir die Berichtigung drucken lassen.

Grüssen Sie Ihre Frau Gemahlin bitte bestens von mir!

Mit herzlichen Grüssen!

Ihr ergebener

Z. Suetuna

1.24 30.04.1931, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 30. 4. '31.

Lieber Herr Professor!

Noch immer kommen meine Sachen nicht an. Ich habe mich also entschlossen, Ihnen 50 Separata unserer Arbeit schon jetzt zuzusenden. Selbst habe ich ausserhalb Japan nur an die folgenden Adressen je einen zugeschickt:

1.	Artin (Hamburg)	2.	Bohr (Kopenhagen)
3.	van der Corput (Groningen)		
4.	Dickson (Chicago)	5.	Fueter (Zürich)
6.	Furtwängler (Wien)	7.	Hardy (Oxford)
8.	Hecke (Hamburg)	9.	Hadamard (Paris)
9^+.	Jarnik (Prag)	10^+.	Korinek (Prag)
12.	Kähler (Hamburg)	13.	Landau (Göttingen)
14.	Littlewood (Cambridge)	15.	Mordell (Manchester)
16.	Noether (Göttingen)	17.	Neugebauer (Göttingen)
18.	Petersson (Hamburg)	19.	Rademacher (Breslau)
20.	Rogosinski (Königsberg)		
21.	I. Schur (Berlin)	22.	Sperner (Hamburg)
23.	Vandiver (Texas)	24.	Walfisz (Radość)
25.	van der Waerden (Leipzig).		

Es wird mich also herzlich freuen, wenn Sie diese 50 Separata noch weiter passend verteilen wollen. Wir können Ihnen noch etwas mehr zusenden, wenn nur Sie wünschen.

Ein Schüler von Takagi, namens Moriya, beabsichtigt, bei Ihnen die Mathematik, insb. Zahlentheorie, weiterzustudieren. Er fährt schon Mitte Mai über Indien nach Europa ab, um Anfang Juli in Deutschland anzukommen. Es wird uns alle sehr, sehr freuen, wenn Sie ihn auch freundlich aufnehmen würden!

Grüssen Sie bitte Ihre Frau Gemahlin bestens von mir!

Mit besten Grüssen!

Ihr ergebenster

Z. Suetuna

1.25 14.06.1931, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 14. 6. '31.

Lieber Herr Professor!

Recht vielen Dank für Ihre schöne Arbeit über hyperkomplexe Zahlsysteme und Ihre freundlichen Zeilen am 26. Mai. Die Arbeiten des Herrn Franz haben mich auch gefreut.

An die 6 Adressen, die Sie mir angeben, habe ich schon je einen Abzug zugeschickt. Ausserdem musste ich an die anderen Professoren und junge Studierenden zusenden. Ausserhalb Japan sandte ich noch an Schöneberg (Hamburg) und Henke (Frankfurt a. M.) zu. Die math. Seminare in Hamburg, Göttingen und Berlin, und mehrere andere (im ganzen ungefähr 120) haben schon je einen, nicht von mir, aber von unserem Seminar aus.

Heute habe ich noch 12 Separata übrig. Ich sende Ihnen deshalb davon 8 zu. Wenn es noch nicht genügt, dann werde ich mich mal bemühen, uns noch mehr zu verschaffen.

Hier habe ich ein Kolloquium begründet; und Takagi, Sagawara, Shoda und andere kommen zusammen. Einer wird einmal Ihre oben genannte Arbeit lesen. Hoffentlich können wir Ihre weiteren Arbeiten kriegen!

Nun denke ich an die Teilbarkeit der Dedekindschen Zetafunktion. Es muss ja schon gelingen, wenigstens im Galoisschen Fall.

Beim nächsten Mal kann ich Ihnen hoffentlich mehr mathematisches mitteilen.

Mit besten Grüssen!

Ihr sehr ergebener

Z. Suetuna

1.26 07.12.1931, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 7. Dezember 1931.

Lieber Herr Professor!

Es ist sehr freundlich von Ihnen, dass Sie mir nun so Interessantes mitteilen. Haben Sie bitte meinen besten Dank dafür! Ich möchte zunächst mal die von Ihnen erwähnte Brauersche Arbeit und danach Ihre Göttinger und diese Zeilen eingehend studieren, um nachher über Ihre Ergebnisse in unserem Kreise vorzusprechen. Hier versteht man derartige Dinge noch nicht gut; aber erwarten Sie bitte, dass alles allmählich gut geht!

Die Ganzheit des Quotienten $\zeta_K(s) : \zeta(s)$ zu beweisen, scheint furchtbar schwer zu sein. Denn man weiss heute gar nichts über den Zusammenhang verschiedener irreduzibler Darstellungen einer Gruppe; nicht wahr? Haben Sie schon gelesen, was Petersson im Zentralblatte über unsere gemeinsame Arbeit besprochen hat? Er hat leider etwas Unsinniges geschrieben.

In der letzten Zeit quälen mich zwei Probleme, für die Sie sich hoffentlich interessieren werden:

Erstens die Klassenzahl eines imaginär–quadratischen Zahlkörpers. Bezeichnet man die Körperdiskriminante mit $-k$ und die Klassenzahl mit $h = h(k)$, so ist natürlich

$$h = \frac{\sqrt{k}}{\pi} L(1) \qquad (k > 4)\,,$$

wo $\zeta_K(s) = \zeta(s)L(s)$ ist. Unter Annahme der Vermutung:

$$\zeta_K(s) \neq 0 \quad \text{für} \quad \sigma > \frac{1}{2}\,,$$

lässt sich $L(1)$ sehr gut abschätzen. Sie kennen wohl gewiss, was Hecke und Landau in dieser Richtung erreicht haben und auch neuerdings Littlewood erzielt hat (Proc. London **27**). Aber ohne ähnliche Annahme weiss man im allgemeinen bloss

$$1 \leqq h \leqq c\sqrt{k}\log k\,.$$

Je mehr ich darüber nachdenke, desto mehr wundere ich mich, dass man nicht einmal beweisen kann:

$$h \to \infty \quad \text{für} \quad k \to \infty\,.$$

Zweitens die Majorante der Dedekindschen Zetafunktion. Ist K ein algebraischer Zahlkörper k–ten Grades, so gilt bekanntlich

$$\zeta_K(s) < \big(\zeta(s)\big)^k \qquad (s > 1)\,.$$

Landau hat diese Ungleichung oft geschickt und erfolgreich gebraucht (Göttinger Nachrichten, 1918; Math. Annalen **79**). Nun denke ich mir, man kann sicherlich dies verschärfen und einige Ergebnisse Landaus verbessern. Aber es gelingt mir nicht!

Ich beeile mich mit diesem Schreiben deshalb, weil ich Sie rechtzeitig herzlichst zu Weihnachten zu grüssen wünsche! Indem Ich auch Ihre Frau Gemahlin bestens grüsse, verbleibe ich immer

Ihr ergebener

Z. Suetuna.

Bitte sagen Sie mal Moriya, dass wir seiner gedenken!

1.27 29.01.1932, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 29. Januar 1932.

Lieber Herr Professor!

Am letzten Freitag (den 22. d. M.) habe ich in unserem Seminar ungefähr eine Stunde vorgetragen über Ihre neueren Ergebnisse in dem Gebiet, wo die Zahlentheorie und die moderne Algebra einander Hand reichen. Es hat uns alle wirklich sehr gefreut. Am Ende der Sitzung sagte Takagi zwar zum ersten Mal, seit wir das Seminar anfingen, es war *sehr* interessant! Nun möchte ich an Sie einige Fragen und Bitte richten. Es wird mich sehr freuen, wenn ich von Ihnen Antwort erhalten könnte.

1. In Ihrer Arbeit, Theorie der zyklischen Algebren über einem algebraischen Zahlkörper, haben Sie mit Bleistift hinzugefügt, kürzlich bewiesen ist, dass jede normale Divisionsalgebra zyklisch ist. Wie kann man diesen schönen Satz beweisen? Dürfen wir wenigstens in grossen Zügen erfahren, wie es geht? Kann man auch die notwendige und hinreichende Bedingung dafür angeben, das eine zyklische Algebra nullteilerfrei sei?

2. Was Sie am Ende Ihres letzten Briefes über den Isomorphiesatz der neuen Klassenkörpertheorie sagen, ist schwer zu verstehen. Wieso kommt das verschränkte Produkt zum Isomorphiesatz?

3. Enthält die neue Klassenkörpertheorie die klassische? Auf welche Weise? In der klassischen Theorie kriegt man den Zerlegungssatz nur durch die Eigenschaften des Grundkörpers. Ich denke mir aber natürlich, wie Takagi selber, dass es wirklich erfreulich ist, dass man schon eine Form des Zerlegungsgesetzes allgemeiner galoisscher Körper gefunden hat!

Das demnächst zu erscheinende Heft von Japanese Journal of Mathematics enthält die Besprechung von Ihnen über unsere Gemeinsame Arbeit, Sie werden deshalb ein Stück davon in Empfang nehmen.

Zum Schluss sage ich Ihnen noch meinen besten Dank für die Zusendung Ihrer vielen Arbeiten aus. Nach Ihrem Wunsch habe ich alles richtig verteilt.

Mit herzlichen Grüssen bin ich immer

Ihr ergebener

Z. Suetuna

Die Zeitungen melden allerlei Schwierigkeiten in Europa. Ich hoffe nur herzlich, dass Sie darunter nicht zu viel leiden!

1.28 10.03.1932, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 10. März 1932.

Lieber Herr Professor!

Weil ich Sie mal unnötigerweise danach fragte, unter welcher Bedingung die zyklische Algebra eine Divisionsalgebra ist, so fühle ich mich nun verpflichtet, Ihnen mitzuteilen, dass ich schon Ihre schönen, ja wunderschönen Arbeiten:

Beweis eines Hauptsatzes in der Theorie der Algebren,

Theory of cyclic algebras over an algebraic number field,

gelesen habe. Wenn ich die Wahrheit sage, bin ich leider noch nicht so sehr von der modernen Algebra begeistert gewesen, obzwar ich die Leistungen deutscher Mathematiker in dieser Richtung recht hoch schätze. Ihre neueren Arbeiten haben mich erst so herzlich interessiert, dass wir auch hier in diese Richtung tiefer zu gehen wünschen.

Weil ich mir denke, dass Sie die amerikanische Arbeit nicht ganz genügend korrigieren konnten, so zähle ich bei dieser Gelegenheit die darin befindlichen Druckfehler auf. Hier brauche ich nur die Seiten und Zeilen anzugeben, nicht wahr?

1. S. 175, Formel (3.10) (richtig in der Göttinger Mitteilung). 2. S. 178, (6.3) (auch richtig in der Göttinger Mitteilung). 3. S. 185, Z. 3 v. o. 4. S. 187, Z. 1 v. u. 5. S. 190, Z. 1 v. o. 6. S. 191, Z. 3 v. o. 6. S. 193, Z. 9 v. u. 7. S. 195, Z. 16 v. o. 8. S. 199, Formel (15.4 1) und auch Z. 15 v. o. 9. S. 201, Formel (16.6 3). 10. S. 203, Formel (17.6). 11. S. 204, Formel (17.10), Formel (17.12) und auch Z. 3 v. u. 12. S. 205, Z. 9 v. o. (A°_Φ statt A°.)

Es wird mich herzlich freuen, wenn ich die Separata bald haben könnte!

Mit besten Grüssen bin ich immer

Ihr ergebener

Z. Suetuna

1.29 16.06.1934, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 16. Juni 1934

Sehr geehrter Herr Professor!

Die Zusendung Ihrer schönen Arbeiten freut mich immer herzlich. Haben Sie bitte dafür recht vielen Dank von mir! Das erneute 1. Band Ihrer Algebra (S. G.) habe ich auch schon mit Dank erhalten.

Wegen Brustfellentzündung verbrachte ich 10 Monate in der Klinik und im Sanatorium, nun aber bin ich wieder gesund und lese in diesem Semester zweistündig über Algebra für Anfangsstudenten. Ihren Beweis des Laplaceschen Entwicklungssatzes der Determinantentheorie finde ich so schön, den bringe ich immer gern, falls ich über Determinanten lese. Wird die ausführliche Mitteilung Ihrer Arbeit, „Beweis des Analogons der Riemannschen Vermutung u. s. w.“ schon bald erscheinen?

Die Theorie der quadratischen Zahlkörper interessiert mich noch immer am lebhaftesten. Es freut mich also, dass darüber mehrere Arbeiten aus Ihrem Kreise erscheinen. Es würde Sie vielleicht interessieren, wenn ich noch folgendes sage: das Beispiel von van der Waerden für die überall stetigen, nirgends differenzierbaren Funktionen

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \{10^n x\} 10^{-n},$$

wobei $\{x\}$ den Abstand von x zur benachbartesten ganzen Zahl bedeutet, ist, wenn man darin 10 durch 2 ersetzt, ein altes Beispiel von Takagi, das er vor 31 Jahren in einer hiesigen Zeitschrift veröffentlichte. *

Es würde mich sehr freuen, wenn Sie mal Herrn Reichardt von mir grüssen.

Mit vielen herzlichen Grüssen!

Stets Ihr erg. *Z. Suetuna*

∗. In Englisch!

1.30 08.03.1936, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 8. März 1936.

Lieber Herr Professor!

Wie geht es Ihnen? Herzlich grüsse ich Sie, der Sie nun so bemühen, das alte mathematische Institut Göttingens zu rekonstruieren!

Am 21. April des vorigen Jahres war Prof. Takagi voll 60 Jahre alt, so dass er, nach der allgemeinen Verabredung in unserer Universität, am Ende dieses Monats leider ausser Dienst sein wird. Später bei passender Gelegenheit wünschen wir also zum Andenken etwas anzufangen, was ich Ihnen rechtzeitig mitteilen werde. Ich hoffe nun herzlichst, dass Sie dabei gern teilnehmen wollen!

Ende des vorigen Jahres sandte ich Ihnen eine kleine Arbeit von mir zu: Zerlegung der Charaktere einer Gruppe in die ihres Normalteilers. Am Ende dieser Note schrieb ich, es muss schwierig sein, die Zahlen h und s genau zu charakterisieren. Es lässt sich aber leicht zeigen, dass $h = 1$ und $s = n$ ist. Damit kann man alle Arten der Abhängigkeit der L–Funktionen von K/k angeben, wenn k der Körper p–ten Grades (p prim), die Gruppe des zu k gehörigen galoisschen Körpers die volle lineare Gruppe mod p: $(z,\ az+b)$ mod p und ferner $p-1$ *quadratfrei* ist. Falls $p-1$ nicht quadratfrei ist, so scheint unsere Kenntnis über die Gruppencharaktere noch nicht auszureichen, *alle* Arten der Abhängigkeit zu bestimmen.

Mit vielen herzlichen Grüssen!

Stets Ihr

Z. Suetuna

1.31 30.03.1936, Hasse an Suetuna

30. 3. 36

Herrn Prof. Dr. Z. Suetuna

T o k y o
Imperial University
Departm. of Mathematics

Lieber Herr Suetuna,

ich habe mich sehr gefreut, wieder einmal von Ihnen zu hören. Ihre Arbeit über die L–Funktionen in einem kubischen Körper und die Zerlegung der Charaktere einer Gruppe nach einem Normalteiler habe ich mit Interesse gelesen, und es freut mich, daß Sie in der letzteren noch ein Stück weitergekommen sind. Wollen Sie mir nicht den Gefallen tun und einmal wieder eine Arbeit im Journal für reine und angewandte Mathematik veröffentlichen ? Es würde mich in der Tat sehr freuen. Die Drucklegung kann jetzt sehr schnell geschehen, und ich bin über jede Zusendung aus dem befreundeten Ausland froh.

Gern will ich mich an einer Ehrung von Prof. Takagi beteiligen, bitte lassen Sie mich nur rechtzeitig wissen, in welcher Form diese Beteiligung erfolgen soll, insbesondere, wenn es sich um eine wissenschaftliche Schrift handeln soll. Sie werden verstehen, daß man eine solche nicht von heute auf morgen aus dem Boden stampfen kann.

Mit vielen herzlichen Grüßen, auch an meine übrigen Bekannten dort,

stets Ihr

H. Hasse

1.32 23.04.1936, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 23. April 1936.

Lieber Herr Professor!

Ihre recht freundlichen Zeilen am 30. März haben mich sehr gefreut; haben Sie bitte dafür herzlichen Dank von mir! Weil aber sich meine Arbeit: Über die L–Funktionen in gewissen algebraischen Zahlkörpern, die das von Ihnen erwähnte Resultat enthält, für eine hiesige Zeitschrift im Druck befindet, um schon bald zu erscheinen, und weil es noch weiter gehen muss, so denke ich mir, es wäre besser, dass ich Sie erst später bitte, wenn sich noch Besseres ergibt, es in Ihrer alt–berühmten Zeitschrift veröffentlichen zu dürfen.

Wie Sie zur Ehrung von Hensel, so möchten auch wir zur Ehrung von Takagi mathematische Arbeiten, besonders die von namhaften Zahlentheoretikern, in einem Festband erscheinen lassen. Aber noch meint Takagi, es sei zu früh! Das Haupthindernis ist nun für uns das, dass es hier dafür keine richtige Zeitschrift gibt. The Journal of the Faculty of Science ist die Zeitschrift unserer Fakultät, nicht unseres Seminars und sie scheint in ihrer ziemlich langen Geschichte nie einen Festband herausgegeben zu haben. Ich weiss nicht, aus welchem Grunde! The Japanese J. of Mathematics ist eine der 12 Zeitschriften vom japanischen Unterrichtsministerium. Sie alle nehmen nur Arbeiten auf, die in Japan entstanden sind. Es ist nun leider hoffnungslos, dass dies Gesetz in wenigen Jahren anders würde. Denn die Zeiten sind jetzt so sehr schwer! The Tohoku Mathematical J. war bis vor kurzem beinahe eine Personalzeitschrift von Hayashi (Sendai), mit der Takagi gar keine Beziehung gehabt — vielleicht durch Meinungsverschiedenheiten! Jetzt nach dem Tode von Hayashi denken sich die meisten noch so, sie ist dafür keine richtige Zeitschrift. So fühle ich mich überall eng und beschränkt.

Aber wenigstens nach einigen Jahren muss es irgendwie geschehen.

Es freut mich herzlich, dass Sie sich daran gern beteiligen werden!

Mit vielen herzlichen Grüssen!

Stets Ihr erg.

Z. Suetuna

1.33 11.10.1936, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 11. Oktober 1936.

Lieber Herr Professor!

Die Korrektur meiner Arbeit, Abhängigkeit der L–Funktionen in gewissen algebraischen Zahlkörpern, sandte ich vor einigen Tagen an Dr. H. Rohrbach zurück. Haben Sie bitte meinen herzlichen Dank für Ihre freundlichen Verbesserungen im Text meines Manuskripts. Noch denke ich an dasselbe Problem in gewissen bekannten Zahlkörpern; das Problem scheint ja gelöst zu werden, wenn der Grundkörper ein biquadratischer Körper mit der symmetrischen Gruppe ist. Aber schwierig ist noch immer der Fall des Körpers 5–ten Grades mit der Ikosaedergruppe.

Vor paar Tagen habe ich von Ihnen mehrere Arbeiten ja mit recht vielen Dank in Empfang genommen. Die Theorie des Funktionenkörpers ist nun so schön und tief geworden, dass die Erscheinung einer zusammenfassenden Darstellung sehr wünschenswert ist. In meinem Kolloquium lesen einige Studenten gerade jetzt Ihre schöne und schwierige Arbeit, Normenresttheorie galoisscher Zahlkörper u. s. w., die in unserer Zeitschrift erschienen ist.

Mit herzlichen Grüssen!

Stets Ihr ergebener

Z. Suetuna

1.34 22.04.1937, Hasse an Suetuna

22. 4. 37

Herrn Prof. Dr. Suetuna

Mathem. Institute of the Imperial University of Tokio

T o k i o
Japan

Lieber Herr Suetuna,

vielen Dank für Ihren freundlichen Brief. Ich freue mich, daß Sie die Bearbeitung wenigstens eines Teils des Enzyklopädieartikels D 1 übernehmen wollen. Hoffentlich gelingt es uns, für die in der Tat nicht gerade sehr erfreuliche Theorie der Gitterpunkte und Teilerprobleme noch einen geeigneten Mitarbeiter zu finden. Ich möchte da den Plänen meines Mitherausgebers Herrn Hecke nicht vorgreifen und gehe daher von mir aus auf diese Frage heute nicht ein. Herr Hecke hat Ihnen inzwischen wohl schon geschrieben.

Daß Sie meine Arbeit über elliptische Funktionenkörper in Ihrem Kolloquium behandeln, freut mich sehr. Inzwischen hat die ganze Theorie wesentliche Fortschritte gemacht. Im übernächsten Crelle–Heft (Heft 3, Band **177**) wird eine große Arbeit von Deuring erscheinen, die einen wesentlichen Teil der Meromorphismentheorie auf den Fall beliebigen Geschlechts verallgemeinert. Und zwar wird in dieser Arbeit derjenige Teil der Meromorphismentheorie verallgemeinert, der sich auf die durch Meromorphismen gelieferten Homomorphismen der Divisorenklassengruppe bezieht. Diese Homomorphismen stellen sich in der Deuringschen Arbeit aber noch nicht als Auswirkungen von Meromorphismen dar. Es ist mir inzwischen im Anschluß an die Deuringsche Arbeit gelungen für einen algebraischen Funktionenkörper $K|k$ die Theorie der Meromorphismen des zugehörigen Körpers $\ell|k$ der Abelschen Funktionen zu entwickeln und die Deuringschen Homomorphismen — er nennt sie Korrespondenzen — als Auswirkungen von Meromorphismen des Körpers $\ell|k$ darzustellen. Der Körper $L|k$ ist dabei in folgender Weise erklärt:

Es sei $M|k$ der dem Typus nach eindeutig bestimmte algebraisch abgeschlossene Körper vom Transzendenzgrad g (der also entsteht, wenn man zu

k g algebraisch Unabhängige adjungiert und algebraisch abschließt).

Es seien ferner $S_1 \dots S_g$ Isomorphismen von $K|k$ auf algebraisch unabhängige Teilkörper $K_1|k, \dots, K_g|k$ von $M|k$. Dann bildet man das Kompositum $K_1 \dots K_g$. Dieser Körper besitzt eine symmetrische Gruppe der Ordnung g Fakultät von Automorphismen, entsprechend den g Fakultätvertauschungen der Komponentenkörper K_i. Es sei L der Invariantenkörper bei dieser Gruppe:

$$L = \{K_1, \dots, K_g\}$$

wobei die geschweifte Klammer ein Zeichen für die Bildung der symmetrischen Funktionen sei.

$L|k$ heißt der Körper der Abelschen Funktionen zu $K|k$, und der Erzeugungsprozeß durch bestimmte Isomorphismen $S_1, \dots, S_g$ eine Darstellung davon. Liefern andere Isomorphismen $S_1', \dots, S_g'$ in derselben Weise eine andere Darstellung $L'|k$, so kann es sein, daß $L' \leqq L$ ist. Dann liegt Meromorphismus von $L|k$ vor.

Um diese Meromorphismen in derselben Weise zu untersuchen wie im elliptischen Fall ($g = 1$), bilden wir den Körper $K\,L|L$, der dadurch entsteht, daß man den konstanten Körper k auf L erweitert, und entsprechend auch den Körper $K\,M|M$. Dieser kann kurz als der *allgemeine* ganze Divisor $g =$ten Grades von $K|k$ aufgefaßt werden.

Der Körper L erscheint dann als der Körper der symmetrischen Funktionen der *Koordinaten* $z_1, \dots, z_g$ dieses allgemeinen Divisors.

Ein Meromorphismus von L stellt sich dann so dar:

Es sind $z_1', \dots, z_g'$ algebraisch unabhängige Realisierungen des Multiplikationsschemas F in M derart, daß der aus ihnen gebildete Körper $L' = k\{z_1', \dots, z_g'\} \leqq k\{z_1, \dots, z_g\} = L$ ist.

Die Translationsautomorphismen von L erhält man folgendermaßen:

Man betrachte neben dem ganzen Divisor z von $K\,L|L$ noch einen ganzen Divisor g =ten Grades von $K|k$ und bestimme einen ganzen Divisor $g =$ten Grades z' durch die Äquivalenz

$$\frac{z}{o^g}\,\frac{g}{o^g} \sim \frac{z'}{o^g}$$

Man beweist dann leicht, daß z' eindeutig bestimmt ist (keine Ausnahmeklasse darstellt) und daß seine Koordinaten einen Körper vom Transzendenzgrad g erzeugen, daß also in der Tat ein Automorphismus von $L|k$

vorliegt. Ähnlich entspringen die Spiegelungsautomorphismen aus der Divisorenäquivalenz

$$\frac{z}{\mathfrak{o}^g}\,\frac{\overline{z}}{\mathfrak{o}^g} \sim 1 \qquad \text{im Körper} \quad K\,L|L\,.$$

Ich bin augenblicklich damit beschäftigt die Theorie der Meromorphismen von $L|k$ mit den Deuringschen Korrespondenzen des Körpers $K|k$ in Verbindung zu bringen.

Alles dies ist eine sehr mühselige Vorarbeit, die aber geleistet werden muß, wenn man die Riemannsche Vermutung für Funktionenkörper beliebigen Geschlechts g beweisen will.

Mit herzlichen Grüßen

Ihr sehr ergebener

H. Hasse

22. 4. 37

Es sei nun o ein beliebiger Primdivisor von $K|k$, x ein Element mit minimalem Nenner o^n, und $y_1, \dots, y_n$ eine Basis des Integritätsbereichs der von x ganz algebraisch abhängigen Elemente von $K|k$. Ich schreibe kurz

$$z = (x;\, y_1, \dots, y_n)$$

ferner

$$F(z) = 0$$

für das Multiplikationsschema

$$y_i y_j = \sum f_{ijv}(x) y_v \,.$$

Dann entsprechen die Primdivisoren $p \neq o$ von $K|k$ umkehrbar eindeutig den Realisierungen

$$c = (a;\, b_1, \dots, b_n)$$

von $F(c) = 0$ mit Körper k. Ebenso entsprechen die Primdivisoren von $K\,M|M$ umkehrbar eindeutig den Realisierungen des Multiplikationsschemas im Körper M. Einer Darstellung des Körpers der Abelschen Funktion durch Isomorphismen $S_1 \dots S_g$ entsprechen zunächst g algebraisch Unabhängige solchen Realisierungen.

$$z_1 = zS_1\,, \dots,\; z_g = zS_g$$

und damit wird dann:

$$\begin{array}{rcl} K_i & = & k(z_i) \\ K_1 \dots K_g & = & k(z_1, \dots, z_g) \\ I & = & \{K_1, \dots, K_g\} = k\{z_1, \dots, z_g\} \end{array}$$

Weiter entsprechen den Realisierungen $z_1 \dots z_g$ Primdivisoren $z_1 \dots z_g$ von $K\,M|M$ und damit ein ganzer Divisor $g =$ten Grades $z = z_1 \dots z_g$ von $K\,L|L$.

1.35 20.06.1937, Suetuna an Hasse, Postkarte

Postkarte 20. 6. '37.

Abs. Z. Suetuna
am mathematischen
Seminar der Kaiserl.
Universität, Tokyo,

Lieber Herr Professor!

Heute bin ich darauf aufmerksam geworden, dass die am Ende meiner letzten Arbeit „Abhängigkeit der L–Funktionen in gewissen algebraischen Zahlkörpern II“ erwähnte Tatsache schon in der ersten Arbeit Artins über seine L–Reihen gedruckt steht. Also beeile ich mich, Ihnen dies Versehen von mir mitzuteilen!

Um den Inhalt Ihres letzten schwierigen Briefes zu verstehen, hoffe ich das baldige Erscheinen von Arbeiten von Ihnen und andern.

Die Abfassung von D 1 Ihrer neuen Enzyklopädie habe ich nach vieler Überlegung übernommen. Ich lese nun alte und neue Literaturen in diesem Gebiet.

Mit herzlichen Grüßen!

Stets Ihr erg. Z. Suetuna

1.36 1?.10.1949, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 1+++. 10. '49.

Lieber Herr Professor Hasse!

Es hat mich heute herzlich gefreut, dass es mir endlich bekannt geworden ist, wo Sie nun wohnen. In den letzten Jahren sprechen wir uns immer, was Ihnen passiert ist. Nakayama teilte mir heute Ihre Adresse mit. Seit dem Krieg ist alles bei uns anders geworden; aber die Situationen sind in diesen Tagen verbessert. Glücklicherweise ist unsere Universität geblieben. Takagi ist schon 75 Jahre alt; er zeigt sich immer in der monatlichen Versammlung der Akademie. Vorgestern habe ich von Teubner die Mitteilung erhalten, dass mein Enzyklopädie–Manuskript glücklicherweise geblieben ist. Weil inzwischen 10 Jahre verflossen sind, muss ich trotz der Unfruchtbarkeit der Zeit einige Ergänzungen machen. Leider sind hier für uns nur die amerikanischen Zeitschriften zugänglich; alles andere kennen wir nur durch „Mathematical Reviews“. Deshalb wird jeder wenn auch noch so kleine Ratschlag von Ihnen mich herzlich freuen! Hierbei spreche ich meine allerherzlichste Bedauerung für das Hinscheiden des Herrn Prof. Heckes aus!

Mit besten Grüssen!

Ihr erg. Z. Suetuna

Gestern sandte ich Ihnen eine Arbeit von mir, und zwar nach Göttingen. Hoffentlich wird sie Sie erreichen. Z. S.

1.37 29.10.1949, Hasse an Suetuna

Berlin, den 29. 10. 1949

Lieber Herr Suetuna,

Es hat mich ausserordentlich gefreut, nach so langer Zeit wieder von Ihnen zu hören und zu sehen, dass es Ihnen gut geht. Wir haben hier sehr Schweres durchgemacht. Jetzt scheint das Schlimmste überwunden, obwohl die Verhältnisse hier in Berlin infolge der Uneinigkeit der Besatzungsmächte alles andere als erfreulich sind.

Dass Hecke 1946 einem inneren Leiden erlegen ist, werden Sie wohl gehört haben. Hilbert starb bereits während des Krieges, ebenso Hensel.

Ich habe eine an sich sehr schöne Position an der Universität und Akademie Berlin. Es ist hier vielleicht der grösste Kreis von Algebraikern und Zahlentheoretikern versammelt. Wir haben glänzende junge Leute, die wohl bald von sich hören lassen werden.

Mein Interesse hat in der letzten Zeit sich wieder rein–zahlentheoretischen Problemen zugewandt, nachdem ich die Jahre vor dem Kriege hindurch viel algebraische Funktionentheorie getrieben habe. Kürzlich erschien endlich mein bereits 1938 geschriebenes Buch über Zahlentheorie (Akademieverlag Berlin), in dem ich einen modernen Abriss der p–adik für Zahlkörper und auch Funktionenkörper gebe. Ein anderes mehr elementares Buch über Zahlentheorie, das im Wesentlichen den Inhalt meiner Universitätsvorlesungen darstellt, wird im nächsten Jahre in der Springerschen "Gelben Sammlung" erscheinen.

Leider hat man in den Nachkriegsjahren aus grossem Papiermangel immer nur ganz wenige Sonderdrucke von eigenen Arbeiten bekommen. Ich habe meine bereits restlos verschickt, kann Ihnen und anderen japanischen Kollegen also leider keine mehr schicken. In Zukunft werde ich aber daran wieder denken. Man erhält jetzt auch schon etwas mehr Sonderdrucke.

Wegen Ihres Enzyklopädieartikels hat wohl Prof. Deuring–Hamburg, der die Herausgabe des analytischen Teils von Hecke übernommen hat, mit Ihnen Fühlung genommen, so dass ich darüber nichts zu schreiben brauche.

Sehr würde ich mich freuen, wenn Sie mir gelegentlich eine Arbeit zur Veröffentlichung in Crelles Journal senden würden, das von nun an wieder regelmässig erscheinen wird. Wie ich im Verlage Springer hörte, sind gegenwärtig Bestrebungen im Gange, die Lieferung deutscher Literatur nach Japan wieder anzukurbeln, insbesondere auch des Zentralblatts, dass Referate wohl doch meistens besser und gründlicher sind als die der Reviews.

Im Mittelpunkt des Interesses unseres Berliner Arbeitskreises steht das Problem der Primzerlegung in allgemeinen galoisschen Zahlkörpern. In einer demnächst erscheinenden Crelle–Arbeit glaube ich dazu einen wichtigen Schritt getan zu haben. Daneben habe ich mich mit der Kennzeichnung metabelscher Körper gegebener Galoisgruppe durch invariante Bildungen in dem abelschen Zwischenkörper beschäftigt, und zwar habe ich die rein–gruppentheoretischen Invarianten der "Gruppenerweiterung" durch die klassenkörpertheoretischen Invarianten und auch durch die Invarianten der Kummer–Erzeugung in jenem Zwischenkörper ausgedrückt, in voller Allgemeinheit, was den Gruppentypus betrifft. Ich musste dazu eine ganz neue, von Bezug auf Basisdarstellung freie Theorie der Kummer–Erzeugung entwickeln, was mittels algebrentheoretischer Hilfsmittel gelang.

Meine ehrerbietigsten Empfehlungen an den greisen Prof. Takagi, und recht herzliche Grüsse an alle bekannten Kollegen in Ihrem Lande.

Feundschaftlichst Ihr

H. Hasse

1.38 15.12.1949, Suetuna an Hasse

The Mathematical Society of Japan
Faculty of Science
University of Tokyo
Tokyo, Japan

December 15, 1949

Prof. H. Hasse
(1) Berlin–Zehlendorf
Rotherstieg 3
Deutschland

Dear Professor H. Hasse

Dr. Teiji Takagi, Professor Emeritus of the University of Tokyo and Member of the Japan Academy, whose achievement in mathematics is well known as you know and acknowledge, will attain his 76–th birthday on April 21, 1951. As it is an old custom in Japan to celebrate when one reaches to an advanced age, especially the 77–th year of the birth of a distinguished personage, we have decided to commemorate the 77–th year of Dr. Takagi's birth and to dedicate to him our mathematical papers in a special volume of the Journal of the Mathematical Society of Japan in 1951. Hence we shall esteem it a great honour if you will kindly take part in our jubilation by contributing us one of your manuscripts by the end of the next year 1950. To our great regret we must say however that as general situations still unfavorable are prevailing in our country we are afraid this publication could not be a voluminous one. Under the circumstances of such we should be so much obliged if you send us not a long paper, not more than 15 pages printed. For your reference we would like to inform you that we are forwarding this same request to MM. E. Artin, C. Chevalley, A. Weil and H. Weyl.

Your kind consideration and approval of this matter would be highly appreciated by us the Jubilation Committee.

With warmest regards

Yours very sincerely

Z. Suetuna

Prof. Z. Suetuna, Chair–man
of the Jubilation Committee

Members of the Jubilation Committee:

Y. Akizuki	(Kyoto)	M. Hukuhara	(Tokyo)
S. Iyanaga	(Tokyo)	M. Kondo	(Hukuoka)
T. Kubota	(Sendai)	K. Kunugi	(Osaka)
S. Kuroda	(Nagoya)	M. Moriya	(Sapporo)
T. Nakayama	(Nagoya)	K. Shoda	(Osaka)
Z. Suetuna	(Tokyo)	M. Sugawara	(Tokyo)
T. Tannaka	(Sendai)	K. Yano	(Tokyo)

1.39 16.01.1950, Hasse an Suetuna

(1) Berlin–Zehlendorf, den 16. Januar 1950
Rotherstieg 3

Sehr verehrter Herr Kollege Suetuna,

Haben Sie besten Dank für Ihren freundlichen Brief vom 15. Dezember v. J.* Ich erhielt die gleiche Aufforderung auch schon in einem Briefe von Herrn Nakayama. In letzter Zeit hatte ich eine ganze Reihe solcher Aufforderungen (Artins 50. Geburtstag, Erh. Schmidts 75. Geburtstag, 250–jähriges Jubiläum unserer Akademie) und musste ausserdem zu dem in diesen Tagen erscheinenden ersten Nachkriegsband von Crelles Journal beisteuern, der möglichst repräsentativ ausgestaltet werden sollte. So habe ich im Augenblick nichts, was ich Ihnen anbieten könnte. Es tut mir das wirklich sehr leid, denn Sie wissen, wie hoch ich den Altmeister der Klassenkörpertheorie, Herrn Takagi, schätze. Ich will Ihnen aber gerne versprechen, dass, wenn ich im Laufe des Jahres eine Arbeit zustande bringe, die für diesen Zweck geeignet ist, ich sie Ihnen für Ihren Festband zur Verfügung stellen werde. Bitte seien Sie so gut, dies auch Herrn Nakayama in vorläufiger Antwort auf seinen Brief mitzuteilen. Er hat mir im übrigen sehr interessante mathematische Mitteilungen gemacht, die im Zusammenhang mit einigen meiner neueren Arbeiten stehen. Ich muss diese Mitteilungen erst genauer studieren, ehe ich ihm darauf antworten kann. Im Augenblick ist meine Zeit durch sehr viele dringliche Arbeiten, die laufenden Semesterverpflichtungen, und leider auch durch nicht geringe Sorgen ganz ausgefüllt.

Ich darf Sie freundlichst bitten, Herrn Takagi meine besten Grüsse zu sagen. Seien auch Sie selbst herzlichst gegrüsst

von Ihrem

H. Hasse

1.40 28.06.1950, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 28. Juni, 1950

Lieber Herr Professor Hasse!

Mit vielen herzlichem Dank habe ich Ihre 5 wichtige Arbeiten in Empfang genommen. Besonders interessiert mich Ihre Arbeit über Klassenzahl! Nun bitte ich Sie wieder herzlich, eine wenn auch noch so kurze Arbeit für den Takagi–Festband des Journals of the Math. Soc. of Japan zu senden! Seit dem Ende des vorigen Jahres habe ich mich bemüht, die Literaturen bezüglich des Enzyklopädieartikels: Spezielle Dirichletreihen und ihre Anwendungen, zu besichtigen. Seit dem Kriege erschienen ziemlich viele Arbeiten über die Verteilung der Primzahlen im rationalen Zahlkörper, und leider sind viele daran, insbesondere russische Arbeiten, mir unzugänglich. Wir kennen hier viele Arbeiten nur durch Mathematical Reviews. Deshalb muss ich leider Ihnen mitteilen, dass die mir aufgegebene ehrenvolle Arbeit in den heutigen ungünstigen Umständen in Japan unmöglich sei. Vermutlich werde ich an dem Internationalen Mathematiker–Kongress in Camb., Mass. teilnehmen; aber ich muss bald zurück kommen, sodass ich, wenn Herr Deuring auch da ist, über diese Umstände zu sprechen beabsichtige. (Könnte ich Sie auch da sehen, dann würde meine Freude da gewiss viel mal so gross sein!)

Indem ich unsere alte wissenschaftliche Kommunikation trotz der schweren Weltsituationen noch lange zu dauern wünsche, verbleibe ich immer

Ihr erg. Z. Suetuna

Um gewöhnliche Analysis als Mathematik von inhaltlicher Bedeutung zu begründen, beabsichtige ich seit Jahren einen neuen Weg zwischen Formalismus und Intuitionismus zu bahnen, wovon ich Ihnen unterdessen etwas genauer mitzuteilen wünsche!

1.41 16.07.1950, Hasse an Suetuna

Berlin, 16. 7. 1950

Lieber Herr Suetuna,

Mit bestem Dank bestätige ich den Erhalt Ihres freundlichen Briefes vom 28. Juni*. Es hat mich sehr gefreut, wieder von Ihnen zu hören.

Was einen Beitrag zum Takagi–Festband betrifft, so will ich versuchen, Anfang der Ferien, wenn meine ungeheure Arbeitslast etwas nachlässt, eine Kleinigkeit zu schreiben. Leider habe ich aber gar nichts irgendwie Bedeutendes; es kann sich nur um eine kleine Ergänzung zur Geschlechtertheorie handeln, die mehr durch die Art der Darstellung als durch den Inhalt neu ist. Ich hoffe im Laufe des Monats August zur Niederschrift zu kommen und würde Ihnen dann das Ms. durch Luftpost zusenden. Die Korrekturen könnten Sie, wenn es nicht anders geht, dann ja dort lesen.

Zu dem Kongress in USA kann ich leider nicht kommen. Ich habe erst gar keinen Versuch unternommen, weil ich nach den Erfahrungen anderer (z. B. von Kneser und Walther) weiss, dass die Konsularbehörde mir die Einreiseerlaubnis nicht erteilen würde (Wegen meiner früheren Anwärterschaft in der NSDAP). Ich kann aus diesem Grunde auch den Kongress nicht als einen wahrhaft internationalen anerkennen; denn an einem solchen sollte ja die Teilnahme jedem offenstehen.

Es tut mir leid zu hören, dass Sie solche grundsätzlichen Schwierigkeiten mit der endgültigen Fertigstellung des Enzyklopädieartikels haben. Ich möchte aber recht ungern deshalb einen anderen Verfasser wählen. Darf ich Sie fragen, ob Ihr Ms. nur noch kleinerer Ergänzungen bedarf, oder ob eine völlige Neubearbeitung nötig ist. Im ersteren Falle wäre es ja nicht schlimm, wenn die Ergänzungen hier von jemand Geeignetem vorgenommen würden, dessen Mitwirkung dann im Titel neben Ihrem Namen anzugeben wäre. Im letzteren Falle dagegen würde ich vorschlagen, noch ein wenig abzuwarten. Die Verhältnisse in Japan müssen doch nun allmählich wieder besser werden. Vielleicht sehen die Dinge in einem Jahre schon ganz anders aus. Sollten Sie

Herrn Deuring in USA sehen — ich weiss nicht ob er fährt — so besprechen Sie doch bitte die Sache in diesem Sinne mit ihm.

Ich werde mich immer freuen, von Ihnen zu hören, insbesondere auch über Ihre neuen Gedanken über Formalismus und Intuitionismus.

Mit herzlichen Grüssen freundschaftlichst Ihr

H. Hasse

1.42 03.10.1950, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 3. Okt. 1950.

Lieber Herr Hasse!

Haben Sie bitte meinen herzlichsten Dank für Ihr schönes Manuskript für den Takagi–Festband und Ihr freundliches Schreiben am 14. Aug.

Um an dem Mathematiker–Kongress zu Camb., Mass., U. S. A., teilzunehmen, reiste ich am 23. Aug. mit Flugzeug ab und bin erst gestern mit Schiff via Honolulu zurückgekommen. Während des Kongresses habe ich erfahren, dass Sie nach Hamburg berufen sind; und nun freue ich mich sehr darüber, dass Sie am 1. Okt. die Heckesche Stelle in Hamburg antreten. Für den Takagi–Festband sandte A. Weil schon seinen Beitrag. R. Brauer und Chevalley versprechen, sicherlich ein Manuskript uns zu senden. Artin sagt freundlich: ich werde auch versuchen. Weil ich nun leider in der Zahlentheorie nichts besonders zu schreiben habe, so beabsichtige ich bei dieser Gelegenheit meine Meinung über die Grundlagen der Mathematik kurz zu schreiben, was hoffentlich Sie interessieren wird.

Betreffs der neuen Enzyklopädie d. Math. Wiss. bedaure ich sehr, dass ich mich beim Kongress mit Deuring nicht treffen konnte. Ich hoffe nun, nach einiger Zeit bei reiflicher Überlegung mit Ihnen hierüber wieder zu sprechen.

Indem ich Ihnen zu der neuen Stelle herzlichst gratuliere, verbleibe ich immer mit besten Grüssen

Ihr erg.

Z. Suetuna [1]

1. Vermerk von Hasse: »Beantw. 22. 10. 50 +++«

1.43 19.11.1950, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 19. Nov. 1950.

Lieber Herr Hasse!

Haben Sie bitte meinen herzlichen Dank für die Zusendung Ihres neuen Buches „Vorlesungen über Zahlentheorie“. Das Lesen dieses Buches ist mir wirklich eine grosse Freude gewesen. Wunderschön ist ja die neue Form der Darstellungen mit vielen interessanten Materialien. Sie sagen, dass dies eine nur geringfügig erweiterte Wiedergabe einer zweisemestrigen Kursusvorlesung von mehr einführendem Charakter ist. Ich weiss leider nicht genau Bescheid, welcher Teil die Erweiterung sei. Doch gewiss muss es sein: die zweite Hälfte des §18 und beinahe das ganze des §20; trifft meine Vermutung richtig zu? Schon lange her interessiere ich mich für die Klassenzahlen quadratischer Zahlkörper und auch die Gaussschen Summen. Aber erst durch Ihre Auseinandersetzung habe ich die schöne Kummersche Vermutung wohl kennen gelernt.

Meine Besprechung, derer Manuskript schon fertig ist, wird in dem im kommenden Februar zu erscheinenden, japanischen Beiheft des „Journals of the Mathematical Society of Japan“ veröffentlicht werden. Ein Heft davon werde ich Ihnen natürlich zusenden. Wann wird die Monographie von Ihnen „Über die Klassenzahl abelscher Zahlkörper“ erscheinen?

Mit vielen besten Dank und Grüssen bin ich stets

Ihr erg.

Z. Suetuna

1.44 28.11.1950, Hasse an Suetuna

28. November 1950

Prof. Dr. H. Hasse
Ahrensburg b. Hamburg
Hamburgerstr. 43

Luftpost!

Lieber Herr Suetuna,

besten Dank für Ihren freundlichen Brief vom 19. 11*. Es freut mich, dass Sie an meinen "Vorlesungen über Zahlentheorie" Gefallen gefunden haben. Ich danke Ihnen sehr für die angekündigte Besprechung, die mich natürlich sehr interessieren wird. Ich habe den wesentlichen Inhalt des Buches in meinen Vorlesungen behandelt. Was nicht in den Vorlesungen dran kam, wurde in Seminaren gemacht so z. B., wie Sie richtig vermuten, die zweite Hälfte des §18 und der ganze §20.

Mit besten Grüssen

Ihr

H. Hasse

1.45 08.05.1951, Hasse an Suetuna

8. Mai 1951

Prof. Dr. H. Hasse
Ahrensburg b. Hamburg
Hamburgerstr. 43

Lieber Herr Suetuna,

beiliegend gebe ich ein Gratulationsschreiben der Hamburger Mathematiker zu Takagis Jubiläumsgeburtstag in Ihre Hand.

Mit herzlichen Grüssen

Ihr

H. Hasse

– Anlage –

1.46 19.09.1951, Hasse an Suetuna

19. September 1951

Prof. Dr. H. Hasse
Ahrensburg b. Hamburg
Hamburgerstr. 43

Lieber Herr Suetuna,

der Springer–Verlag hat mir die beiliegende Photokopie einer japanischen Besprechung meiner Vorlesungen über Zahlentheorie zugesandt. Ich wäre Ihnen ausserordentlich dankbar, wenn Sie mir diese Besprechung übersetzen oder durch einen Ihrer Assistenten in eine europäische Sprache übersetzen lassen könnten. Ich wüsste auch gern, wer der Verfasser ist und in welcher Zeitschrift die Besprechung erschienen ist. Für Ihre Bemühungen sage ich Ihnen im voraus meinen herzlichsten Dank.

Mit freundlichen Grüssen

Ihr sehr ergebener

H. Hasse

– Anlage –

1.47 06.11.1951, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 6. Nov. 1951.

Lieber Herr Hasse!

Ihnen sandte ich zu am 5. Sept. die Takagi Commemoration Number des J. Math. Soc. Japan und am 26. Sept. 100 Separata Ihrer darin erschienenen Arbeit. Ich hoffe, dass Sie beide schon wohlbehalten in Empfang nahmen. Ich danke Ihnen nun nochmals herzlich für Ihre Zusendung Ihrer eleganten Arbeit für die Takagi Commemoration Number! Nun bitte ich Sie um Verzeihung dafür, dass sich das Erscheinen um 3 Monate verspätete.

Heute habe ich Ihren Brief am 19. Sept.* erhalten und es verwunderte mich sehr, dass ich darin *meine* Besprechung Ihrer Vorlesungen über Zahlentheorie fand. Ich hätte es damals Ihnen ganz deutlich sagen sollen! Die Zeitschrift ist das japanische Beiheft des J. Math. Soc. Japan „Sugaku“(...) [1] (Mathematik), Bd. 3, Heft 1. Wenn Sie trotzdem die japanischen Zeilen entziffern wollen, so werde ich Ihnen eine deutsche Übersetzung zuschicken.

Indem ich Ihnen noch mitteile, dass Ihre freundlichen Grüsse an Takagi ihn sehr gefreut haben, verbleibe ich stets

Ihr erg.

Z. Suetuna

1. Japanische Schriftzeichen

1.48 07.12.1951, Hasse an Suetuna

den 7. Dezember 1951

Lieber Herr Suetuna,

recht herzlichen Dank für Ihren freundlichen Luftpostbrief vom 6. 11.* Ich habe inzwischen den Takagi–Festband und auch die Separata meiner Arbeit daraus richtig erhalten und möchte Ihnen noch einmal herzlich für die Zusendung danken. Der Festband enthält ja wirklich recht interessante Arbeiten ganz besonders die an die Spitze gestellte von Andre Weil. Wir wollen sie hier in unserem Arbeitskreis einem ganz genauen Studium unterziehen.

Es war sehr liebenswürdig von Ihnen, dass Sie meinen Vorlesungen über Zahlentheorie einer Besprechung im Beiheft des Journals der Mathematischen Gesellschaft von Japan gewürdigt haben. Nun, da ich weiss, dass Sie der Autor sind, ist mein Wunsch, die Besprechung verstehen zu können, nur noch grösser geworden. Ich wäre Ihnen sehr dankbar, wenn Sie mir diesen Wunsch noch erfüllen könnten.

Wie ich höre, beabsichtigt die Redaktion des Zentralblatts für Mathematik nunmehr, wo das wieder möglich ist, auch die japanischen Mathematiker um Mitarbeit beim Referieren zu bitten. Wir haben die Frage diskutiert, ob wir die frühere Mitherausgeberschaft von Takagi wieder aufleben lassen sollen. Das ist 1947 nur deshalb nicht geschehen, weil es damals noch nicht möglich war, sein Einverständnis auf brieflichem Wege einzuholen. Würden Sie es für angebracht halten, dass wir das jetzt nachholen oder haben Sie den Eindruck, dass man lieber einen etwas jüngeren japanischen Mathematiker zum Mitherausgeber machen soll. Das müsste natürlich einer der führenden japanischen Mathematiker sein, dessen Name dem Zentralblatt möglichst viel Glanz verleihen soll. Ich wäre Ihnen für Ihre Beratung in dieser Angelegenheit sehr dankbar. Betrachten Sie bitte diese meine Anfrage noch als inoffiziell. Offiziell liegt die Angelegenheit in der Hand des geschäftsführenden Herausgebers Prof. H. L. Schmid. Auch für eine höchst umfangreiche Liste von japanischen Mathematikern, die für das Referieren in Frage kämen mit kurzer stichwortartiger Angabe des Interessengebietes wäre ich Ihnen sehr dankbar.

Mit herzlichen Grüssen

Ihr

H. Hasse

1.49 23.01.1952, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 23. 1. 1952.

Lieber Herr Hasse ! [1]

Haben Sie bitte meinen besten Dank für Ihre freundlichen Zeilen am 7. Dez. 1951*. Nun beabsichtige ich, die japanische Übersetzung meiner Besprechung Ihrer „Vorlesungen über Zahlentheorie“ bis Mitte März fertig zu stellen.

Als ein japanisches Mitglied der Herausgeberschaft des „Zentralblattes“ ist Takagi, denke ich mir, natürlich der beste. Bei dieser Gelegenheit aber teile ich Ihnen mit, dass er seit Feb. des vorigen Jahres wegen einer Krankheit am rechten Beine fast alle Tage zu hause bleibt. Er zeigt sich auch ganz selten bei der monatlichen Versammlung der Japanischen Akademie.

Ihr erg.
Z. Suetuna

Für das Referieren etwa folgende [2]

Aus Tokyo: S. Iyanaga (seit Juli) (Arith. u. Alg.), M. Hukuhara (seit Juli) (Analysis), K. Iwasawa (Alg. u. Top.), K. Yano (Geom.), T. Tamagawa (Alg.), M. Sugawara (Arith. u. Alg.), Y. Kawada (Arith., Alg. u. Top.), Y. Komatu (Anal.), K. Morita (Top.), M. Goto (Top.), S. +++ (Anal.)

Aus Nagoya: S. Kuroda (Arith.), K. Noshiro (Analy.), K. Yosida (Anal. u. Top.), T. Nakayama (Alg.), K. Ito (Wahrsch.)

Aus Osaka: K. Shoda (Alg.), M. Nagumo (Analy.), K. Kunugi (Anal.), H. Tarasaka (Top.), K. Asano (Alg.), A. Komatu (Top.)

Aus Sendai: T. Tannaka (Arith. u. Alg.), Sasaki (Geom.)*

1. Randnotiz in anderer Handschrift: »an Springer Hdbg. geschr. 8. 2. 52«
2. Die Namen in der Liste sind nicht immer zweifelsfrei zu entziffern.

1.50 31.03.1952, Hasse an Suetuna

31. März 1952

Lieber Herr Suetuna,

ich danke Ihnen recht herzlich für die Übersetzung Ihrer Besprechung meiner Zahlentheorie, vor allem aber für die so sehr freundlichen Worte, die Sie bei dieser ausserordentlich gründlichen und eingehenden Besprechung gefunden haben.

Ihre Hilfe bei der Gewinnung japanischer Referenten für das Zentralblatt war uns äusserst wertvoll. Prof. H. L. Schmid wird sich deswegen mit Ihnen wohl schon in nähere Verbindung gesetzt haben.

Mit recht herzlichen Grüssen

Ihr sehr ergebener

H. Hasse

1.51 09.10.1953, Suetuna an Hasse

Tokyo, 9. Okt. 1953.

Lieber Herr Professor Hasse!

Am Anfang Juni habe ich vom Verlag für angewandte Wissenschaften (Wiesbaden) Ihr neues Buch „Mathematik als Wissenschaft, Kunst und Macht“ in Empfang genommen. Dies Buch, das Ihre eigenen Bekenntnisse sein soll, hat mich äusserst interessiert, und ich habe meine Besprechung darüber an das japanische Beiheft des „Journals of the Mathematical Society of Japan“ zugeschickt. Man hat mir neulich mitgeteilt, dass die erste Korrektur dieses Manuskripts schon bald erscheinen wird. Das Heft, worin diese meine Besprechung steht, wird Ihnen natürlich zugeschickt werden.

Mit vielen herzlichen Grüssen bin ich stets

Ihr erg. Z. Suetuna.

1.52 07.04.1954, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 7. April 1954.

Lieber Herr Hasse![1]

Wie geht es Ihnen in diesen Tagen? Das japanische Beiheft des Journals of the Mathematical Society of Japan, in welchem meine Besprechung über Ihr interessantes Büchlein „Mathematik als Wissenschaft, Kunst und Macht" gedruckt steht, ist Dezember letzten Jahres erschienen. Ich sandte damals sofort ein Exemplar an Sie und zwei an den Verlag für Angewandte Wissenschaften, Wiesbaden, zu. Hoffentlich haben Sie es schon in Empfang genommen. Weil Herr Kuroda am Ende dieses Monats abreist, würden Sie, wenn Sie wollen, den Inhalt meiner Besprechung von ihm erfahren. Er, der er ein Schwiegersohn Takagis ist, dankt Ihnen herzlich für Ihre Freundlichkeit bezüglich seines Aufenthaltes bei Ihnen. Leider zeigt sich Takagi, wegen seiner Krankheit am rechten Bein, sehr selten +++ch in der monatlichen Versammlung unserer Akademie. Kuroda wird Ihnen ausführlich erzählen.

Mit herzlichen Grüssen bin ich stets

Ihr erg.

Z. Suetuna

1. Notiz von Hasse: »Kuroda um Übersetzung bitten«

1.53 22.06.1954, Hasse an Suetuna

22. Juni 1954

Lieber Herr Suetuna,

ich danke Ihnen sehr herzlich für Ihren freundlichen Brief vom 7.4.* Ich antworte erst heute, weil ich zunächst die Übersetzung Ihrer Besprechung meiner kleinen Schrift in deutscher Sprache kennen lernen wollte. Das hat mir nun inzwischen Herr Kuroda ermöglicht. Haben Sie sehr herzlichen Dank für Ihre so freundlichen und anerkennenden Worte. Herr Kuroda ist uns hier ein sehr willkommener Gast. Er hält eine Vorlesung über moderne Klassenkörpertheorie, in der er uns erzählt, welche Fortschritte vor allen Dingen durch die Kohomologie–Theorie in den letzten Jahren erreicht worden sind. Natürlich ist es für ihn zunächst recht schwer, mit der deutschen Sprache zurecht zu kommen. Wir geben uns alle Mühe, ihm in dieser Hinsicht zu helfen, damit er bald solche Schwierigkeiten nicht mehr hat.

Darf ich Sie wohl bitten, Herrn Takagi meine ergebensten Grüsse zu bestellen. Es tut mir sehr leid, dass er solche Beschwerden am Bein hat und dadurch nicht mehr in die Akademie kommen kann.

Ich halte in diesem Semester eine kleine Vorlesung für Hörer aller Fakultäten über Proben mathematischer Forschung. Diese soll auch im Druck erscheinen vor allen Dingen im Interesse unserer jungen Gymnasiallehrer, die gerade solche Themen in den oberen Schulklassen behandeln.

Mit herzlichen Grüssen

Ihr freundschaftlich ergebener

H. Hasse

1.54 20.10.1955, Hasse an Suetuna

20. Oktober 1955

Lieber Herr Suetuna,

es war sehr nett von Ihnen, mir zusammen mit Artin und dann zusammen mit Deuring Grüsse zu schicken und mir gute Wünsche für meine Gesundheit auszusprechen. Im Hinblick auf das, was vorangegangen war, haben mir diese Wünsche, die im übrigen die einzigen Lebenszeichen von dem dortigen Kolloquium geblieben sind, ganz besonders wohl getan. Wie Sie gehört haben, bin ich in der Zwischenzeit sehr schwer krank gewesen, und ich kann von Glück sagen, dass ich den schweren Herzanfall gut überstanden habe.

Mit den allerbesten Grüssen

freundschaftlichst

Ihr

H. Hasse

1.55 26.06.1956, Hasse an Suetuna

26. Juni 1956

Lieber Herr Suetuna,

ich möchte mich sehr herzlich für die Zusendung der Annalen der Japanischen Gesellschaft für die Philosophie der mathematischen Wissenschaften bedanken. Ich habe in diesem Heftchen nicht nur mit Interesse Ihren Aufsatz zum Begriff der Totalität in der Mathematik gelesen, sondern auch den einleitenden Aufsatz von Shimomura sowie den Schlussaufsatz von Nagai. Ich war erstaunt zu sehen, zu welcher Höhe philosophisches Denken nach europäischem Muster in Ihrem Lande emporgewachsen ist. Insbesondere scheint mir Ihr philosophischer Meister Nishida doch sehr fruchtbare Ideen gehabt zu haben. Es gibt ja Mathematiker, die alle solche Spekulationen ablehnen und sich nur auf das reine Spiel mit Formeln und Syllogismen beschränken. Wie Sie bin aber auch ich der Überzeugung, dass unsere Wissenschaft einen tieferen, realeren Wahrheitsgehalt hat und dass es Aufgabe der Philosophie ist, diese nur gefühlsmässige Einstellung zu rechtfertigen.

Indem ich mich für die Zusendung des Heftes sehr h[erzlich] [be]danke, bin ich

Mit freundlichen Grüssen

Ihr

H. Hasse

1.56 01.03.1960, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 1. März, 1960

Lieber Herr Hasse:

Heute muss ich Ihnen eine traurige Nachricht mitteilen, dass unser Professor T. Takagi am 28. Feb. (um 14:50) ganz sanft ewig geschlafen hat. Seine Krankheit scheint Gehirnschlag zu sein. Die Begräbnisfeier wird übermorgen stattfinden.

Es wird mich herzlich freuen, wenn Sie u. a. Herrn Artin hiermit bekannt machen, obzwar wir diese traurige Nachricht auch an ausländische Bekannten Takagis bald zusenden werden.

Mit vielen herzlichen Grüssen bin ich stets Ihr ergebener

Z. Suetuna

1.57 08.03.1960, Hasse an Suetuna

8. März 1960

Lieber Herr Suetuna,

mit grosser Betrübnis habe ich Ihre Nachricht* vom Ableben des grossen japanischen Mathematikers T. Takagi erhalten. Sie wissen, welch hohes Ansehen der Verstorbene in Deutschland und insbesondere bei unserer zahlentheoretischen Schule geniesst, und Sie dürfen überzeugt sein, dass sein Name nicht nur in unserer, sondern auch in den folgenden Generationen fortleben wird. War er es doch, der zuerst eine vollständige gedanklich einfache und methodisch und systematisch befriedigende Darstellung der Klassenkörpertheorie und der höheren Reziprozitätsgesetze gegeben hat. Ein Bild von ihm in Postkartenformat, das ich mir vor dem Krieg erbat, hängt seitdem meinem Schreibtisch gegenüber. Sollte es Ihnen möglich sein, ein etwas grösseres Bild für unser Seminar zur Verfügung zu stellen, so wären wir Ihnen dafür von Herzen dankbar.

Herrn Artin habe ich die Trauernachricht leider noch nicht mitteilen können, da er zur Zeit verreist ist. Aber Herrn Witt konnte ich verständigen, und er war wie ich davon aufs tiefste betroffen. Ein Trost war uns Ihre Mitteilung, dass er ganz sanft eingeschlafen ist.

Mit herzlichen Grüssen

freundschaftlichst

Ihr

H. Hasse

1.58 29.12.1962, Suetuna an Hasse

Tokyo, 29. Dez. 1962

Lieber Herr Hasse!

Heute teilte mir Dr. Honda[1] mit, dass Herr Prof. Artin vor kurzem leider hingeschieden ist. Ich spreche Ihnen hiermit nun darum mein herzlichstes Betrauern aus.

Nach dem grossen Krieg habe ich Herrn Artin zweimal gesehen: einmal beim Mathematiker–Kongress in Harvard 1950 und andermal beim Symposium in Tokyo–Nikko 1955. Er sah noch so jung und gesund aus, dass die heutige Trauernachricht für mich kaum zu glauben ist.

Wie geht es nun Ihrer Frau Gemahlin? Wir würden uns herzlich freuen, wenn wir Sie im Frühjahr hier in Tokyo sehen könnten.

Mit vielen besten Grüssen bin ich stets

Ihr erg.

Z. Suetuna

1. Name schwer zu entziffern

1.59 08.01.1963, Hasse an Suetuna

Prof. Dr. H. Hasse

Herrn Prof. Dr. Z. Suetuna
307 Izumi–cho, Suginami–ku
Tokyo

8. Januar 1963 [1]

Lieber Herr Suetuna,

haben Sie herzlichen Dank für den Ausdruck Ihres Beileids zum Tode Prof. Artins. Sie können sich wohl denken, welch ein schwerer Schlag das für uns alle hier gewesen ist und daß in [unser] Seminar eine unersetzliche Lücke geschlagen wurde.

Wie ich im Dezember bereits an Herrn Shoda schrieb, ist der Gesundheitszustand meiner Frau doch noch nicht derartig gefestigt, daß ich es verantworten könnte, sie auf längere Zeit in einem so fernen Land zu verlassen. Ich muß daher, so schmerzlich das auch für Sie wie übrigens auch für mich sein mag, meinen für das Frühjahr 1963 geplanten Besuch bei Ihnen erneut zurückstellen.

Mit herzlichen Grüßen

freundschaftlichst

H. Hasse

1. Hasse hatte seinen Brief versehentlich auf den 8.1.1962 datiert.

1.60 15.06.1967, Suetuna an Hasse

Tokyo, 15. Juni, 1967

Lieber Herr Hasse: [1]

Hoffentlich sind Sie heute, am 15. Juni, planmässig von Ihrer Reise nach Hamburg zurückgekommen.

Ihr Besuch hat mich und auch meine Frau herzlich gefreut. Leider war Ihr Aufenthalt in Tokyo zu kurz.

Hiermit sende ich Ihnen die Bilder, welche am 6. Juni in meinem Hause aufgenommen wurden. Sicherlich werden die Photographien, glaube ich, auch Ihre Gattin interessieren.

Indem ich herzlich hoffe, dass wir uns irgendwo mal wiedersehen werden, verbleibe ich mit besten Grüssen stets

Ihr erg.

Z. Suetuna

2–35–3, Izumi, Suginami–ku, Tokyo

1. Randnotiz von Hasse: »Hakuin–Buch
Tuch
Fächer«

1.61 25.06.1967, Hasse an Suetuna

Ahrensburg, 25. 6. 1967

Lieber Herr Suetuna,

Mit Ihrem Brief vom 15. Juni* sind Sie mir zuvorgekommen. Längst schon hatte ich Ihnen schreiben wollen. Aber ein böser Schicksalsschlag erwartete mich bereits auf meiner Rückreise in Athen. Durch telefonischen Anruf meines Sohnes erfuhr ich, daß meine Frau einen schweren Schlaganfall erlitten hatte. Sie liegt seitdem im Krankenhaus darnieder, und wir haben größte Sorge, ob sie überhaupt je wieder ganz gesund werden kann. Sie verstehen und entschuldigen bitte, daß ich bei dieser Sachlage nicht gleich zum Schreiben kam, obschon ich bereits seit dem 9. Juni wieder zuhause bin.

Es war mir eine ganz große Freude, Sie nach so langer Zeit wiederzusehen und alte Erinnerungen mit Ihnen austauschen zu können. Ganz besonders tief erfreut und beeindruckt hat mich der Abschiedsabend in Ihrem schönen, idyllisch gelegenen Heim. Bitte sagen Sie auch Ihrer verehrten Gattin und den beiden jungen Leuten meinen allerherzlichsten Dank für die Bewirtung und Betreuung bei diesem so ganz uneuropäischen Abendmahl. Die schönen Bildchen, die Sie mir liebenswürdigerweise zusandten, werden dazu beitragen, die Eindrücke dieses Abends fest in meinem Gedächtnis zu verankern. Ich finde sie sämtlich ganz besonders gut gelungen.

Ihre schönen Geschenke (Tuch und Fächer) konnte ich ja leider meiner Frau noch nicht überreichen, da sie noch immer nicht bei klarem Bewußtsein ist. Hoffentlich ist der Tag nicht allzu fern, wo sie sich daran freuen kann. Einstweilen nehmen Sie bitte stellvertretend von mir den allerbesten Dank für diese reizenden Aufmerksamkeiten.

Das wertvolle Buch über die Zen–Malerei von Hakuin habe ich mit großem Interesse angesehen und nach den Erläuterungen studiert. Es trägt für mich viel dazu bei, Verständnis für den uns im Grunde so fernen Zen–Buddhismus zu gewinnen. Auch was ich sonst in Japan, vor allem in Kyoto, an Denkwürdigkeiten gesehen habe, beginnt sich mit diesen Eindrücken zu einem einigermaßen abgerundeten Bild zusammenzuschließen.

Ein kleines Heftchen mit Bildern aus Alt– und Neu–Hamburg, das mir kürzlich auf den Schreibtisch flatterte, lasse ich als Drucksache mit gewöhnlicher Post an Sie abgehen. Es wird gewiß in Ihnen alte, liebe Erinnerungen wecken. Ein wertvollerer Hamburg–Band soll bald folgen.

Auch ich würde mir sehr wünschen, recht bald einmal wieder irgendwo auf diesem Erdball mit Ihnen zusammenzutreffen. Für heute recht herzliche Grüße für Sie und die Familie von

Ihrem dankbaren

H. Hasse

1.62 21.08.1967, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 21. August, 1967.

Lieber Herr Hasse:[1]

Heute habe ich “Tradition, Hamburger Sparcasse von 1827” im Empfang genommen. Haben Sie bitte dafür meinen besten Dank.

Da ich am Ende des letzten Kriegs beinahe Alles durch amerikanische Bomben verloren habe, so sind mir die von Ihnen geschenkten Bilder von Hamburg, wo ich drei Semester verweilte, herzlichst interessant.

Indem ich Ihnen hiermit wiederum meine tiefste Trauer um Ihre liebe Gattin ausspreche, verbleibe ich stets mit besten Grüssen Ihr erg.

Z. Suetuna

1. Notiz von Hasse: »beantw. auf Danksagung 10. 9.«

1.63 04.09.1967, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 4. Sept., 1967

Lieber Herr Hasse: [1]

Wie geht es Ihnen in den letzten Tagen? Am 1. Sept. (Freitag) habe ich von einer Buchhandlung in Hamburg zwei Bücher: Hamburg, das Bild einer Stadt und Hamburg so wie es war, wohlbehalten in Empfang genommen. Haben Sie bitte für dieses schöne Geschenk unseren herzlichsten Dank. Am Sonnabend und Sonntag haben wir, meine Frau und ich, zusammen jedes Bild dieser Bücher wohl angesehen. Glücklicherweise kamen mein Sohn und seine Frau, die am Abend des 6–ten Juni bei uns zusammen waren, zu uns am Sonnabend und guckten alle diese Bilder.

Da steht es geschrieben: Wer Hamburg im Jahre 1945 erlebte, musste glauben, dieses Tor zur Welt sei für immer zerschlagen. Doch es ist neu erstanden, neu gegründet und ausgebessert und geschmückt wie nie zuvor. Dieses Wort lässt uns sofort an dieselbe Situation von Tokyo denken. Manche Bilder erinnern mich sogar wirklich an die Zeit meines Aufenthalts in Hamburg, die beste Zeit zwischen zwei Kriegen.

Indem meine Frau und ich Ihnen für diese schönen Bilderbücher wieder bestens danken und um Ihre liebe Gattin nochmal unsere tiefste Trauer aussprechen, verbleibe ich mit vielen Grüssen stets Ihr erg.

Z. Suetuna

1. Vermerk von Hasse: »beantw. auf Danksagung 10. 9.«

1.64 23.11.1967, Hasse an Suetuna

23. 11. 1967

Lieber Herr Suetuna,

Als ich Sie Anfang Juni in Ihrem Haus besuchen durfte, war ich sehr beeindruckt von der großen Zen–Bibliothek, die Sie dort aufgestellt haben. Inzwischen habe ich mich, angeregt durch diesen Eindruck und manches was ich sonst hörte und sah, ein wenig mit dieser Lehre beschäftigt. Insbesondere habe ich zwei Büchlein des deutschen Theologen und Philosophen Herrigel (Erlangen) gelesen, deren Verständnis mir allerdings recht schwer gefallen ist; denn sie ist so total verschieden von der Denkweise unserer mathematischen Wissenschaft. Immerhin ist mir aus dem zweiten Büchlein (Über die Kunst des Bogenschießens) ein Licht aufgegangen (keineswegs im Sinne von satori, sondern viel primitiver), zumal ich in meiner Jugend mit dem Ausüben und Unterrichten des Turnes am Reck ganz ähnliche Erfahrungen gesammelt habe.

Ich habe nun bei der Lektüre dieser Büchlein dauernd an Sie, Ihre ganze Haltung und Ihren durchgeistigten Blick gedacht, und da ich wohl annehmen darf, daß die beiden Büchlein auch für Sie nicht ohne Interesse sind, weil sie zeigen, wie ein Deutscher sich offensichtlich zu satori durchgearbeitet hat, so habe ich mir erlaubt, Ihnen die Büchlein zuzusenden und zuzueignen. Sie werden sie mit einiger Verzögerung gegenüber diesem Luftpostbrief erhalten.

Für heute herzliche Grüße und Wünsche zum Jahreswechsel, auch für Ihre verehrte Gattin,

Ihr

H. Hasse

PS. Auch ein Hamburg–Kalender ist an Sie unterwegs.

1.65 30.11.1967, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 30. Nov., 1967.

Lieber Herr Hasse: [1]

Vielen herzlichen Dank für Ihren so freundlichen Brief am 23. Nov.* Das Buch Herrigels "Über die Kunst des Bogenschiessens" ist uns auch wohlbekannt, dessen japanische Übersetzung ich mal mit grossem Interesse gelesen habe. Es ist also natürlich für mich sehr entzückend, das Originaltext zu sehen.

Am 27. dieses Monats habe ich Ihnen das Spezialband vom "The Eastern Buddhist" zum Andenken an Daisetz T. Suzuki mit gewöhnlicher Post zugesandt. Darin stehen mehrere Beiträge bezüglich der Persönlichkeit und Wirkung von D. T. Suzukis: darunter mein kleiner Artikel. Hoffentlich wird es für Sie interessant sein.

Mit herzlichsten Glückwünschen zu Weihnachten und zum Neunen Jahr verbleibe ich stets Ihr erg.

Z. Suetuna

1. Vermerk von Hasse: ≫Beantw. durch Weihn. Karte 17. 12.≪

1.66 08.01.1968, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 8. Jan. 1968

Lieber Herr Hasse![1]

Ihr schönes Geschenk „Mit Goethe durch das Jahr" habe ich heute wohlbehalten in Empfang genommen. Solch einen interessanten Kalender sehe ich nun zum ersten Mal. In diesem Jahr werde ich jeden Tag diesen Kalender gucken. Haben Sie bitte dafür meinen besten Dank!

Wenn Sie etwas von Zen zu lesen wollen, werde ich es gern, falls möglich, Ihnen zuschicken. Leider dauert heute eine Postsache nach Europa ziemlich lange, weil sie seit dem letzten Sommer, wie Sie wohl wissen, nicht über Suez geht.

Mit vielen herzlichen Grüssen bin ich stets Ihr erg.

Z. Suetuna

1. Zwei Randnotizen von Hasse: »Von Ohio antworten« — »Ged. m. Ansichtskarte – 16. 3. 68«

1.67 22.01.1968, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 22. Jan., 1968

Lieber Herr Hasse:

Zwei von Ihnen zugeschickte Bücher Herrigels, Der Zen–Weg und Zen in der Kunst des Bogenschiessens, habe ich gestern wohlbehalten in Empfang genommen. Das erste Buch habe ich schon mal gelesen — wirklich mit grossem Interesse. Zen ist keine in Europa sogenannte Mystik. Zen ist ja „das tägliche Bewusstsein“, wie D. T. Suzuki in der Einleitung des zweiten Buches zitiert. D. T. Suzuki spricht trotzdem oft von Eckhart und es gibt wirklich merkwürdige Ähnlichkeiten zwischen Zen und der deutschen Mystik.

Die Herrigelschen Bücher sind auch für mich sehr lehrreich und ich spreche Ihnen für diese schönen Geschenke meinen herzlichsten Dank aus. Ihr Vortrag vor dem Rotary Club Hamburg über Ihren Aufenthalt in Hawaii hat mich auch sehr interessiert.

Mit vielen herzlichen Grüssen verbleibe ich stets

Ihr erg.

Z. Suetuna

1.68 28.01.1968, Suetuna an Hasse

Tokyo, den 28. Jan, 1968

Lieber Herr Hasse: [1]

Diesmal habe ich von Ihnen Calendarium Hamburgense 1968 wohlbehalten in Empfang genommen. Haben Sie bitte dafür meinen besten Dank. Meine Frau lässt mich Ihnen für diesen Kalender mit schönen Bildern herzlich danken. Natürlich haben wir die 25 Bilder schon wohl geguckt.

Inzwischen habe ich das zweite von Ihnen geschickte Buch Herrigels: Zen in der Kunst des Bogenschiessens, gelesen. Sehr interessant ist immer noch das Herrigelsche Buch.

An dieser Gelegenheit danke ich Ihnen nochmals herzlichst für alle schönen Geschenke von Ihnen.

Mit vielen herzlichen Grüssen bin ich stets Ihr erg.

Z. Suetuna

1. Vermerk von Hasse: »Gedankt m. Ansichtsk. – 16. 3. 68«

1.69 28.06.1968, Hasse an Suetuna

28. 6. 1968

Sehr verehrter, Lieber Herr Suetuna,

Bei meiner Rückkehr aus USA fand ich hier das von Ihnen mir liebenswürdigerweise besorgte Buch von Daisetz Suzuki über den Zen Buddhismus vor. Ich bin sehr glücklich, dies Buch zu besitzen. Sowie ich durch den Berg während meiner Abwesenheit angesammelter Arbeit mich durchgewunden habe, werde ich es in abendlichen beschaulichen Stunden durchstudieren und darüber nachdenken. Für heute möchte ich mich bei Ihnen sehr herzlich für die wertvolle Stück bedanken.

Mit besten Grüßen

freundschaftlichst Ihr

H. Hasse

Kapitel 2

Register

Algebra
- zyklische, 60, 62

Artin, 7, 8, 14, 21, 26, 34, 41, 44, 49, 50, 52, 73, 83, 96, 99–101
Asano, 91

Baer, 26
Blaschke, 14, 26, 53
Bohr, 24
Brauer, R., 58, 83

Dedekind, 57
Deuring, 69, 80, 82, 83, 96
Dirichlet, 31
Divisionsalgebra, 60

Eckhart, 110

Felde, 52
Franz, 57
Fueter, 15

Goethe, 109
Goto, 91
Gruppe
- Ikosaeder–, 68
- symmetrische, 68

Hakuin, 103
Hardy, 24, 32
Hasse, C., 100, 103, 105, 106
Hasse, R., 103, 106
Hayashi, 66
Hecke, 14, 25, 26, 58, 69, 74, 75, 83
Henke, 57
Hensel, 24, 66, 75
Herrigel, 107, 108, 110, 111
Hilbert, 53, 75
Honda, 101
Hukuhara, 91

Ito, 91
Iwasawa, 91
Iyanaga, 91

Körper
- Abelscher, 84
- algebraischer Zahl–, 45
- biquadratischer, 68
- elliptischer Funktionen–, 69
- Galoisscher, 6
- imaginär–quadratischer, 58
- metabelscher, 76
- relativ–Abelscher, 7
- relativ–Galoisscher, 7
- relativ–kubischer, 7
- relativ–quadratischer, 7

Kawada, 91
Klassenkörpertheorie, 76
Klassenzahl, 58, 84
Kneser, 81
Komatu, 91
Kunugi, 91
Kuroda, 91, 94, 95

Landau, 22, 31, 32, 34, 58, 59
L–Funktion, 65, 66, 73

Littlewood, 58
L–Reihe, 6, 20

Möller, 52
Meromorphismentheorie, 69
Mordell, 40
Morita, 91
Moriya, 55, 59

Nagai, 97
Nagumo, 91
Nakayama, 74, 79, 91
Nishida, 97
Noshiro, 91

Petersson, 41, 58
Piltz, 31
Primzerlegung, 76

Rang, 52
Reichardt, 63
Reziprozität, 6
Riesz, 24, 32
Rohrbach, 68

Sagawara, 57
Sasaki, 91
Satz
  Laplacescher Entwicklungs–, 63
  von Landau–Schnee, 32
  Zerlegungs–, 60
Schöneberg, 57
Schmid, H.L., 89, 92
Schnee, 32
Schur, 12, 13
Shimomura, 97
Shoda, 21, 57, 91, 100
Speiser, 19
Sugawara, 91
Suzuki, 108, 110, 112
Szegö, 31

Takagi, 6, 27, 35, 39, 41, 54, 55, 57, 60, 63, 64, 66, 74, 76, 77, 79–81, 83, 86, 88, 89, 91, 94, 95, 98, 99
Tamagawa, 91
Tannaka, 91
Tarasaka, 91

van der Waerden, 63
Vermutung
  Kummersche, 84
  Riemannsche, 63, 71

Walfisz, 31
Walther, 81
Weil, A., 83, 89
Witt, 99

Yano, 91
Yosida, 91

Zetafunktion, 6, 7, 11, 14, 19, 25, 33, 34, 58
  Dedekindsche, 57, 59
Zorn, 25