Die Korrespondenz Helmut Hasse/Hans Petersson

^{tk} Hasse an Petersson 1.4.35–28.10.74

^{tk} Petersson an Hasse 8.10.27–17.12.76

^{tk} Weiteres Material

t – fertig transkribiert, k – nach Tippfehlern durchgesehen

Version vom 8.6.2007
Letztmalig ge"andert am 8.6.2007

Quelltext: haspet_070608.tex
übersetzt am 19. November 2015

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Die Korrespondenz Helmut Hasse/Hans Petersson

Vorbemerkung

`[...]` steht als Platzhalter für Text, der nicht oder nicht eindeutig zu entziffern war. [1]
□□□ steht für ausgestrichene, aber lesbare Passagen. [2]

1. erreichbar mit `\xxx`
2. erreichbar mit `\boxes`

1.1 08.10.1927, Petersson an Hasse

Cambridge, 8.10.27

Livingstone Hotel, [...]

Sehr geehrter Herr Professor,

ich bitte Sie ergebenst um Entschuldigung, daß ich in der Hetze des Aufbruchs für meine Abreise nach Cambridge vergessen habe, Ihnen auf Ihren letzten Brief zu antworten. Ich habe den ersten Teil Ihres Briefes tatsächlich unter meinen Sonderdrucken gefunden, und möchte Ihnen nachträglich meinen herzlichen Dank dafür und für die liebenswürdige Absicht aussprechen, mir die Fortsetzungen zu schicken. Ich werde mich, soweit es mir möglich ist, durch Übersendung von Sonderdrucken meiner Arbeiten revanchieren.

Mit ergebenen Grüßen und der Bitte um Empfehlung an Ihre Frau Gemahlin

Ihr sehr ergebener

Hans Petersson

1.2 22.06.1929, Petersson an Hasse

Hamburg, den 22 Juni ←— *1929*

Sehr geehrter Herr Professor!

Ich hätte Ihnen schon längst meinen ergebensten Dank für Ihr Interesse an meiner Vorlesung und Ihre liebenswürdige Absicht, mir die Korrekturen Ihres Briefes zur Verfügung zu stellen, ausgesprochen; aber ich hatte in der letzten Zeit alle Hände voll mit meiner Habilitation und meinen Amtsverpflichtungen zu tun, sodaß ich darüber zu nichts anderem gekommen bin. Ich habe leider auch in meiner Vorlesung viel geringere Fortschritte gemacht, als ich ursprünglich geglaubt hatte; man unterschätzt bei weitem die Zeit, die man braucht, um einen mathematischen Sachverhalt in extenso vorzutragen, wenn man dabei nicht unverständlich bleiben will. Es scheint nun Artin und mir, daß ich wohl kaum noch dazu kommen werde, mich Ihres liebenswürdigen Anerbietens bedienen zu können; ich werde voraussichtlich bis zum Artinschen Reziprozitätsgesetz und dem Inhalt der letzten Artinschen Arbeit in den Hamburger Abhandlungen kommen. Falls ich dann doch noch Zeit haben sollte, kann ich ja Artin bitten, mir Ihre neueste Untersuchung über das Normenrestsymbol zu erzählen. Ich selbst würde großen Wert darauf legen, dies vorzutragen, denn ich habe früher (wie das auch z.B. Hecke von sich sagt) einen großen Bogen um das betreffende Kapitel bei Hilbert [1] gemacht und war begeistert, als ich erfuhr, daß man nun endlich versteht, was diese Dinge bedeuten. Es ist aber, wie gesagt, zweifelhaft, ob ich das noch schaffe, besonders auch deshalb, weil ich auch gern Ihre Fassung des Artinschen Reziprozitätsgesetzes mit dem neuen Symbol vortragen möchte. Vielleicht setze ich die Vorlesung im Privatissimum–Kreise noch in den August hinein fort, um so dazu zu kommen, das Reziprozitätsgesetz für die Normenreste in Ihrer verallgemeinerten Fassung vorzutragen. Jedenfalls ist aber bis Ende Juli Zeit und ich glaube, daß ich auch günstigstenfalls nicht so viel Zeit haben werde, diese Dinge so ausführlich zu erzählen, daß es nötig sein wird, Sie Ihrer kostbaren Korrekturen zu berauben.

Indem ich Ihnen nochmals meinen wärmsten Dank für Ihre Hilfsbereitschaft ausspreche, bin ich mit den besten Grüßen und der Bitte um Empfehlung an Ihre Frau Gemahlin

Ihr sehr ergebener

1. Name undeutlich

Hans Petersson.

1.3 24.08.1933, Petersson an Hasse

Hamburg, 24. Aug. 1933.

Sehr geehrter Herr Professor!

Ich habe vor kurzem vom Zentralblatt den Auftrag zur Besprechung einer Arbeit von Masao Sugawara erhalten, in der dieser beweist, daß die Strahlklassenkörper über einem imaginär–quadratischen Körper Ω durch Adjunktion von singulären Werten der Weberschen τ–Funktion allein erhalten werden. (On the so–called Kronecker's dream in young days, Proc. Phys.–Math. Soc. Jap. III. s.15, 99–107.) Nach eingehender Lektüre dieser Arbeit bin ich an einigen Punkten hängen geblieben, die mir schlechterdings unverständlich sind, und ich möchte mir erlauben, falls Sie diese Arbeit kennen oder geneigt sind, sie sich anzusehen, Sie ergebenst um Rat in diesen Fragen zu bitten. — $\boxed{1}$ Zunächst ist zu sagen, daß der analytische §1 der Arbeit in Ordnung ist, wenn man von einigen darin enthaltenen Rechenfehlern absieht, die jedoch das Resultat nicht beeinflussen $\boxed{2}$ Der überwiegend arithmetische §2 enthält gleich zu Anfang (S. 103, Zeile 2 von oben) die Behauptung

$$\Omega(\tau_1, \tau_1, \ldots, \tau_n) = \Omega\big(j(K), \tau(K_1^*)\big),$$

die mir unverständlich ist, weil die τ_i, $1 \leqq i \leqq n$, die sämtlichen Wurzeln der Teilungsgleichung sind, also i.a. Klasseninvarianten zu ganz verschiedenen Idealmoduln $\mathfrak{m}$ unter ihnen vorkommen. $\boxed{3}$ Völlig rätselhaft ist mir ferner die Bemerkung auf S. 105, Zeile 4–6, wo von der Möglichkeit $r = 0$ gesprochen wird, obwohl r als Anzahl definiert ist. $\boxed{4}$ Am wichtigsten ist die Behauptung am Schluß der Arbeit, nämlich auf S 107, Z 4–6, die den Beweis abschließt, und die ich nicht einsehen kann. Verf. sagt dort, daß die sämtlichen Klasseninvarianten von einander verschieden sind; was er hierfür explizite als Beweis anführt, ist natürlich zu verstehen, nur scheint mir eben, daß das zum Beweise seiner Behauptung keineswegs ausreicht. $\boxed{5}$ Was schließlich die Gesamtanlage des Beweises angeht, so verstehe ich noch gar nicht, wo von der Darstellung von $j(\mathfrak{w})$ durch die $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n$, welche in §1 bewiesen wird, beim späteren Beweise Gebrauch gemacht wird. — Natürlich ist für jeden Kenner Ihrer beiden Crelle–Arbeiten ein beträchtlicher Teil der Überlegungen des Verf. selbstverständlich, und eben deswegen habe ich es gewagt, Sie mit diesen Fragen zu behelligen. Ich wäre Ihnen, sehr geehrter Herr Professor, zu größtem Danke verpflichtet, wenn Sie mir Auskunft erteilen wollten.

Mit vorzüglicher Hochachtung und bestem Gruß

Ihr sehr ergebener

Dr. Hans Petersson

Hamburg 37 [...] *str. 47*[1]
Priv.Doz.

1. sieht aus wie 'Innozentiastr.'

1.4 13.09.1933, Franz (i.A. von Hasse) an Petersson

Kiel, Adofstrasse 60, IV. Mittwoch, den 13.9.33.

Abschrift

Sehr geehrter Herr Dr. Petersson!

Im Auftrage von Herr Professor Hasse schreibe ich Ihnen über die Arbeit von Herrn Sugawara über den Kroneckerschen Jugendtraum und insbesondere über diejenigen Stellen daraus, die Sie in Ihrem Schreiben vom 24.8.▸ an Herrn Hasse berühren; da ich mich mit dieser Arbeit bereits früher beschäftigt hatte, hat Herr Hasse mich mit der Beantwortung Ihres Briefes beauftragt.

In der Arbeit wird bewiesen, dass man bei der Erzeugung des Strahlklassenkörper über einem imaginär quadratischen Grundkörper Ω die bisher verwandte Funktion $j(\omega)$ vermeiden kann, wenn man dafür gleichzeitig a l l e Strahlklasseninvarianten zu Ω adjungiert, die zu dem Modul $\mathfrak{m}$ oder sogar zu dem kleinsten ganz rationalen Vielfachen m von $\mathfrak{m}$ gehören (Seite 103, Zeile 2). Die weitere Behauptung des Verfassers, dass zur Erzeugung des Strahlklassenkörpers sogar nur e i n e Strahlklasseninvariante genügt, dass man also in seiner bisherigen Darstellung $\Omega\big(\tau(K^*), j(K)\big)$ einfach $j(K)$ weglassen kann, scheint mir durch die Arbeit keineswegs bewiesen. Die letzte Behauptung ist, nach Hasse, damit gleichwertig, dass die zu den verschiedenen absoluten Idealklassen gehörigen, in $\Omega\big(j(K)\big)$ irreduziblen „Teil–“strahlklassengleichungen von einander verschieden sind, bzw. dass die sämtlichen Strahlklasseninvarianten zu einem Modul von einander verschieden sind. Der Beweisversuch für diese letzte Behauptung scheint mir aber wesentliche Fehler zu enthalten (siehe unten).

Im allgemeinen ist meines Erachtens Folgendes zu der Arbeit zu sagen. Das Resultat von S.103, Z. 2 ist gewiss sehr interessant. Im übrigen aber haben Sie natürlich in der Beanstandung sehr vieler Einzelheiten und auch wesentlicher Dinge durchaus Recht. Man darf wohl sagen, dass die Arbeit mit erstaunlicher Nachlässigkeit geschrieben ist, was sowohl aus den vielen drucktechnischen und sachlichen Fehlern als auch aus der unharmonischen

Gesamtanlage (und dem schauerlichen Englisch) hervorgeht. Erstaunlich erscheint mir auch, dass die beiden Hasseschen Arbeiten über Komplexe Multiplikation nicht erwähnt werden, obwohl die Voraussetzungen für die Untersuchung dem Inhalt, der Anordnung, der Bezeichnung und sogar vielfach dem Wortlaut nach von dort übernommen sind, und zwar in einem Masse, dass man ohne Kenntnis dieser Arbeiten unmöglich zu einem Verständnis kommen kann.

Im einzelnen habe ich zu den von Ihnen berührten Punkten folgendes zu bemerken.

1.) §1 ist nach Berichtigung kleinerer Fehler richtig; es ist wohl nicht nötig, auf die Ungenauigkeiten näher einzugehen. Das Resultat wird am Anfang von §2 benutzt (siehe 2.)).

2.) Die $\tau_1, \dots, \tau_n$ sind, nach Hasse, Strahlklasseninvarianten genau zu denjenigen Moduln $\mathfrak{m}$, für die m das kleinste ganz rationale Vielfache ist. Es kommt darunter also auch jede Strahlklasseninvariante mod m selbst vor und auch das $\tau(K_1^*)$ von Sugawara. Da nach §1 $j(K)$ durch die Gesamtheit der τ_ν darstellbar ist, folgt

$$\Omega(\tau_1, \dots, \tau_n) \geqq \Omega\big(j(K), \tau(K_1^*)\big).$$

Da weiter die τ_ν Strahlklasseninvarianten zu Teilern von m sind, sind sie nach dem Anordnungssatz der Klassenkörpertheorie in der linken Seite enthalten, sodass in der obigen Beziehung in Wirklichkeit das „=“–Zeichen gilt.

3.) Was $r = 0$ bedeuten soll, ist auch mir rätselhaft. Wahrscheinlich ist es eine Verwechselung mit $r = 1$; in diesen Fall ist ja in der Tat „the complete class equation mod m irreducible in Ω“ und das Problem der Verschiedenheit der τ_ν trivial. Dieser Spezialfall ist aber natürlich ganz nebensächlich.

4.) Was nun die Verschiedenheit der τ_ν betrifft, so scheint mir der entscheidende Fehler auf Seite 106 unten zu liegen. Erstens kann man, nachdem man (Seite 105) $\mathfrak{r}$ und $\mathfrak{p}$ aus gewissen Klassen mod $\mathfrak{m}$ gewählt hat, nicht noch hinterher weiter über $\mathfrak{m}$ verfügen (S. 106, Z. 7 v.u.); es würde dann nur gezeigt, dass bei hinreichend hohem $\mathfrak{m}$ *die Klasseninvariante zu* $\mathfrak{r}$ *von der zu* $\mathfrak{r} \cdot \mathfrak{p}$ *verschieden ist.* Zweitens genügt es keineswegs (S. 103, letzte Zeile) aus jeder *absoluten Klasse* ein $\mathfrak{p}$ zu wählen und den angegebenen Schluss anzuwenden. Es muss gezeigt werden, dass $\tau(K_1^*)$ [1] von allen anderen Invarianten

1. undeutlich

verschieden ist, nicht nur von je einem Vertreter aus den h absoluten Klassen, über dessen Klasse mod $\mathfrak{m}$ man absolut nichts weiss. Bei wachsendem $\mathfrak{m}$ müsste man immer mehr Primideale heranziehen und dadurch würde gerade der Hauptschluss auf Seite 106 bezw. 107 hinfällig. Diese Bedenken scheinen mir so stark, dass ich kaum glaube, dass man das Problem auf dem vom Verfasser eingeschlagenen Wege bewältigen kann.

Abgesehen hiervon scheint mir auch auf Seite 104 ein Fehlschluss vorzuliegen. Der Übergang von dem System $\tau_1, \ldots, \tau_n$ über $\tau_1, \ldots, \tau_s$ zu dem System $\tau_{(1)}, \ldots, \tau_{(r)}$ scheint mir nicht in Ordnung. Gegenüber dem oben Bemerkten aber ist das von geringer Bedeutung, sodass ich wohl Einzelheiten übergehen kann.

5.) §1 ist vom Verfasser offenbar nur als Teilbestätigung der späteren allgemeinen arithmetischen Untersuchungen gemeint. Von Seite 103, Zeile 4 an wird er nicht mehr gebraucht. —

Hiermit hoffe ich die von Ihnen berührten Fragen hinreichend beantwortet zu haben. Selbstverständlich würde ich gern auf eventuelle Unklarheiten zurückkommen und wäre Ihnen gegebenenfalls dankbar für eine Mitteilung, wenn Sie aus der Arbeit doch mehr herauslesen können als es mir möglich ist.

Mit vorzüglicher Hochachtung

Ergebenst [2]

2. vermutlich *'Franz'*

1.5 29.03.1935, Petersson an Hasse

Hamburg, den 29.III.35

Hamburg–Fu. Niedernstegen 15/211

Sehr geehrter Herr Professor!

Ich danke Ihnen ergebenst für die Zusendung Ihrer Separata und der Korrekturen der Arbeit von Ihnen und Hrn. Davenport. Ich bin sehr froh, daß ich Ihre Darstellungen über diese Gegenstände jetzt besitze, denn ich will mich in diesem Sommer mit einigen anderen Herren unseres Seminars zusammen eingehend mit dem Studium Ihrer algebraischen Theorie der Funktionenkörper beschäftigen. Leider bin ich nur im Augenblick durch eigene Arbeiten und die Vorbereitung auf meine vierstündige Vorlesung über lineare Transformationen des Hilbertschen Raumes und auf eine Arbeitsgemeinschaft mit Studenten über Uniformisierung so sehr in Anspruch genommen, daß ich nicht recht weiß, ob ich die Korrekturen gründlich in den nächsten Tagen durcharbeiten kann. Vielleicht könnten Sie mir eine kurze Mitteilung machen, falls Sie die Korrekturen zurückzuhalten wünschen.

Mit den besten Grüßen, auch an Ihre Frau Gemahlin, bin ich

Ihr sehr ergebener

Hans Petersson.

1.6 01.04.1935, Hasse an Petersson

Göttingen den 1. April 1935.

Lieber Herr Petersson,

besten Dank für Ihren freundlichen Brief▸. Um jedem Missverständnis vorzubeugen, möchte ich Ihnen noch schreiben, dass ich Ihnen die Korrektur meiner Arbeit mit Davenport nur als Ersatz für ein Separatum zugesandt habe. Ich hatte leider nur sehr wenig Abdrücke. Ich wollte also damit keinen Angriff auf Ihre Arbeitszeit begehen.

Mit herzlichen Grüssen

H. Hasse

1.7 31.12.1936, Petersson an Hasse

Hamburg Fu Niedernstegen 19 den 31.XII.36

Sehr geehrter Herr Professor!

Ich habe mich auf Anraten Blaschkes entschlossen, mit den anderen Hamburgern zusammen nach Göttingen zu kommen. Blaschke sagte mir auch, daß Sie für unsere Unterbringung Sorge tragen würden. Dürfte ich Sie ergebenst bitten, auch mir ein Quartier besorgen zu lassen, falls Ihnen dies nicht zu viel Mühe macht? Blaschke sagte noch, daß insgesamt Blaschke, Bol, Zassenhaus, Maack, Kähler und ich nach Göttingen kommen.

Gestatten Sie übrigens daß ich Ihnen zum Jahreswechsel meinen herzlichen Glückwunsch ausspreche.

Mit besten Grüßen Ihr ganz ergebener

H Petersson.

1.8 11.11.1938, Hasse an Petersson

11.11.1938

Lieber Herr Peters̄on!

Sie waren so freundlich, uns einen Vortrag in der Mathematischen Gesellschaft zuzusagen. Wäre es Ihnen recht, wenn wir diesen Vortrag erst nach Weihnachten ansetzten, und zwar etwa am Mittwoch den 18. Januar?

Mit herzlichen Grüssen Ihr

H. Hasse

1.9 13.11.1938, Petersson an Hasse, mit Anlage

Hamburg–Fu, Niedernstegen 19, 13.11.38.

Lieber Herr Hasse!

Herzlichen Dank für die Aufforderung zu dem Vortrag! Der Termin paßt ausgezeichnet, da Herr Siegel in Hamburg erst eine Woche später vortragen wird, und das Hamburger Seminar beabsichtigt, Herrn Deuring zu bitten, im Februar vorzutragen.

Hinsichtlich des Themas meines Vortrages darf ich Ihnen folgendes unterbreiten: Als ich Ihnen in Baden–Baden von der möglichen Algebraisierung der Heckeschen Untersuchungen über seine Operatoren T_n berichtete, hatte ich meine Erfolge in dieser Richtung erheblich überschätzt. Das einzige, was ich gegenwärtig tun kann, ist, den ganzen Apparat durch Einführung der vektoriellen und Matrix–Schreibweise formal zu vereinfachen. Dagegen ist es mir gelungen, die Heckesche Vermutung zu beweisen, die besagt, daß man die den T_n zugeordneten Matrizen (deren jede eine lineare Transformation in der Schar $\mathfrak{S}$ der ganzen Modulformen beschreibt), simultan unitär auf Diagonalgestalt transformieren kann. Der Beweis verwendet weder Poincarésche Reihen, noch lineare Relationen zwischen diesen, sondern lediglich die Grundtatsachen einer unitären Geometrie in dieser Schar $\mathfrak{S}$, die ich erst ganz am Schluß meines Vortrages in Baden–B. und nur andeutungsweise erwähnen konnte. Wenn ich diesen Beweis in Göttingen vortragen dürfte, würde ich damit wohl im wesentlichen Ihrer Bitte entsprechen, in Göttingen über andere Gegenstände vorzutragen, als in Baden–B.

Das Ergebnis dieses Beweises läßt sich am übersichtlichsten als eine Aussage über die Dirichletreihen, die einer Riemannschen Funktionalgleichung genügen, formulieren (siehe Anlage▶; zu den Tatsachen 1) 2) 3) tritt als 4): Von den Dirichletreihen $H_j(s)$ $(1 \leqq j \leqq \kappa)$ hat genau eine einen Pol; die anderen sind ganze Funktionen)

Wenn $r \equiv 0 \pmod 4$, so sind alle ganzen Modulformen von der Dimension $-r$ als Linearkombinationen von $\mathfrak{D}$–Reihen mit quadratischen Formen der Determinante 1 in $2r$ Variablen darstellbar. Kombiniert man dies mit dem Satz 2 der Anlage, so ergibt sich die folgende Ergänzung: Sei $r \equiv 0 \pmod 4$, $Q(\mathfrak{x}) = \sum\limits_{i,k=1}^{2r} a_{ik} x_i x_k$ eine positiv definite quadratische Form mit ganzen $a_{ik} = a_{ki}$, geraden a_{ii} und der Determinante 1. Dann sind die Epsteinschen ζ–Funktionen $E(s,Q) = \sum\limits_{\mathfrak{m} \text{ ganz}} \left\{\frac{1}{2}Q(\mathfrak{m})\right\}^{-s}$ sämtlich Lösungen des Problems a) b) aus Satz 2, und jede Lösung ist Linearkombination von x der $E(s,Q)$. Es gibt x (und nicht mehr) Linearkombinationen der $E(s,Q)$, die A) linear unabhängig sind und B) je für sich eine Produktdarstellung wie unter 3) besitzen. Diese κ Dirichletreihen sind als linear–unabhängige Lösungen mit irgend einem Eulerprodukt (wie unter 2) bis auf die Reihenfolge eindeutig bestimmt.

Ich habe den Beweis dieser Sätze bei den Math. Annalen eingereicht. Die Durchführung der Beweise nimmt etwa 6 Druckseiten in Anspruch. Demnach würde sich dieser Gegenstand wohl als Vortragsthema eignen, und ich möchte daher als Vortragsthema (in Übereinstimmung mit dem Titel meiner Annalenarbeit) empfehlen: „Konstruktion der sämtlichen Lösungen einer Riemann'schen Funktionalgleichung durch Dirichletreihen mit Euler'scher Produktentwicklung.“

Die Methoden sind auch auf Modulformen höherer Stufe übertragbar, doch scheint es, daß man nur bei Primzahlstufe zu einem ähnlich abschließenden Ergebnis gelangt. Vielleicht kann ich darüber genaueres mündlich berichten.

Ich wäre Ihnen sehr dankbar, wenn Sie mir in absehbarer Zeit Ihr Einverständnis mit meinem Vorschlag und vielleicht nach Weihnachten die näheren Einzelheiten bezüglich meines Vortrages mitteilen könnten.

Mit bestem Dank und herzlichen Grüßen

Ihr ganz ergebener

H. Petersson

Anlage zum Brief vom 13.11.38

Satz 2. Für festes gerades $r \geqq 4$ betrachte man alle (irgendwo konvergenten) Dirichletreihen

$$D(s) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n n^{-s}$$

mit folgenden Eigenschaften:

a) $(s-r)D(s)$ ist eine ganze Funktion von s von endlichem Geschlecht.

b) Wird

$$R(s) = (2\pi)^{-s}\Gamma(s)D(s)$$

gesetzt, so gilt die Funktionalgleichung

$$R(s) = (-1)^{\frac{r}{2}} R(r-s).$$

Dann bestehen über die Lösungen dieses Problems die folgenden Tatsachen:

1) Es existieren höchstens endlich viele linear unabhängige Lösungen $D(s)$. Die Maximalzahl κ der linear unabhängigen Lösungen ist

$$\kappa = \left[\tfrac{r}{12}\right], \text{ wenn } r \equiv 2 \pmod{12}, \; \kappa = \left[\tfrac{r}{12}\right] + 1, \text{ wenn } r \not\equiv 2 \pmod{12}.$$

2) Es gibt ein vollständiges System $H_j(s)$ $(1 \leqq j \leqq \kappa)$ von κ linear unabhängigen Lösungen $D(s) = H_j(s)$ derart, dass jedes $H_j(s)$ eine Eulersche Produktentwicklung von der Gestalt

$$H_j(s) = \prod_p \sum_{\nu=0}^{\infty} c_j(p^\nu) p^{-\nu s} \quad \text{mit} \quad c_j(1) = 1 \quad (1 \leqq j \leqq \kappa)$$

besitzt. (Das Produkt ist über alle Primzahlen > 1 zu erstrecken.)

3) Dieses Lösungssystem der $H_j(s)$ ist durch die lineare Unabhängigkeit und die Existenz der Produktentwicklung bis auf die Reihenfolge der $H_j(s)$ eindeutig bestimmt. Die Faktoren des Produkts haben notwendig die Form

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} c_j(p^\nu) p^{-\nu s} = \left(1 - c_j(p) p^{-s} + p^{r-1-2s}\right)^{-1} \qquad (1 \leqq j \leqq \kappa).$$

1.10 16.11.1938, Hasse an Petersson

16. November 1938.

Lieber Herr Petersson!

Herzlichen Dank für Ihren freundlichen Brief▶. Leider muss ich den Vortrag nun doch auf einen anderen Termin legen, als ursprünglich beabsichtigt, da wir am 18.1. — wie ich jetzt erfahre — eine Familienfeier haben. Aus Ihrem Brief sehe ich nun, dass Ihnen der 25.1. nicht passt. Vor Weihnachten geht es auch nicht mehr, da wir da schon alle Termine belegt haben, es bleibt also dann nur noch die Wahl zwischen dem 11.1. und einem Tag im Februar. Bitte lassen Sie mich doch wissen, was Ihnen lieber ist. Mit dem vorgeschlagenen Thema bin ich ganz einverstanden. Ich fürchte nur, dass eine vollständige Widergabe des Beweises vielleicht doch für einen solchen Vortrag nicht geeignet ist, oder können Sie das ohne allzu viel vom Hörer vorauszusetzen im Rahmen der üblichen Vortragszeit von höchstens 1 1/2 Stunden?

Die Produktentwicklungen, wo das allgemeine Glied ein quadratisches Polynom in p^{-s} im Nenner hat, interessieren mich wegen ihrer Bedeutung für die Kongruenzfunktionenkörper sehr. Ich wünschte, ich könnte diese Bedeutung, von deren Existenz ich überzeugt bin, in scharfer Form fassen. Vielleicht wird Ihr Vortrag mir dazu helfen.

Mit herzlichen Grüssen und

Heil Hitler!

Ihr sehr ergebener

H. Hasse

1.11 24.11.1938, Petersson an Hasse

24. November 1938

Lieber Herr Hasse,

ich möchte bitten, am 11.1.39 in Göttingen vortragen zu dürfen. Vielleicht sind Sie so freundlich, mir kurz Ihr Einverständnis bestätigen zu lassen.

Mit herzlichem Gruß und Heil Hitler!

Ihr ganz ergebener

H. Petersson

1.12 04.01.1939, Petersson an Hasse

4.1.39

Lieber Herr Hasse!

Ich komme am Dienstag, den 10.1.39, voraussichtlich am späten Nachmittag in Göttingen an und werde mich darauf zunächst im Institut melden. Da ich am Donnerstag, den 12.1., nachmittags in Jena vortragen soll, werde ich am Donnerstag früh nach Jena fahren.

Mit herzlichem Gruß und Heil Hitler!

Ihr ganz ergebener

H. Petersson.

1.13 21.01.1939, Petersson an Hasse

21.1.

Lieber Herr Hasse,

ich möchte Ihnen und der Mathematischen Gesellschaft in Göttingen meinen ergebensten Dank für die gastfreundliche Aufnahme aussprechen, die ich im Göttinger Institut gefunden habe. Die Vorträge in Jena und Halle sind, wie ich glaube, auch einigermaßen geraten. Leider machte sich meine Erkältung in neuralgischen Zahnschmerzen und die Stelle am Fuß in einer akuten Entzündung bemerkbar. Jetzt bin ich aber wohl im wesentlichen wieder gesund. — Meine Prognose hinsichtlich des Verhaltens von F.K. Schmidt zu Ihrem Buch hat sich bewahrheitet. Wir haben garnicht darüber gesprochen. — Ich habe einige nicht ganz unbegründete Hoffnung, die Ramanujansche Abschätzung und ihre Verallgemeinerung auf alle ganzen Spitzenformen gerader Dimension zur vollen Modulgruppe zu beweisen. Vielleicht kann ich Ihnen darüber berichten, wenn Sie Ende Februar zu den Vorträgen von Deuring nach Hamburg kommen.

Mit herzlichen Grüßen und der Bitte um Empfehlung an Ihre Frau Gemahlin

Ihr ganz ergebener

H. Petersson.

1.14 16.07.1942, Petersson an Hasse

Straßburg, den 16.VII.42.

Mathematisches Institut der Reichsuniversität Straßburg

Sehr geehrter Herr Hasse!

Ich komme Anfang August für einige Tage nach Berlin und wäre Ihnen sehr zu Dank verbunden, wenn Sie es einrichten könnten, daß ich Sie in einer für die Straßburger Universität wichtigen Angelegenheit sprechen kann.

Am 23.VII. fahre ich für 10–14 Tage nach Hamburg und bin dort unter der Anschrift meiner Eltern: Hamburg 39, Sierichstraße 100 pt. zu erreichen.

Mit den besten Grüßen

Heil Hitler!

Ihr ganz ergebener

Hans Petersson

1.15 13.10.1946, Petersson an Hasse

Hohwacht über Lütjenburg, Ostholstein, 13.10.46

Lieber Herr Hasse,

ergebensten Dank für Ihren Brief! Die von Ihnen ausgezogenen Arbeiten hatte ich mit einer Ausnahme bereits für meinen Bericht vorgesehen. Die Ausnahme ist die grosse Arbeit von Siegel, die dem Datum ihrer Einreichung entsprechend nicht unter die zu referierenden Abhandlungen fällt. An den von der Redaktion (Punkt 4. der Mitteilung von Hrn Süss) genannten Termin will ich mich halten, weil durch eine Vorverlegung des Termins die Notwendigkeit entstünde, zahlreiche Arbeiten zusätzlich zu referieren, was den Raum für die unveröffentlichten Untersuchungen zu sehr einengen würde. Überdies kann man wohl annehmen, dass die vor Ausbruch des Krieges erschienenen Hefte der deutschen Zeitschriften noch alle den regulären Postweg ins Ausland genommen haben.

Mein Erscheinen in Tübingen konnte ich leider nicht verantworten; ich muss warten, bis meine Finanzlage mir solche Reisen wieder gestattet. Nachdem mir die neuen Untersuchungen von Maass über automorphe Funktionen und Lösungen von Wellengleichungen besonders zugesagt haben, bin ich über den Gut–schen Fortschritt auf einem so ganz anderen Gebiet entzückt; man sieht doch, dass eine Entwicklung vorangeht. — Ich selber habe viel gearbeitet und ganz erfreuliche Erfolge erzielt. Jetzt stagniert meine Produktion ziemlich, da mich der Bericht und die Tagessorgen sehr in Anspruch nehmen.

Mit herzlichen Grüssen

Ihr ganz ergebener

H. Petersson [1]

P.S. Haben Sie die Möglichkeit, zu erfahren, ob Deuring das geplante Lehrbuch über algebraische Funktionen veröffentlichen wird, oder ob hier gar keine Aussichten bestehen?

1. Randvermerk von Hasse: *22.10. Kurz beantw. Über Deuring mir nichts bekannt.*

1.16 25.12.1946, Petersson an Hasse

Hohwacht über Lütjenburg, Ostholstein, 25.XII.46.

Korrespondenz

Lieber Herr Hasse,

schon länger hatte ich Ihnen schreiben wollen; aber leider werde ich immer durch irgend welche meistens unerfreulichen Zwischenfälle daran gehindert. — Leider muss ich nochmals den FIAT–Bericht zur Sprache bringen. Es handelt sich um zwei Arbeiten von Maass mit z.T. algebraischem Inhalt, die ich nicht ganz beurteilen kann, nämlich 1: Modulformen u. quadr. Formen über d. quadr. Zahlk. $R(\sqrt{5})$ und 2: Quadr. Formen über quadr. Körpern. (1. in Mann, 118, 1941, S.65–84) (2. noch nicht publiziert). Von 1. kommt hier §3 in Betracht. Ich kann von beiden Arbeiten nicht beurteilen, in wie weit Sie bei Witt (Hamb. Abh. 14 (1941), die Abhandlung von: „Eine Identität über Modulformen 2. Grades“) im wesentlichen vorgebildet sind. Da Sie auch die Witt'sche Abhandlung behandeln, wird es Ihnen leicht fallen, hier die genaue Einsicht zu gewinnen. Von 2. habe ich ein Referat, das ich Ihnen schicke, sobald Sie mir Nachricht geben. Da das Referat aber sehr kurz und etwas dunkelgehalten ist, wäre es vielleicht besser, dass Sie sich selbst an den Verf wenden. Selbstverständlich schicke ich Ihnen im Bedarfsfalle mein Referat sofort. — Ich warte immer noch auf meine Denazifizierung und beneide alle, die aus Wut über Intrigen oder andere „Gründe“ die Geduld verlieren dürfen.

Mit herzlichen Grüssen Ihr ganz ergebener

H Petersson

1.17 05.02.1947, Hasse an Petersson

5. Februar 1947

Lieber Herr Petersson!

Da ich seit Anfang Dezember hier in Berlin bin, erreichte mich Ihr freundlicher Brief vom 25. Dezember▸ erst mit einiger Verspätung. Ich habe meinen FIAT–Bericht bereits im vorigen Jahre abgeschlossen und das Manuskript an Süß geschickt. Was die von Ihnen erwähnten Arbeiten von Maass betrifft, die teilweise algebraischen Inhalt haben, so möchte ich glauben, dass sie doch wohl besser in Ihren Bericht über Modulformen passen. Sie schreiben, dass Sie nicht beurteilen können, in wieweit diese Arbeiten bei Witt, Spiegelungsgruppen und Aufzählung halbeinfacher Liescher Ringe, Hamburger Abhandlungen 14, Seite 289–328, vorgebildet sind. Das kann ich ebenso wenig beurteilen, da ich mich für die Theorie der Lieschen Ringe garnicht zuständig fühle. Aus diesem Grunde habe ich auch Süß gebeten, die Lieschen Ringe in den Bericht von Zassenhaus über Gruppentheorie einzuordnen, wo sie tatsächlich am besten hinpassen. So wird also die genannte Arbeit von Witt durch Zassenhaus referiert, und es wäre zweckmässig, wenn Sie wegen Ihrer Fragen mit ihm in Verbindung träten. Bei der räumlichen Nähe zwischen Ihnen Beiden werden Sie das wohl leicht machen können.

Ich möchte Ihnen wünschen, dass in Ihrem persönlichen Schicksal bald eine Wendung zum Besseren eintritt. Bei mir hat kürzlich der Göttinger Universitätsunterausschuss eine positive Entscheidung gefällt. Ich warte nun auf die Bestätigung dieses Entscheides durch den zuständigen Hauptausschuss, danach durch die Militärregierung. Inzwischen hat man sich in Berlin meiner angenommen, und ich darf hoffen, hier in absehbarer Zeit aus allen Schwierigkeiten herauszukommen.

Mit freundlichen Grüssen

Ihr sehr ergebener

H. Hasse

1.18 25.02.1947, Hasse an Petersson

25. Februar 1947

Lieber Herr Petersson!

Beiliegend das eben bei mir eingegangene Selbstreferat von W. Maier. Es gehört ersichtlich eindeutig zu Ihrem Thema "Automorphe Funktionen".

Mit herzlichen Grüssen Ihr

H. Hasse

1.19 31.05.1953, Petersson an Hasse

Hamburg 31.5.53

Lieber Herr Hasse!

Leider konnte ich meine früheren Aufzeichnungen nicht vollständig wiederfinden und mich auch nicht erinnern, wie ich die Identität, nach der Sie mich fragten, bewiesen hatte. Daher musste ich einen direkten Ansatz wählen, dessen Durchführung sich als mühsam erwies. Ausserdem hatte ich mir Aufgaben für acht Klausuren auszudenken, was mich auch viel Zeit kostete. Aus diesen Gründen schreibe ich Ihnen erst jetzt; lieber wäre es mir gewesen, ich hätte Ihnen ebenso schnell antworten können, wie Sie es zu tun pflegen.

Es seien χ_2, χ_3, χ_6 die folgenden abelschen Charaktere auf der Modulgruppe Γ: Die in der oberen Halbebene eindeutigen Funktionen $\sqrt{J(\tau)-1}$, $\sqrt[3]{J(\tau)}$ und $\sqrt[6]{\Delta(\tau)} = \eta^4(\tau)$ $\left(\eta(\tau) = u_{24}\prod\limits_{m=1}^{\infty}(1-u_1^m)\right)$ nehmen bei Anwendung eines $S \subset \Gamma$ die Vorfaktoren $\chi_d(S)$ auf, wo $d = 2, 3$ bzw 6. Dabei ist $J(\tau) - 1 = 12^{-3}u_1^{-1}$ + höhere Glieder in u_1 eine in $\tau = i = \xi_2$ und $J(\tau)$ eine in $\tau = \xi_3 = \exp\frac{\pi i}{3}$ verschwindende Hauptfunktion der Modulgruppe *) Die durch $\chi_d(S) = 1$ entstehenden Normalteiler N_d von Γ haben den Index d mit □□□ $U^h = \begin{pmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, h mod d, als Nebengruppen–Vertretern. N_2 hat 2 (inäquivalente) Ecken (ellipt. Fixpunkte) der Ordnung 3, N_3 hat 3 Ecken der Ordnung 2 (Höchstzahlen); also hat $\mathsf{N}_6 = \mathsf{N}_2 \cap \mathsf{N}_3$ gar keine Ecken, genau eine Spitze, sodass aus der Eulerschen Relation $p - 1 + \frac{\sigma}{2} + \frac{e_2}{4} + \frac{e_3}{3} = \frac{\mu}{12}$: $p = 1$ für N_6 folgt.

Für das N_6 entsprechende elliptische Gebilde $\mathfrak{N}_6$ ist

$$\eta^4(\tau) = u_6\prod_{m=1}^{\infty}(1-u_1^m)^4 = \sum_{\substack{m=1 \\ m\equiv 1\,(6)}} b_m u_6^m$$

das bis auf einen konstanten Faktor einzige Differential erster Gattung. Indem man das zugehörige Integral 1. Gattg $w = \frac{\pi i}{3}\int\limits_{\infty}^{\tau}\eta^4(z)dz$ fixiert, normiert man $w(\infty) = 0$, $w(\tau) = u_6 + \frac{b_7}{7}u_6^7 + \frac{b_{13}}{13}u_6^{13} + \cdots$ und legt damit

*). $u_k = u_k(\tau) = e^{2\pi i\frac{\tau}{k}}$ für $k > 0$, $u_k^\lambda(\tau) = u_k(\lambda\tau)$ für reelles λ.

zugleich das zugehörige Periodengitter völlig fest. Da $F_2(\tau) = \sqrt[3]{J(\tau)}$ und $F_3(\tau) = \sqrt{J(\tau) - 1}$ als Hauptfunktionen von N_3 bzw N_2 auf dem Fund.–ber. der N_6 jeden Wert 2 bzw 3–mal annehmen so wie dort ihren einzigen Pol in $\tau = \infty$ (d.h. $w = 0$) in den Ordnungen 2 bzw 3 (gemessen in u_6) haben, macht man den Ansatz $\wp(w) = \alpha_2 F_2$, $\frac{d\wp(w)}{dw} = \alpha_2 F_2' \frac{3}{\pi i}\eta^{-4} = \alpha_3 F_3$ mit numerischen Konstanten α_2, α_3. Dieser bestätigt sich, weil $\frac{J'}{F_2^2 F_3}$ und η^4 im Fund.–ber. der Modulgruppe divisorengleich sind und nach einem Koeffizienten–Vergleich $\frac{J'}{F_2^2 F_3} = \pi i \frac{\alpha_3}{\alpha_2}\eta^4 = -4\pi i\sqrt{3}\eta^4$ gilt. Dies gibt $\alpha_2 = 12, \alpha_3 = -48\sqrt{3}, \wp(w) = 12\sqrt[3]{J(\tau)}, \frac{d\wp(w)}{dw} = -48\sqrt{3}\sqrt{J(\tau) - 1}$

$$\left(\frac{d\wp(w)}{dw}\right)^2 = 4\wp^3(w) - 4 \cdot 12^3$$

Daraus folgt, dass das Periodengitter von $\varrho\xi_3$ und ϱ für ein passendes ϱ aufgespannt wird; $g_3 = 2^8 \cdot 3^3$ gibt $\varrho = \frac{\omega}{\sqrt{12}}$, wo $\omega = 2\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^6}}$; ω ist nach Th. Schneider transzendent.

Im Sinne der Heckeschen Theorie ist η^4 das Differential erster Gattung der sechsten Stufe mit dem Teiler 1 und niedrigstem Koeffizienten 1. Daher hat $D(s, \eta^4) = \sum\limits_{\substack{m=1 \\ m\equiv 1\,(6)}} b_m m^{-s}$ die Eulersche Produkt–Entwicklung

$$D(s, \eta^4) = \prod_p \left(1 - \frac{b_p}{p^s} + \frac{p}{p^{2s}}\right)^{-1} \qquad (p \equiv 1 \bmod 6)$$

Man berechnet b_p aus den bekannten Identitäten von Euler und Jacobi:

$$\eta(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty}{}^{*} (-1)^k u_{24}^{(6k\pm1)^2};\ \text{der } ^* \text{ bedeutet } 6k \pm 1 > 0;$$

$$\eta^3(\tau) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (-1)^\ell (2\ell + 1) u_8^{(2\ell+1)^2},\ \text{sodass}$$

$$\eta^4(\tau) = \sum_{k,\ell=0}^{\infty}{}^{*} (-1)^{k+\ell}(2\ell + 1)u_{24},\ \text{also}$$

$$b_p = \sum_{\substack{k,\ell \geqq 0 \\ 4p=(6k\pm1)^2+3(2\ell+1)^2}}^{*} (-1)^{k+\ell}(2\ell + 1).$$

Von hier aus habe ich elementar weitergerechnet; es ergab sich für $p \equiv 1 \bmod 6$:

$$\begin{array}{ll} b_p = (-1)^{\varepsilon} 2a_0, & \text{wo } p = a_0^2 + 3b_0^2 \text{ mit ganzen } a_0, b_0 > 0 \text{ und} \\ & \varepsilon = 0 \text{ für } a_0 \equiv 1 \bmod 3,\ \varepsilon = 1 \text{ für } a_0 \equiv -1 \bmod 3. \\ (b_p = 0 & \text{für } p \not\equiv 1 \bmod 6.) \end{array}$$

Vergleicht man dies mit Hasse, Vorlesungen §10, so kommt

$$b_p = N\left[y^2 \equiv \nu_p 4(x^3 - 12^3) \bmod p\right] \quad \text{für alle} \quad p > 3,$$

wo ν_p irgend einen Nichtrest mod p bezeichnet. Daher ist für $p > 3$ der p–Faktor des Produkts $\mathsf{D}^{-1}(s, \eta^4)$ gleich dem L–Polynom des Funktionenkörpers $y^2 \equiv \nu_p 4(x^3 - 12^3) \bmod p$.

Mit herzlichen Grüssen Ihr ergebener

H. Petersson

1.20 05.06.1953, Hasse an Petersson

5. Juni 1953

Lieber Herr Petersson,

recht herzlichen Dank für die Aufzeichnungen über die spezielle Kongruenzzetafunktion. Ich hoffe, dass Sie Verständnis dafür haben, dass ich jetzt im Semesterbetrieb wenig Zeit habe, um meinen Plänen auf diesem Gebiet nachzugehen, zumal mich kurz vor Pfingsten ein anderes, an die Arbeit von A. Weil anschliessendes Problem mächtig gepackt hat. Ich benutze die wenigen Stunden, die mir während des Semesters bleiben, um zunächst an diesem Problem weiterzuarbeiten und es zum Abschluss zu bringen. Sowie das geschehen ist, werde ich an Hand Ihrer trefflichen Aufzeichnungen die Theorie der Multiplikatorensysteme, insbesondere das für die 24. Wurzel aus Δ sowie auch den Gegenstand Ihres letzten Briefes aufnehmen und versuchen, auf diesem Gebiet eine Lösung durch die arithmetische Theorie der algebraischen Funktionenkörper zu erzielen.

Den heutigen Brief schreibe ich nicht zuletzt deshalb, dass ich in Ihren Augen nicht den guten Ruf eines stets antwortenden Kollegen verliere.

Beste Wünsche für Glück und Zufriedenheit in Münster

Ihr

H. Hasse

1.21 18.11.1953, Petersson an Hasse

Prof.Dr. H. Petersson
(21 a) Münster W., Tannenbergstr. 25 18.11.53.

Lieber Herr Hasse!

Etwas verspätet darf ich Ihnen zunächst meine herzlichsten Glückwünsche zur Verleihung des Nationalpreises der DDR aussprechen. Obwohl mir bekannt ist, dass frühere Preisträger ein hohes Niveau repräsentieren, möchte ich das Ereignis vornehmlich so auffassen, dass die Verleihung des Preises an Sie entscheidend dazu beitragen wird, das Ansehen dieser Institution zu heben. Man sollte also der Kommission, die über die Preisverleihung entscheidet, zu deren Entschluss, Sie auszuzeichnen, explizit gratulieren. Was die materielle Seite betrifft, so möchte ich Ihnen aufrichtig wünschen, dass es Ihnen möglich ist, ein Äquivalent des Wertes nach Westen zu transferieren.

Ich habe Ihnen noch für die Grüsse der „automorphen Verbundenheit" zu danken, die Sie mir von Mainz sandten. Diese Grüsse haben sich in folgender Richtung als wirksam erwiesen: Ich konnte zeigen, dass die von Ihnen in Ihrer Berliner Akademieschrift (über Klassenzahlen) genannten Kreiseinheiten bei einer Reihe von rationalen Partitionenproblemen auftreten; man erhält diese, indem man die Kongruenzbedingungen für die Summanden der Partitionen in naheliegender Weise mit einer Gruppe $\mathfrak{G}$ teilerfremder Reste mod N verknüpft, die die Restklasse -1 enthält und den Führer N hat. Was so entsteht, ist die genaue Verallgemeinerung meiner Ergebnisse, über die ich in Oberwolfach berichtete (Partitionen mit Resten und Nichtresten mod q als Summanden für Primzahl $q \equiv 1 \bmod 4$); die Verallgemeinerung erstreckt sich auf beliebige reelle absolut–abelsche Zahlkörper anstelle von $\mathsf{P}(\sqrt{q})$.

Das Vormanuskript zur Veröffentlichung dieser Untersuchungen habe ich jetzt fertiggestellt. Da sehr allgemeine Aufgaben über Partitionenanzahlen behandelt werden, wird die Arbeit zwar etwas lang ausfallen; sie hat jedoch in gewisser Hinsicht abschliessenden Charakter. Voraussichtlich kann ich sie bei den Acta mathematica unterbringen; wenn aber die Möglichkeit nicht grundsätzlich auszuschliessen ist, dass sie auch in den Monographien der

Berliner Akademie [1] [2] erscheinen könnte, wäre ich Ihnen für eine Mitteilung in diesem Sinne dankbar.

Wir haben uns in Münster ganz erfolgreich eingelebt. Es geht uns dabei so wie den meisten nicht eingeborenen Kollegen: Alles ist sehr gut bis auf das Klima. Dieses ist überwiegend schauderhaft. Ich frage mich oft, wie man es auf die Dauer anstellen soll, in der lauwarmen Dunstsuppe, die hier die Stelle der Atmosphäre vertritt, zu leben, ohne krank zu werden. Einen erfrischenden Luftzug kann man sich meistens nur dadurch verschaffen, dass man ihn durch Radfahren selber erzeugt, was wir reichlich tun.

Mit herzlichen Grüssen bin ich Ihr sehr ergebener

Hans Petersson.

1. Randnotiz von Hasse zu dieser Referenz: *Naas fragen. Ev. auch Abh. d. Akad.*
2. undeutlich

1.22 25.11.1953, Hasse an Petersson

25. November 1953

Lieber Herr Petersson,

recht herzlichen Dank für die höchst originelle Formulierung Ihrer freundlichen Glückwünsche▸. Ersparen Sie mir bitte die Wiederholung einer der mannigfachen wohlgesetzten Phrasen, die ich als Antwort auf unzählige mir zugegangene Glückwünsche benutzt habe.

Es freut mich sehr, dass Sie die Kreiseinheiten in den Kreis Ihres Partitionenproblems einbeziehen konnten. Ich bin gespannt auf die ausführliche Darstellung Ihrer Ergebnisse. Ob die von Ihnen geplante Veröffentlichung nach Charakter und Inhalt für die Aufnahme in die Monographien des Akademie–Verlages geeignet ist, wird man erst entscheiden können, wenn das Ms vorliegt. Ich müsste auch diese Frage mit den Herausgebern dieser Monographiesammlung in Berlin vorher mündlich klären. Vielleicht wäre eine Veröffentlichung in den Annalen der Berliner Akademie dem Charakter Ihrer Arbeit besser angepasst. Ich glaube, dass ich das durch Vorlage Ihrer Arbeit in einer Plenarsitzung der Akademie unter Hinweis darauf, dass sie mit meinen früheren Veröffentlichungen in Zusammenhang steht, erreichen könnte. Bei diesen Akademieabhandlungen spielt die Umfangsfrage keine Rolle, wie ich überhaupt der Ansicht bin, dass mathematische Arbeiten möglichst breit und verständlich geschrieben werden sollten.

Ihre Klage über das Klima in Münster beeindruckt mich stark. Ich habe bisher immer geglaubt, dass die hiesige Gegend das absolute Minimum an Erträglichkeit oder besser Nichterträglichem darstellt. In diesem Herbst können wir uns im übrigen nicht beklagen. Die Anzahl der Tage, an denen der norddeutsche sandige Boden ein Meer von Schlamm ist, ist bisher recht gering gewesen, nur dass verhältnismässig häufig die Sichtweite auf 30–40 m eingeschränkt ist.

Über die Probleme der Deltatransformation und was damit zusammenhängt, denkt augenblicklich mein Berliner Schüler Schwarze nach, dem ich allerdings laufend durch Rippenstösse nachhelfen muss. Ich gab ihm Ihre damaligen Aufzeichnungen zur Lektüre, damit er sich erst einmal das nötige Niveau erarbeiten kann.

Mit recht herzlichen Grüssen von Haus zu Haus

Ihr

H. Hasse

1.23 08.12.1953, Hasse an Petersson

8. Dezember 1953

Lieber Herr Petersson,

nachdem ich Ende voriger Woche Gelegenheit hatte, mit Prof. Naas von der Berliner Akademie über die von Ihnen geplante Veröffentlichung zu sprechen, möchte ich Ihnen heute sagen, dass nach Ansicht von Herrn Naas eine Veröffentlichung als Monographie der Berliner Akademie doch nicht möglich ist. Die Sache ist nämlich die, dass diese Monographien nur mit einem beträchtlichen Zuschuss aus dem Etat der Akademie gedruckt werden können, da sie ja keinen sehr erheblichen Absatz haben. Nun hatte ich schon vor einiger Zeit mich wegen der Veröffentlichung der grossen, Ihnen ja bekannten Dissertation von C. Meyer an die Akademie gewandt und in diesem Falle allerdings eine Zusage erreicht. Dadurch sind aber die für solche Zwecke zur Verfügung stehenden Mittel bereits in Anspruch genommen, so dass für die nächste Zeit man nicht mit einem zweiten derartigen Wunsch kommen kann. Dies und auch der von Ihnen beschriebene Charakter des Inhalts Ihrer Arbeit haben Herrn Naas dazu bestimmt, wie angegeben zu entscheiden. Dagegen wäre es durchaus möglich, dass ich Ihre Arbeit, wenn sie einmal fertig vorliegt, von mir aus zur Veröffentlichung in den Abhandlungen der Berliner Akademie vorlege. Ich würde das sogar sehr gern tun, lieber als zuzusehen, wie Ihre Untersuchungen in den Acta Mathematica gedruckt werden, deren Leserkreis doch vorwiegend in Skandinavien sitzt und weniger Interesse für Zahlentheorie hat.

Zum Weihnachtsfest Ihnen und den Ihren recht herzliche Wünsche und beste Grüsse auch von meiner Frau

Ihr

H. Hasse

1.24 14.12.1953, Petersson an Hasse

14. 12. 53.

Lieber Herr Hasse!

Ergebensten Dank für Ihre Zeilen vom 8.12.▶!

Inzwischen habe ich begonnen, das Druckmanuskript der angekündigten Arbeit herzustellen. Dabei hat sich — deutlicher als in meiner Erinnerung, nach der ich Ihnen damals schrieb — gezeigt, dass die Arbeit kaum als Monographie anzusehen ist, weil sie dafür zu viele Hinweise auf andere Ergebnisse enthält. Insofern ist also der Entscheid der Berliner Akademie durchaus sachgemäss. Dass die umfangreiche Dissertation von Hrn. C. Meyer, die wohl wirklich eine Monographie genannt werden kann, in dieser Sammlung herauskommt, ist sehr zu begrüssen — einmal wegen der sachlichen Beziehung zu Ihrer Monographie, zum andern, weil vielen eine geschlossene Darstellung sehr erwünscht sein muss.

Ihnen selbst darf ich persönlich für die Verwendung zu meinen Gunsten aufrichtig danken. Ich möchte hinzufügen, dass ich sehr beglückt wäre, wenn es Ihnen gelänge, zu erreichen, dass meine Arbeit in den Abhandlungen der Berliner Akademie erscheint. Ich werde mir erlauben, Ihnen die Arbeit in druckfertigem Zustande im Laufe des Januar 1954 vorzulegen.

Gestatten Sie mir, Ihnen und den Ihren zum Weihnachtsfest meine herzlichen Wünsche, denen sich auch meine Frau anschliesst, zu übermitteln.

Mit den besten Grüssen

Ihr sehr ergebener

H. Petersson.

1.25 18.12.1953, Hasse an Petersson

18. Dezember 1953

Lieber Herr Petersson,

herzlichen Dank für Ihren freundlichen Brief▶. Es freut mich zu hören, dass Sie die vorgeschlagene Veröffentlichung Ihrer angekündigten Arbeit für sachgemäss halten. Es wäre sehr schön, wenn ich das Ms bis zum 1.3.1954 bekommen könnte, damit ich es dann persönlich in den Märztagen in einer Plenarsitzung der Berliner Akademie vorlegen kann. Andernfalls ginge es erst wieder im Oktober.

Indem ich Ihre Weihnachtswünsche auch seitens meiner Frau recht herzlich erwidere und gleichzeitig auch gute Wünsche zum Neuen Jahr mitgebe, bin ich

mit besten Grüssen von Haus zu Haus Ihr

H. Hasse

1.26 07.01.1954, Hasse an Petersson

7. Januar 1954

Lieber Herr Petersson,

den ersten Satz Ihrer Karte vom 30.12. spiele ich mit bestem Dank gleichlautend zurück.

Dem Eingang des Ms zum angegebenen Termin sehe ich gern entgegen.

Mit herzlichen Grüssen von Haus zu Haus Ihr

H. Hasse

1.27 15.02.1954, Petersson an Hasse

15. 2. 1954

Lieber Herr Hasse!

Der Einfachheit halber sende ich die Prüfungsakte W o h l f a h r t direkt Ihnen zu. Mein Gutachten liegt zwischen dem ersten und zweiten Blatt.

Ich hoffe zuversichtlich, dass Sie meine Partitionen–Arbeit bis Ende dieser Woche erhalten werden.

Mit besten Grüssen
Ihr sehr ergebener

H. Petersson

1.28 18.02.1954, Petersson an Hasse

(21a) μW Tannenbergstr. 25, 18. II. 54.

Lieber Herr Hasse,

die genaue Durchsicht der angekündigten Arbeit hat mich doch länger aufgehalten, als ich ursprünglich gedacht hatte. Ich habe jetzt endlich das vollkommen druckfertige Manuskript eingepackt und sende es morgen eingeschrieben an Sie ab. Für den Fall, dass Sie in bequemerer Form, als es Ihnen der in zwei Hinsichten bunte Text gestatten mag, über Einzelheiten unterrichtet werden wollen, stehe ich Ihnen, wenn ich im März nach Hamburg komme, als persönlicher Kommentator gern zur Verfügung; ich werde deshalb das Vormanuskript mitbringen. Ich würde mich auch sonst sehr freuen, Sie wiedersehen zu können.

Mit den besten Grüssen, auch an Ihre Frau Gemahlin

Ihr sehr ergebener

H. Petersson.

1.29 23.02.1954, Hasse an Petersson

23. Februar 1954

Lieber Herr Petersson,

sicherheitshalber schreibe ich auf den Umschlag dieses Briefes nicht die von Ihnen angegebene Adresse μW. — Besten Dank für Ihre Ms–Sendung. Ich werde sie dann in der zweiten Märzwoche mit nach Berlin nehmen und dort in der Akademie für die Abhandlungen vorlegen. Zur genauen Durchsicht fehlt mir im Augenblick bei dem Semesterschlussbetrieb die Zeit. Ich hoffe aber, auf der Fahrt nach Berlin doch noch Gelegenheit zu haben.

Eben ist Herr Wohlfahrt von mir geprüft. Er wusste in der Theorie der Riemannschen Fläche recht gut Bescheid, leider etwas weniger über die speziellen Verhältnisse bei den elliptischen Funktionen. So konnte ich ihm nur gut+ geben. In der Bewertung der Hausarbeit habe ich mich Ihrem sehr gut angeschlossen.

Es wird mich sehr freuen, wenn wir uns im März hier sehen können. Ich bin etwa vom 18.3. ab wieder hier, und wir müssen dann einmal zusammenkommen.

Mit besten Grüssen von Haus zu Haus Ihr

H. Hasse

1.30 29.03.1954, Petersson an Hasse

μW, 29.3.54.

Lieber Herr Hasse,

es hat mir sehr leid getan, dass es mir nicht mehr möglich war, Sie und Ihre Gattin zum Tee aufzusuchen. Ich hatte den Freitag dafür vorgesehen; aber am Freitag morgen erwischte mich ein recht wirksamer Hexenschuss, der meine ganzen Pläne umwarf; Frl. Rauscher hat noch gesehen, wie ich mühsam dahin kroch. Ich konnte nichts anderes tun, als in der Nähe Bekannte aufsuchen, und mich bei ihnen nach einer Einreibung auf ein Heizkissen legen. Das hat dann ganz gut geholfen, aber ich bin doch so schnell wie möglich nach Hause gefahren, um einen möglichen Rückfall hier zu überstehen. Im übrigen hätte ich auch nicht viel länger bleiben können, da ich am Institut zum 1.IV. einen partiellen Personalwechsel vollziehen muss. Der Hexenschuss ist inzwischen vorbei.

Ihnen danke ich nochmals wärmstens für Ihre Verwendung zu Gunsten meiner Partitionen–Arbeit. Wenn ich Sie recht verstanden habe, würden Sie eine zweite, sehr viel konkretere und kürzere Arbeit in die Hamburger Abhandlungen aufnehmen; ich werde sie Ihnen im Laufe des Sommer–Semesters einreichen.

Mit herzlichen Grüssen, auch an Ihre verehrte Gattin

Ihr ergebener

H. Petersson

1.31 11.05.1954, Petersson an Hasse

11.5.54

Lieber Herr Hasse! [1]

Inzwischen nähert sich der Termin der Habilitation Koecher; die Vorfrage in der Fakultät habe ich im vergangenen Semester gestellt, worauf eine Kommission bestimmt wurde und Koecher seinen Antrag einreichte. Ich wäre Ihnen sehr dankbar, wenn Sie mir ein Gutachten über Herrn Koecher zusenden könnten. Dieses braucht weder besonders ausführlich zu sein, noch darf und möchte ich Ihnen eine gründliche Betrachtung der Koecherschen Arbeiten zumuten. Ich wäre nur sehr erfreut, von Ihnen, wenn Sie eine gute Meinung von dem jungen Manne haben, diese Ihre Meinung in einer Ihnen vertretbar erscheinenden Nachdrücklichkeit formuliert zu sehen. Als Unterlagen übersende ich Ihnen noch Koechers letzten Sonderdruck und die Einleitung zu seiner Habilitationsschrift. Die ganze Schrift, die in der beiliegenden Schreibart 75 Seiten lang ist, habe ich mir von Koecher in zahlreichen vielstündigen Sitzungen genauestens darstellen lassen.

Ich möchte auch Herrn Deuring noch um ein Gutachten bitten und deshalb Sie bitten, Herrn Deuring die beiliegende Einleitung ohne Kommentar zusenden zu lassen; er wird auf die Sendung bis dahin vorbereitet sein.

Mit herzlichen Grüssen Ihr sehr ergebener

H. Petersson

1. Vermerk von Hasse: *Durch Frl Braun u. mich erl. 21.5.54*

1.32 31.10.1954, Petersson an Hasse

μW, 31.X.54.

Lieber Herr Hasse,

für Ihre Sonderdrucke möchte ich Ihnen meinen wärmsten Dank ausdrücken. Ich habe sie bisher nur flüchtig ansehen können, hoffe aber, im Laufe der Zeit zu einem genaueren Einblick zu kommen. Was ich schmerzlicher bedaure, ist, dass ich vorläufig nicht sehe, wie ich von meinen eigenen Arbeiten aus in die Nähe dieser Theorien gelangen kann, die mir besonders anziehend und bedeutungsvoll erscheinen.

Gleichfalls danke ich Ihnen noch für Ihre Karte mit dem Blick auf den Hamburger Rathausturm. Ich sehe zwar restlos ein, dass die innere und die äussere Ruhe die Hauptsache ist, aber ich möchte nicht verschweigen, dass die Zahlentheorie in Amsterdam unter Ihrer Abwesenheit gelitten hat. Meine Versuche, die stagnierende Atmosphäre in der Diskussion zu beleben, hatten nur mässigen Erfolg. Die allgemeine Tendenz in den Sitzungen schien, stumm dazusitzen und die Vorträge ablaufen zu lassen.

In Hamburg hat mich auf meine Bitte Dr. Meyer nochmals die Umrisse seiner Klassenzahltheorie, die ich nicht mehr im Gedächtnis hatte, referiert. Ich fragte ihn daraufhin, ob er bereit sei, in Münster über Dedekindsche Summen vorzutragen, ein Thema, das den hier relativ bescheidenen Vorkenntnissen entspräche. Nachdem ich jetzt das Honorar beantragte, werde ich ihn voraussichtlich bald einladen können. Als Termin würde ich einen Freitag im Januar vorschlagen; ich hoffe, dass dies mit Ihren Dispositionen vereinbar sein wird.

Hier ist es ganz gemütlich; zwar ärgert mich ein Ischiasnerv, aber die Arbeitsruhe hat dadurch, dass sich gewisse kollegiale Beziehungen etwas abgekühlt haben, beträchtlich zugenommen.

Mit den besten Grüssen von Haus zu Haus Ihr aufrichtig ergebener

H. Petersson

1.33 05.01.1955, Hasse an Petersson

5. Januar 1955

Lieber Herr Petersson,

zugleich im Namen meiner Frau und auch für die Ihre recht herzlichen Dank für Ihre freundlichen Neujahrswünsche. Die auf der Karte angedeuteten Resultate über Partitionen scheinen ja in der Tat recht bemerkenswert zu sein. Man kann Sie auch dazu beglückwünschen. Mit wenig Zeit aber umso freundschaftlicheren Gefühlen

Ihr

H. Hasse

1.34 28.06.1955, Petersson an Hasse

Münster (Westf.), 28.6.55

Lieber Herr Hasse!

a. Wann kommt Herr Cassels nach Münster?

b. Haben C. Meyer oder Leopoldt etwas zu meiner Frage an Sie gesagt?

c. An der Gruppentagung in Oberwolfach kann ich nicht teilnehmen.

d. Herzliche Grüsse, auch Ihrer Gattin, Ihr sehr ergebener

H. Petersson[1]

1. Notiz von Hasse: *Telefonisch erl. 30.6.55*

1.35 20.10.1955, Hasse an Petersson

20. Oktober 1955

Lieber Herr Petersson,

seien Sie herzlichst bedankt für Ihre freundliche Nachfrage bei meiner Frau nach meinem Gesundheitszustand. Dass ich die Antwort selbst übernehme, wird Ihnen schon zeigen, dass das Schlimmste überwunden ist. Nach dem Herzinfarkt Ende August musste ich zunächst 6 Wochen fest in einer Hannoveraner Klinik liegen (der Herzanfall traf mich auf der Rückkehr vom Süden in der Nähe von Hannover). Inzwischen bin ich nach Hause zurückgekehrt, und es geht mir so weit gut, nur muss ich mich noch sehr schonen, darf erst Anfang des Jahres wieder Vorlesungen halten und werde künftighin meine Aktivität überhaupt ganz erheblich reduzieren müssen. Beibehalten möchte ich allein die amtlichen Pflichten und die rein wissenschaftliche Forschung im engeren Sinne. Vielleicht ist dies in der Bilanz sogar auf der Gewinnseite zu buchen. Es tut mir leid, dass Ihr Sturz vom Fahrrad so schwere Folgen gehabt hat. Hoffentlich sind Sie inzwischen wieder ganz gesund, und es bleibt nichts zurück.

Mit besten Grüssen bin ich Ihr

H. Hasse

1.36 12.12.1955, Petersson an Hasse

12.12.55

Lieber Herr Hasse,

für Ihre freundlichen Zeilen▶, die mich sehr beruhigt haben, danke ich Ihnen wärmstens. Dass Sie Ihre Belastung reduzieren müssen, darf man in der Tat als einen wesentlichen Gewinn ansehen, und so möchte ich zuversichtlich auf weitere Fortschritte in Ihrer Wiederherstellung hoffen.

Unter normalen Umständen hätte ich eine Abhandlung, die ich jetzt den Math. Nachrichten zum Druck eingereicht habe, primär Ihnen vorgelegt, insbesondere auch deshalb, weil ich Sie mehrmals zitiere. Ich habe die Arbeit jedoch mit Rücksicht auf Ihre Tendenzen der Entlastung — und hoffentlich mit Ihrem Einverständnis — E. Schmidt direkt zugeleitet. Ich darf Ihnen und Ihrer Gattin, auch von meiner Frau, meine besten Wünsche zum Fest und zum Jahreswechsel senden. Mit herzlichen Grüssen

Ihr ergebener

H. Petersson

1.37 20.12.1955, Hasse an Petersson

20. Dezember 1955

Lieber Herr Petersson,

recht herzlichen Dank für Ihre Nachricht. Es wäre vielleicht doch besser gewesen, wenn Sie die Abhandlung entweder mir oder H.L. Schmid eingereicht hätten, denn bei Erhard Schmidt ist nicht ganz ausgeschlossen, dass die Einsendung unterschneidet oder längere Zeit liegen bleibt. Wir wollen hoffen, dass seine Hausdame Frl. Ehrlich gemerkt hat, um was es sich handelt und dies Unglück zu verhindern gesucht hat. Wissen Sie übrigens, dass Erhard Schmidt am 13.1. seinen 80. Geburtstag feiern wird. Ich glaube, man sollte ihm doch gratulieren.

Mit besten Grüssen und Festtagswünschen von Haus zu Haus Ihr

H. Hasse

1.38 13.07.1956, Hasse an Petersson

13. Juli 1956

Lieber Herr Petersson,

im November d.J. jährt sich zum 6. Male der Tag, an dem sich Herr Dr. Schoeneberg habilitiert hat. Wir Hamburger Mathematiker haben in der Fakultät beantragt, Herrn Schoeneberg zu diesem Tage zum apl. Professor zu ernennen. Die Fakultät legt bei derartigen Anträgen grossen Wert darauf, eine wissenschaftliche Begutachtung von namhaften auswärtigen Fachkollegen zu bekommen. Zugleich im Namen der Herren Collatz, Sperner und Witt möchte ich Sie daher sehr bitten, uns ein solches Gutachten über die wissenschaftlichen Arbeiten des Herrn Schoeneberg zu geben. Ich lege Ihnen zu Ihrer Orientierung ein vollständiges Verzeichnis seiner wissenschaftlichen Arbeiten bei. Von den meisten werden Sie ja wohl Sonderdrucke zur Verfügung haben.

Mit bestem Dank im Voraus für Ihre Bemühungen und guten Wünschen für die bald beginnenden Ferien

Ihr

H. Hasse

–Anlage–

1.39 20.07.1956, Petersson an Hasse

20.7.56

Lieber Herr Hasse,

mit bestem Dank bestätige ich Ihr Schreiben vom 13. Juli 1956▶. Ich kann Ihnen ein Gutachten fest zusagen für einen Termin im Oktober; gegenwärtig bin ich etwas zu sehr durch andere Tätigkeiten beansprucht. Wie Sie die Dinge schildern, möchte ich annehmen, dass es Ihnen ausreicht, das Gutachten in der ersten Fakultätssitzung des kommenden Wintersemesters zur Verfügung zu haben.

Indem ich Ihre Ferienwünsche herzlich erwidere, bin ich mit den besten Grüssen

Ihr sehr ergebener

H. Petersson.

1.40 24.07.1956, Hasse an Petersson

24. Juli 1956

Lieber Herr Petersson,

herzlichen Dank für Ihre Zeilen▶. Ich verstehe, dass Sie für ein derartiges Gutachten einige Zeit brauchen, möchte Sie aber doch bitten, das Gutachten nach Möglichkeit bis Mitte Oktober in meine Hände zu geben. Es reicht nämlich nicht aus, dass es in der 1. Fakultätssitzung des Wintersemesters zur Verfügung ist. Wir brauchen es vielmehr für unsere Kommission, die in der zweiten Oktoberhälfte *vor* dieser Fakultätssitzung tagen und alles vorbereiten soll.

Mit besten Wünschen für die Ferien und mit herzlichen Grüssen

Ihr

H. Hasse

1.41 28.09.1956, Petersson an Hasse

28.9.56

Lieber Herr Hasse,

anbei das gewünschte Gutachten. Ich habe mich bemüht, das Positive hervorzuheben, ohne die Objektivität zu beeinträchtigen. Andrerseits habe ich nicht alles gesagt, was gesagt werden könnte, sodass auch für Sie noch Argumente übrig bleiben. Sollten Sie im Hinblick auf den Verwendungszweck eine Änderung oder Ergänzung für nötig halten, so schicken Sie mir bitte den Text mit eingetragenen Hinweisen zurück.

Ich habe mich sehr gefreut, dass ich Sie und Ihre Gattin in Wien etwas ausführlicher sprechen konnte.

Mit herzlichem Gruss

Ihr ergebener

H. Petersson

1.42 16.05.1960, Hasse an Petersson

16. 5. 1960

Lieber Herr Petersson,

Es ist die Zeit gekommen, wo man *Curt Meyer* zum a.o. Prof. in Vorschlag bringen kann. Bei der Gelegenheit brauchen wir, wie Sie wohl wissen einige *auswärtige* Gutachten. Ich wäre Ihnen, der Sie ja Meyer noch aus Ihrer Hamburger Zeit kennen, sehr dankbar, wenn Sie sagten, was Sie von Ihrem Blickwinkel aus von seinen Arbeiten halten.

Im voraus herzlichen Dank!

Mit besten Grüßen von Haus zu Haus

Ihr

H. Hasse

1.43 03.06.1960, Petersson an Hasse

3.6.60

Lieber Herr Hasse,

nachdem es mir geglückt ist, mich im gegenwärtigen Semester vom akademischen Unterricht beurlauben zu lassen, sitze ich procul negotiis in den österreichischen Alpen und versuche eine Synthese von Bergsteigen und Mathematik zu realisieren. Wenn man die letztere sehr nachdrücklich betreibt, ist das Verfahren recht anstrengend und man findet mit den üblichen 24^{h} pro Tag kaum ein Auskommen. Aber der mathematische Effekt ist doch sehr erheblich, was das Unternehmen rechtfertigt.

Da ich annehme, dass Sie mein Gutachten noch im Laufe dieses Semesters brauchen, habe ich damit nicht bis nach meiner Rückkehr nach Münster gewartet. Ich hoffe, dass es Ihnen in der beiliegenden Form nützt.

Mit herzlichen Grüssen von Haus zu Haus Ihr ergebener

H. Petersson

1.44 20.06.1961, Petersson an Hasse

20.6.1961

Lieber Herr Hasse,

mein Schüler Dr. D. Pumplün hat in seiner Dissertation die von mir angeschnittene Frage der Zerlegung des Kreisteilungspolynoms weiter bearbeitet und ist dabei zu schönen Resultaten gelangt. Diese berühren sich teilweise mit Ihrer Monographie über die Klassenzahlen abelscher Zahlkörper, die Herr Pumplün natürlich mehrfach benutzt und zitiert. Von einem seiner Resultate möchte ich meinen, dass es Sie interessieren könnte und Herr Pumplün hat es daher herausgezogen; ich lege seinen Text bei.

Mit herzlichen Grüssen Ihr ergebener

H. Petersson

1.45 23.06.1961, Hasse an Petersson

23. Juni 1961

Lieber Herr Petersson!

recht herzlichen Dank für die Zusendung des Auszuges aus der Dissertation Ihres Schülers Pumplün. Das sind ja wirklich sehr reizvolle Ergebnisse. Ich möchte Ihnen zu einem so intelligenten Schüler gratulieren. Vielleicht darf ich mir die Anregung erlauben, dass Sie oder Herr Pumplün diese Ergebnisse auch Herrn Dr. H.W. Leopoldt (Erlangen, Albert Ruppstr. 11) bekannt geben, der ja in der letzten Zeit ebenfalls Kongruenzaussagen über Klassenzahlen abelscher Zahlkörper nach einem ganz allgemeinen Prinzip hergeleitet hat.

Mit herzlichen Grüssen

Ihr sehr ergebener

H. Hasse

1.46 23.08.1963, Petersson an Hasse

z.Zt. Tiers (Prov. Bolzano) 23.8.63

Sehr verehrter, lieber Herr Hasse! [1]

Wenn ich mich recht erinnere, feiern Sie am 25.8. die 65. Wiederkehr Ihres Geburtstages. Zu diesem Jubiläum sende ich Ihnen meine herzlichsten Wünsche — die ich zugleich mit meinen Wünschen für eine lange und erfolgreiche Fortsetzung Ihrer Forschungsarbeiten verbinde. Besonders hoffe ich, dass sich Ihre Gesundheit erhält und stärkt; in unserem Alter ist dies die entscheidende Bedingung.

Ich würde mich sehr freuen, Sie und Ihre verehrte Gattin in nicht zu langer Zeit zu sehen. Kommen Sie 1964 nach Graz?

Mit herzlichen Grüssen

Ihr ergebener

H. Petersson

1. Randnotiz von Hasse: *Gedankt mit Weihn. Karte 1963*

1.47 08.11.1963, Petersson an Hasse

Münster (Westf.), den 8.11.63

Sehr verehrter Herr Hasse!

Es wäre mir wichtig, von Ihnen ein Gutachten über meinen Schüler Dr. K. Wohlfahrt zu erhalten. W. hat, wie seine rein mathematischen Arbeiten ausweisen, als Modulfunktionär begonnen (Sie erinnern sich vielleicht, ihn im Diplomexamen geprüft zu haben), sich später in die Begriffssprache der digitalen Rechenmaschinen eingearbeitet und hier längere Zeit die Rechenanlage betreut. Seit mehreren Semestern ist er wieder an meinem Institut tätig. Er arbeitet an einer größeren Untersuchung über Normalteiler der Modulgruppe, aus der sich eine gute Habilitationsschrift zu entwickeln verspricht.

Die Fakultät diskutiert ihn für die Besetzung eines neuen Lehrstuhls für instrumentelle Mathematik. Bei der Beratung in der Kommission zeigte sich, daß die auswärtigen Fachgutachter übereinstimmend die noch verfügbaren Nachwuchskräfte, von einer Ausnahme abgesehen, für die Übernahme eines Lehrstuhls als noch nicht völlig ausgereift bezeichneten. Wohlfahrt war von ihnen nicht genannt worden, da bekannt ist, daß er noch nicht habilitiert ist. Mir käme es ganz wesentlich darauf an, in ihm für diesen Lehrstuhl einen Kollegen zu gewinnen, der auch von der eigentlichen Mathematik etwas versteht, und ich lege deshalb auf Ihr Gutachten den größten Wert.

Die beigefügte Publikationsliste ist nicht lang, und die meisten Arbeiten sind kurz, was z.T. darauf beruht, daß W. seine Darlegungen sehr stark komprimiert. Eine bedeutsame Leistung ist 3.; den hier (de facto zum ersten Male) bewiesenen Satz habe ich unzählige Male angewendet. Die beigefügten Erläuterungen hat W. auf meine ausdrückliche Bitte verfaßt; sie betreffen die vorletzte Abhandlung und seine neuen noch nicht abgeschlossenen Untersuchungen.

Mit herzlichem Gruß Ihr sehr ergebener

H. Petersson

1.48 11.11.1963, Hasse an Petersson

11.11.1963

Lieber Herr Petersson,

Ich erhielt Ihren freundlichen Brief vom 8.11.▸ in Sachen Dr. Wohlfahrt und auch das nachträglich zugesandte Schriftenverzeichnis. Ich verstehe Ihre Situation und möchte Ihnen auch sehr gerne helfen. Aber es ist mir wirklich nicht möglich, mich in einer solchen Frage gutachtlich über Arbeiten zu äußern, von deren Inhalt und Bedeutung ich im Grunde nichts verstehe. Gibt es denn nicht kompetentere Gutachter, so etwa Koecher, Maaß und vor allem C. Meyer? Im letzteren Falle würde ich, wenn Ihnen aus taktischen Gründen daran liegt, daß mein Name mit ins Gewicht fällt, bereit sein, ein paar Zeilen unter das Fachgutachten zu setzen, wie man es als Korreferent bei Promotion oder Habilitation tut. Ich würde Sie aber bitten, Meyer selbst um des Gutachtens anzugehen, weil das der formal richtige Weg ist, auf dessen Einhaltung er immer großen Wert legt. Aus diesem Grunde lege ich Ihnen auch Schriftenverzeichnis und W.s Erläuterungen hier wieder bei, damit Sie sie dem zu schreibenden Brief beilegen können.

Mit freundlichen Grüßen

Ihr

H. Hasse

1.49 28.10.1974, Petersson an Hasse

D44 μ Ochtrupweg 42, 28.10.74

Lieber Herr Hasse:

Zunächst möchte ich Ihnen sagen, dass ich sehr froh darüber bin, dass meine letzte Arbeit (Konstruktionsprinzipien für $\cdots$) der Widmung entsprechend am 25.8. [1] herausgekommen ist. Ich befürchtete eine längere Wartezeit. Ich hoffe jetzt stark, Ihnen in nicht zu ferner Zeit die letzte Abhandlung dieser Richtung vorlegen zu können; sie bezieht sich auf die Bestimmung der zweispitzigen Kongruenzgruppen und ist demgemäss sehr viel stärker zahlentheoretisch orientiert.

Ich komme jetzt zu Ihnen mit der Bitte um „Amtshilfe“ in folgender Sache:

Während meines Aufenthaltes in Madison (Wisc.) lernte ich Herrn H Gunji näher kennen; er war mir von Ihnen dadurch empfohlen worden, dass Sie mich gebeten hatten, ihn und Hrn. McQuillan [2] zu grüssen. Gunji ist ein sehr bescheidener und betont zurückhaltender Mann. Ich sehe ihn regelmässig in Vorlesungen und Seminaren, hatte aber zunächst kaum Kontakt mit ihm. Bei Gelegenheit jedoch eines kleinen Kongresses hielt er einen Vortrag über eine noch unveröffentlichte neue Untersuchung aus der Theorie der elliptischen Funktionenkörper über Konstantenkörpern von Primzahlcharakteristik, und dieser Vortrag schien mir nach Inhalt und Art der Darstellung auf einem sehr hohen Niveau zu stehen. Meine sehr positiven Äusserungen über diesen Vortrag brachten mir den Auftrag ein, ein Gutachten über Herrn G. zu verfassen, das bei Beratungen über „promotion“ verwendet werden kann.

Hier sehen die Dinge für Herrn G. nicht günstig aus. Er zeigt eine gewisse Öffentlichkeitsscheu. Er hat mehreres zusammen mit Hrn MacQuillan, allein offenbar so gut wie nichts publiziert. Ich hörte, er habe Ihnen ein längeres Manuskript für Crelle's Journal eingereicht, das von der Redaktion zum Druck angenommen wurde, dieses Manuskript dann zurückerbeten und nicht wieder vorgelegt. Ich habe es jetzt erhalten (On the torsion subgroups of elliptic curves over p–adic fields). Es betrifft einen anderen Gegenstand als den des o. gen. Vortrages.

1. undeutlich
2. undeutlich

Meine Möglichkeiten, G. fachlich fundiert zu beurteilen, sind — insbesondere in literarischer Hinsicht — zu gering. Andrerseits sehe ich im Zusammenhang mit der Lage der Kollegen in den USA durchaus ein, dass man etwas für ihn tun sollte, falls die engere Fachwelt ihn positiv beurteilt. Ich wäre Ihnen sehr zu Dank verbunden, wenn Sie mir die Beurteilung des Manuskripts mit dem o. gen. Titel durch die Redaktion von Crelle's Journal oder — was mir natürlich lieber wäre — Ihre eigene Auffassung mitteilen könnten. Das Manuskript kann ich Ihnen natürlich, sobald ich weiss, wohin, zusenden. Ein weiteres Manuskript, das Herr Gunji jetzt für den Druck vorbereitet und Ihnen voraussichtlich für Crelles J. vorlegen wird, bezieht sich auf seine neue Theorie, über die er vor wenigen Monaten in Madison vorgetragen hat.

Ich hoffe, es ist mir gelungen, Ihnen darzulegen, warum ich mich an Sie wende; ich tue es in der Hoffnung, Ihre Arbeitsleistung nicht wesentlich zu beanspruchen. Ich schliesse mit den besten Wünschen für Ihr persönliches Wohlergehen und mit herzlichen Grüssen als Ihr sehr ergebener

Hans Petersson

1.50 28.10.1974, Hasse an Petersson

28.10.1974

Lieber Herr Petersson,

Auch ich kenne Hiroshi Gunji gut, schon von seinem Vortragsbesuch in San Diego 1971 und dann von einem Besuch in Madison 1972. Das Manuskript der fraglichen Arbeit

On the torsion subgroup of elliptic curves on p–adic fields

liegt seit dem 8.1.1969 bei mir und wartet darauf, daß sein Autor die kleine Ergänzung, die wir auf Roquettes Gutachten hin von ihm erbeten hatten, einliefert. Mahnungen erfolgten durch mich

18.9.69 brieflich, Mai 1971 mündlich in San Diego, April 1972 mündlich in Madison,

blieben aber bis heute ohne Erfolg.

Auch ich halte Gunji nach meinem persönlichen Eindruck für einen sehr guten Forscher und Lehrer, der eine Förderung (promotion) längst verdient hat. Für ein fachliches Gutachten fühle ich mich jedoch nicht zuständig. Wenn auch das Wort „p–adic" in obigem Titel Sie dazu verführt hat, das zu glauben, so widerspricht dem das Wort „curves" in diesem Titel. Würde stattdessen „function fields" stehen, so wäre das anders; jedoch von der neueren Entwicklung der algebraischen Geometrie verstehe ich nur wenig. Deshalb habe ich damals auch Roquette um eine Begutachtung des Gunjischen Manuskripts gebeten. Ich lege Ihnen den ganzen Schriftverkehr, den ich wegen Gunjis Arbeit geführt und erhalten habe, hier im Original bei, *m.d.B.u.R.*, weil sonst dieser Brief endlos (und für mich auch einigermaßen mühsam) würde. Sie finden darunter auch Roquettes gutachtliche Äußerung. Wenn Ihnen diese nicht genügt, würde ich empfehlen, sich erneut an Roquette zu wenden.

Ein USA–Mathematiker, von dem Sie ein glanzvolles Gutachten über Gunji bekommen können, ist auch

Prof. Gordon Prichett, Hamilton College, Clinton, NY 13323.

Was ich über Gunji weiß, stammt im wesentlichen von ihm. Er war 1970–1971 mein Kollege in San Diego.

Bei Crelles Journal haben wir z.Zt. eine strenge Annahmesperre, nachdem unser Rückstau auf 30 Monate und mehr angewachsen war. Ausgenommen sind nur ganz seltene Fälle, z.B. Beweise einer der noch offenen großen Vermutungen, oder wenn von langer Hand ein Versprechen im voraus gegeben war. Wir hoffen, den Rückstau innerhalb dieses und des nächsten Jahres dadurch auf ein normales Maß ($\leqq 12$ Monate) zurückdrücken zu können. Die Arbeitsbelastung, die mir durch die vielen Ablehnungen eingehender Manuskripte erwächst, ist allerdings beträchtlich. Annahmen erfolgen nach „Schema F“ viel mechanischer und glatter.

Mit herzlichen Grüßen Ihr

H. Hasse

1.51 28.01.1975, Petersson an Hasse

D44 μ Ochtrupweg 42, 28.1.75

Lieber Herr Hasse:

Vor ein paar Tagen habe ich endlich das von mir seitens des Math. Department in Madison, Wisc., erbetene Gutachten über Prof Hiroshi Gunji fertiggestellt und abgeschickt. Es hat mich ziemlich viel Mühe gekostet, mich in die gemeinsamen Arbeiten von Gunji und MacQuillan einzulesen, aber ich habe schliesslich davon durchaus profitiert. Ihr Urteil war dennoch entscheidend wichtig; denn auch mein sehr günstiger Eindruck kann täuschen, indem Ihnen das, was mir am besten gefällt, aus ganz anderer Quelle längst bekannt ist.

Die eigentliche Schwierigkeit bei Gunji war, dass er als alleiniger Autor ausser den Ihnen bekannten beiden Abhandlungen nichts vorzuweisen hatte. Hier war ich infolge eigener Inkompetenz fast völlig auf Hilfe von aussen angewiesen. Diese Hilfe habe ich weit überwiegend durch ihre Vermittlung erhalten; das Geringste, was ich jetzt tun kann, ist, Ihnen sehr herzlich und nachdrücklich dafür zu danken.

In meinem Gutachten habe ich schliesslich nach sorgfältiger Abwägung Ihr — zunächst nur auf Ihrem persönlichen Eindruck beruhendes — Urteil bestätigt und dieses sozusagen als Schlussformel überreicht: Sie schrieben, G. sei ein sehr guter Forscher und Lehrer, der eine „promotion“ längst verdient hat.

Vielleicht darf ich bei dieser Gelegenheit noch ein paar Worte hinzufügen, die sich auf mein früher erwähntes Publikationsprojekt beziehen, die Konstruktion zweispitziger Kongruenz–Untergruppen der Modulgruppe mit Spitzenbreiten q, n, wo $q = 1$ oder Primzahl und $n \geqq q$; das Letztere ist natürlich nur eine schwache Bedingung. Diese Gruppen werden vollständig konstruiert, und ich finde die Resultate (die ich mir nicht ausgesucht habe) — wenn ich ehrlich sein darf — einigermassen faszinierend. Die Untersuchung ist längst abgeschlossen, ich kann sie aber dennoch nicht bald zum Druck vorbereiten, weil andere Projekte vorher abgeschlossen werden müssen. Trotzdem möchte ich dieses Projekt Ihnen ankündigen, weil ich Wert darauf lege, die Abhandlung in Crelles Journal zu veröffentlichen — im Hinblick auf Ihr Interesse an diesen Dingen und drei frühere Arbeiten dieser Richtung in Crelles Journal. Es besteht aber natürlich nicht die geringste Aussicht darauf, dass mein obiges Projekt mit der gegenwärtigen Annahmesperre bei Crelle kollidieren könnte. — Dies zur Klärung der Situation,

Mit herzlichen Grüssen Ihr sehr ergebener

H. Petersson

1.52 17.12.1976, Petersson an Hasse

17.12.76

Lieber Herr Hasse: [1]

Zu meinem Bedauern habe ich in Hamburg gehört, dass ich nicht die Gelegenheit haben würde, Sie zu sehen. Es ist schade, dass Sie verhindert waren, Herr Maass hat einen wunderbaren Vortrag gehalten. — Ich bedaure auch sehr, dass ich in der nächsten Zeit nicht dazu kommen werde, eine in mancher Hinsicht abschliessende Untersuchung über Kongruenzgruppen mit zwei Spitzenbahnen, die in die Reihe meiner in Crelle's Journal erschienenen Arbeiten gehört, aufzuschreiben.

Herzliche Grüsse und Wünsche zum Fest und für das Jahr $3 \cdot (660 - 1)$! (660 ist die Ordnung einer einfachen Gruppe); zugleich von meiner Frau!

Ihr ergebener

H. Petersson

1. Notiz von Hasse: *ged. m. Weihnachtsk. 21.12.76*

1.53 14.10.1977, Petersson an Hasse

Ochtrupweg 42, D44 μ, 14 X

Lieber Herr Hasse: [1]

Über die Glückwünsche zu meinem Jubiläumsgeburtstag, die Sie mir liebenswürdigerweise übersandten, habe ich mich intensiv gefreut, und ich danke Ihnen aufs herzlichste dafür. Soweit es sich um gute Wünsche für meine Gesundheit handelt, die ich durchaus brauchen kann, möchte sie sogleich erwidern; und ich hoffe, dass ich noch zu einigen Ihrer Jubiläen Gelegenheit haben werde, Ihnen die Erhaltung einer bis dahin guten Gesundheit zu wünschen.

Mit dem Gedächtnis hat man natürlich seinen Ärger. Wäre ich öfter dazu verurteilt, Vorträge über allgemeine Themen zu halten, würde mich das ständige Entschlüpfen gewisser Fremdworte — oft genug der einzig angemessenen Ausdrücke — zur Verzweiflung treiben. — Bei dieser Gelegenheit fällt mir unser Freund $\boxed{\text{Stothers}}$ ein. Seine zweite Fassung war auch miserabel, obwohl deutlich besser, als die erste. Er ist aber doch reichlich seltsam. — Ich sitze immer noch an Darstellungsanzahlen durch ganzzahlige quadratische Formen und denke mit Wehmut an eine fertige aber nicht publizierte Untersuchung über Kongruenzgruppen mit (genau) 2 Spitzenbahnen. In dieser Untersuchung, die ich selbstverständlich bei Crelle publizieren möchte, kommt nicht das geringste Bischen Analysis vor. — Mit herzlichen Grüssen und nochmals herzlichem Dank

Ihr sehr ergebener Hans Petersson.

1. Eingangsstempel vom 27.10.77

Kapitel 2

Weiteres Material zu Hasse/Petersson

2.1 undatiert, Manuskript von Petersson: Multiplikator–Systeme und Charaktere

Multiplikator–Systeme und Charaktere

$\boxed{\S 1}$ a. Gruppe $\mathfrak{R}$

a. Es sei $\mathfrak{R}$ die Gruppe der Matrizen $S = S^{(2,2)} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mit reellen a, b, c, d und $|S| = ad - bc = 1$ — Bezeichnungen:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathsf{D}_\lambda = \begin{pmatrix} \lambda^{-1} & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \quad \text{für} \quad \lambda > 0, \quad U^\xi = \begin{pmatrix} 1 & \xi \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ für reelles } \xi;$$

für ganzes ξ ist U^ξ die ξ–te Potenz von $U \equiv U^1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Bei Untersuchungen über die Modulgruppe tritt noch $T = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ auf. Ferner schreiben wir

$$-S = \begin{pmatrix} -a & -b \\ -c & -d \end{pmatrix} \quad (S \text{ in } \mathfrak{R}), \quad \underline{S} = \{c, d\} \quad (S = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ in } \mathfrak{R})$$

Zu jeder reellen Zeile $\{m_1, m_2\} \neq \{0, 0\}$ gibt es ein M in $\mathfrak{R}$ mit $\underline{M} = \{m_1, m_2\}$. Für M und M^* gilt dann und nur dann

$$\underline{M^*} = \underline{M}, \quad \text{wenn } M^* = U^\xi M \text{ mit einem reellen } \xi.$$

b. $\arg(m_1\tau + m_2)$

b. Es sei $\tau = x + iy$ eine komplexe Variable mit $y = \mathfrak{Im}(\tau) > 0$. Für beliebige reelle $m_1, m_2 \neq 0, 0$ definiere man $\arg(m_1\tau + m_2)$ durch

$$-\pi < \arg(m_1\tau + m_2) \leqq +\pi \quad (y > 0).$$

Dies besagt (immer für $y > 0$):

$$0 < \arg(\tau - \mu) < +\pi \quad (\mu \text{ reell})$$

$$\arg(m_1\tau + m_2) = \arg(\tau + \frac{m_2}{m_1}) + \frac{\pi}{2}(\operatorname{sgn} m_1 - 1)$$
$$= \left\{ \begin{array}{ll} \arg(\tau + \frac{m_2}{m_1}) & \text{für } m_1 > 0 \\ \arg(\tau + \frac{m_2}{m_1}) - \pi & \text{für } m_1 < 0 \end{array} \right\}$$
$$\arg(m_1\tau + m_2) = \arg m_2 = \frac{\pi}{2}(1 - \operatorname{sgn} m_2)$$
$$= \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{für } m_2 > 0 \\ \pi & \text{für } m_2 < 0 \end{array} \right\} \quad \text{wenn } m_1 = 0.$$

Für S in $\mathfrak{R}$, $S = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ schreiben wir $S_\tau = S(\tau) = \frac{a\tau+b}{c\tau+d}$.
Das Gebiet $y > 0$ heiße $\mathfrak{H}$.

c. $w(M, S)$

c. Es sei $\{m_1, m_2\}$ reell $\neq \{0, 0\}$, $S = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ in $\mathfrak{R}$, $\{m_1', m_2'\} = \{m_1, m_2\}S$. Aus $m_1 S\tau + m_2 = \frac{m_1'\tau + m_2'}{c\tau+d}$ folgt

$$\arg(m_1 S + m_2) = \arg(m_1'\tau + m_2') - \arg(c\tau + d) + 2\pi w$$

wo $w = 0, \pm 1$. Wir schreiben $w = w(M, S)$, wo M in $\mathfrak{R}$ mit $\underline{M} = \{m_1, m_2\}$. $w(M, S)$ hängt von der zweiten Zeile von M ab und ist in dieser homogen von der Dimension 0 für positive Faktoren:

$$w(M, S) = w(U^\xi M, S) = w(\mathsf{D}_\lambda M, S) \quad \text{für } \xi \text{ reell, } \lambda > 0.$$

Es gilt das Assoziativgesetz

$$w(M_1 M_2, M_3) + w(M_1, M_2) = w(M_1, M_2 M_3) + w(M_2, M_3)$$

außerdem $w(M, U^\xi) = w(M, \mathsf{D}_\lambda) = 0$, also

$$w(M, SU^\xi) = w(M, S\mathsf{D}_\lambda) = w(M, S) \quad \text{für } \lambda > 0, \ \xi \text{ reell.}$$

w hängt also nur von der ersten Spalte von S und von dieser wie oben homogen ab. Es gilt ferner $w(M, S) = w(S, M)$ für $MS = SM$. Natürlich ist $w(M, I) = w(I, S) = 0$

d. Werte von $w(M, S)$ d. Werte $w(M, S)$

α. $c \neq 0$;

$$
\begin{array}{lll}
1.\ m_1 \neq 0 \neq m_1' & w(M,S) & = \frac{1}{4}\{\operatorname{sgn} m_1 + \operatorname{sgn} c - \operatorname{sgn} m_1' - \operatorname{sgn} m_1 c m_1'\} \\
 & & = \left\{ \begin{array}{lll} +1 & \text{für} & m_1 > 0,\ c > 0,\ m_1' < 0 \\ -1 & \text{für} & m_1 < 0,\ c < 0,\ m_1' > 0 \\ 0 & \text{sonst} & \end{array} \right\} \\
2.\ m_1 = 0 \neq m_1' & w(M,S) & = \frac{1}{4}(1 - \operatorname{sgn} m_2)(1 + \operatorname{sgn} c) \\
 & & = \left\{ \begin{array}{lll} 1 & \text{für} & m_2 < 0,\ c > 0 \\ 0 & \text{sonst} & \end{array} \right\} \\
3.\ m_1 \neq 0 = m_1' & w(M,S) & = -\frac{1}{4}(1 - \operatorname{sgn} m_1)(1 - \operatorname{sgn} c) \\
 & & = \left\{ \begin{array}{lll} -1 & \text{für} & m_1 < 0,\ c < 0 \\ 0 & \text{sonst} & \end{array} \right\}
\end{array}
$$

β. $c = 0$;

$$
\begin{array}{lll}
1.\ m_1 \neq 0 \neq m_1' & w(M,S) & = \frac{1}{4}(1 + \operatorname{sgn} m_1)(1 - \operatorname{sgn} a) \\
 & & = \left\{ \begin{array}{lll} 1 & \text{für} & m_1 > 0,\ a < 0 \\ 0 & \text{sonst} & \end{array} \right\} \\
2.\ m_1 = 0 = m_1' & w(M,S) & = \frac{1}{4}(1 - \operatorname{sgn} m_2)(1 - \operatorname{sgn} a) \\
 & & = \left\{ \begin{array}{lll} 1 & \text{für} & m_2 < 0,\ a < 0 \\ 0 & \text{sonst} & \end{array} \right\}
\end{array}
$$

e. MpS v

e. Γ sei eine diskrete Untergruppe von $\mathfrak{R}$, $f(\tau)$ eine beliebige Funktion von τ, die in $\mathfrak{H}$ mit möglicher Ausnahme einer isolierten Punktmenge erklärt ist; die Menge werde durch Anwendung der $L = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$ aus Γ in sich übergeführt. Man erkläre

$$(m_1\tau + m_2)^r = e^{r \log(m_1\tau + m_2)} \quad \text{mit} \quad -\pi < \arg(m_1\tau + m_2) \leqq +\pi$$

für τ in $\mathfrak{H}$ und ein festes komplexes r. Wie muß man die Konstanten $v(L)$ (L in Γ) bestimmen, damit — bei beliebigem f der genannten Art —

$$f(L\tau) = v(L)(\gamma\tau + \delta)^r f(\tau) \quad \text{für alle} \quad L = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \text{ in } \Gamma$$

und alle Nicht–Ausnahme–τ in $\mathfrak{H}$ zutreffen kann?

Man setze $\sigma^{(r)}(M,S) = \sigma(M,S) = e^{2\pi i r w(M,S)}$ (M, S in $\mathfrak{R}$). Dann folgt

$$v(I) = 1 \qquad v(L_1L_2) = \sigma(L_1,L_2)v(L_1)v(L_2) \quad \text{für} \quad L_1 \text{ und } L_2 \text{ in } \Gamma.$$

Wenn überdies $-I \subset \Gamma$, so folgt noch $v(-I) = e^{-\pi i r}$ (da $(-1)^r = e^{\pi i r}$)
Wir nehmen oBdA an, daß stets $-I$ in Γ. Def: Die $v(L)$ (L in Γ) bilden ein MpS $[\Gamma, -r]$, wenn $v(-I) = e^{-\pi i r}$ und $v(L_1L_2) = \sigma^{(r)}(L_1,L_2)v(L_1)v(L_2)$ für L_1, L_2 in Γ. Ist v in $[\Gamma, -r]$, so gilt stets $v \neq 0$. Eine ausgezeichnete Rolle spielen

α die $v > 0$ für rein imaginäres r.
β die v mit $|v| \equiv 1$ für reelles r.
γ die v mit $r \equiv 0 \bmod 1$ bilden einen geraden bzw ungeraden abelschen Charakter auf Γ je nachdem $r \equiv 0$ oder $\equiv 1 \bmod 2$.

$\boxed{\S 2}$ a. Kanon. Erzeugende

a. Eine Grenzkreisgruppe[1] Γ von erster Art ist eine $-I$ enthaltende Untergruppe von $\mathfrak{R}$ die der Gruppe der D`[...]`transformationen des folgenden Uniformisierungsproblems entspricht: Man konstruiere die universelle Überlagerungsfläche $\mathfrak{U}$ über einer geschlossenen Riemannschen Fläche mit höchstens endlich vielen Relativ–Verzweigungen. Es seien deren σ_0 von unendlicher Ordnung und e_0 von endlichen Ordnungen vorgelegt. Über diesen hängen je ℓ_k Blätter der kanonisch aufgeschnittenen Riemannschen Fläche zyklisch zusammen ($\ell_k \geqq 2$, $1 \leqq k \leqq e_0$). Ist p_0 das Geschlecht, $q_0 \equiv \sigma_0 + \sum_{k=1}^{e_0} \left(1 - \frac{1}{\ell_k}\right)$ das Verzweigungsmaß, so nenne man $\varrho^0 = p_0 - 1 + \frac{1}{2}q_0$ den Rang von $\mathfrak{U}$. Die konforme Abbildung von $\mathfrak{U}$ auf $\mathfrak{H}$ ist dann und nur dann möglich, wenn $\varrho^0 > 0$. Dabei geht jedes Blatt der aufgeschnittenen Riemannschen Fläche in einen (sog kanonischen) Fundamentalbereich $\mathfrak{F}$ von Γ über. — Bei der Modulgruppe ist $p_0 = 0$, $\sigma_0 = 1$, $e_0 = 2$, $\ell_1 = 2$, $\ell_2 = 3$.

Es durchlaufe ζ_j die (den unendlichen Verzweigungspunkten entsprechenden) parabolischen Fixpunkte (Spitzen) von $\mathfrak{F}$, ω_k die (den endlichen Verzweigungspunkten entsprechenden) elliptischen Fixpunkte (Ecken) von $\mathfrak{F}$ ($1 \leqq$

1. undeutlich

$j \leqq \sigma_0$, $1 \leqq k \leqq e_0$). Man bestimme die den Überschreitungen der Verzweigungsschnitte[2] entsprechenden parabolischen und elliptischen Substitutionen und wähle repräsentierende Matrizen in Γ

$$P_j \text{ zu } \zeta_j \text{ gemäß } P_j\zeta_j = \zeta_j;\ P_j = A_j^{-1}U^{N_j}A_j \text{ mit } \zeta_j = A_j^{-1}\infty,\ A_j \subset \mathfrak{R},\ N_j > 0,$$

$$E_k \text{ zu } \omega_k \text{ gemäß } E_k\omega_k = \omega_k;\ \underline{E_k} = \{e_{k1}, e_{k2}\} \text{ mit } e_{k1}\overline{\omega_k} + e_{k2} = e^{\frac{\pi i}{\ell_k}},\ e_{k1} < 0;$$

ferner den der Überschreitung der Rückkehrschnitte[3] entsprechenden hyperbolischen Substitutionen mit den Matrizen G_ν, H_ν ($1 \leqq \nu \leqq p_0$) mit der Normierung $S_pG_\nu > 0$ $S_pH_\nu > 0$.

Dann gilt: Γ kann als Gruppe mit den Erzeugenden

$$-I,\ P_j\ (1 \leqq j \leqq \sigma_0),\ E_k\ (1 \leqq k \leqq e_0),\ G_\nu,\ H_\nu\ (1 \leqq \nu \leqq p_0)$$

und den definierenden Relationen

$$(-I)^2 = I,\ E_k^{\ell_k} = -I\ (1 \leqq k \leqq e_0),$$
$$\prod_{j=1}^{\sigma_0} P_j \prod_{k=1}^{e_0} E_k \prod_{\nu=1}^{p_0} G_\nu H_\nu G_\nu^{-1} H_\nu^{-1} = (-I)^{\sigma_0+e_0}$$

aufgefaßt werden. Die Faktoren in den Produkten sind nach wachsenden Indizes anzuordnen.

Beispiele:

Modulgruppe: Erzeugende U, E_1, E_2 mit $E_1^2 = E_2^3 = -I$, $UE_1E_2 = -I$

$E_1 = -T$, $E_2 = -TU^{-1}$. — Theta–Gruppe: Erzeugende U^2, P_2, E_1 mit $U^2P_2E_1 = E_1^2 = -I$ realisiert durch $P_2 = A^{-1}UA$ mit $A = TU$, also $P_2 = U^{-2}T$, $E_1 = -T$.

b. b. Konstr. der MpS.

Ist v ein MpS $[\Gamma, -r]$, so folgt $v(E_k) = e^{\pi i\frac{r}{\ell_k} + 2\pi i\frac{a_k}{\ell_k}}$ mit ganzen a_k ($0 \leqq a_k \leqq \ell_k - 1$) Setzt man noch $v(P_j) = e^{2\pi i\kappa_j}$ ($0 \leqq \mathfrak{Re}\,\kappa_j < 1$), so erhält man aus der letzten Relation in a.

$$\sum_{j=1}^{\sigma_0} \kappa_j + \sum_{k=1}^{e_0} \frac{a_k}{\ell_k} \equiv r\varrho^0 \bmod 1.$$

2. undeutlich
3. undeutlich

Umgekehrt ist diese Relation für die Existenz eines MpS v in $[\Gamma, -r]$ hinreichend. Speziell können die $v(G_\nu)$, $v(H_\nu)$ $(1 \leqq \nu \leqq p_0)$ willkürlich vorgegeben werden. In den Fällen $\sigma_0 > 0$ zerfällt also die Menge $[\Gamma, -r]$ aller v zu $[\Gamma, -r]$ in $\prod\limits_{k=1}^{e_0} \ell_k$ getrennte multiplikative Scharen, die sich durch die Systeme $\{a_1, a_2, \ldots, a_k, \ldots\}$ unterscheiden. Jedes v ist in seiner Schar auf ein System von $2p_0 + \sigma_0 - 1$ willkürlichen Parametern $\neq 0$ umkehrbar eindeutig bezogen. Betrachtet man nur die v mit $|v| \equiv 1$ für reell vorgegebenes r, so gilt das gleiche, wenn man den Parametern die Bedingung auferlegt, daß sie den Betrag 1 haben sollen.

Beispiele: Γ = Modulgruppe $\Gamma(1)$. Man setze $v(U) = e^{2\pi i\kappa}$. Dann ist $\kappa + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3} \equiv \frac{r}{12}$ mod 1 die genannte notwendige und hinreichende Bedingung; es gibt mithin genau 6 MpS $[\Gamma(1), -r]$ entsprechend $a_1 = 0, 1$; $a_2 = 0, 1, 2$. Das MpS der Funktion $\eta(\tau) = e^{\frac{\pi i \tau}{12}} \prod\limits_{m=1}^{\infty} (1 - e^{2\pi i m\tau})$ hat $r = \frac{1}{2}$, $a_1 = a_2 = 0$, $\kappa = \frac{1}{24}$. $\Gamma =$ [...] Gruppe Γ_ϑ. Man setze

$$v(U^2) = e^{2\pi i\kappa_1},\; v(P_2) = e^{2\pi i\kappa_2},\; v(E_1) = v(-T) = e^{\pi i \frac{r}{2}}(-1)^a \quad (a = 0, 1)$$

Dann kommt als Bedingung $\kappa_1 + \kappa_2 + \frac{a}{2} \equiv \frac{r}{4}$ mod 1. Das MpS der Funktion $\vartheta(\tau) = \sum\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{\pi i m^2\tau}$ hat $r = \frac{1}{2}$, $\kappa_1 = 0$, $\kappa_2 = \frac{1}{8}$, $a = 0$.

Allgemein gilt, wenn v_1 in $[\Gamma, -r_1]$, v_2 in $[\Gamma, -r_2]$: $v_1 v_2$ in $[\Gamma, -(r_1 + r_2)]$, $\frac{v_1}{v_2}$ in $[\Gamma, -(r_1 - r_2)]$.

c. c.Fktnentheorie

Beziehungen zu den automorphen Formen: $\{\Gamma, -r, v\}$ bezeichnet die Gesamtheit der in $\mathfrak{H}$ bis auf mögliche Pole regulären $f = f(\tau)$ mit $f(L\tau) = v(L)(\gamma\tau + \delta)^r f(\tau)$ für L in Γ, $\underline{L} = \{\gamma, \delta\}$. Man verbietet die Häufung der Pole gegen eine (beliebige) Spitze ζ von Γ im Raum zwischen zwei Orthogonalkreisen durch ζ. — Entwicklung in der Umgebung von ζ: Wir unterdrücken den obigen Index j schreiben also $P = A^{-1}U^N A$ für die parabolische Erzeugende oder eine zu ihr nach Γ äquivalente Matrix, $v(P) = e^{2\pi i\kappa}$ $(0 \leqq \mathfrak{Re}\,\kappa < 1)$, $A \subset \mathfrak{R}$, $\underline{A} = \{a_1, a_2\}$. Man zeigt leicht daß $(a_1 A^{-1}\tau + a_2)^r f(A^{-1}\tau) = g_A(\tau)$ die Eigenschaft $g_A(U^N\tau) = g_A(\tau + N) = e^{2\pi i\kappa} g_A(\tau)$ hat und daß daher $f(\tau) = (a_1\tau + a_2)^{-r} \sum\limits_m b_{m+\kappa}(A, f) e^{2\pi i(m+\kappa)\frac{A\tau}{N}}$ gesetzt werden kann; die Reihe konvergiert für hinreichend kleine $|t|$, wo $t = e^{2\pi i \frac{A\tau}{N}}$. Es wird gefordert daß

$b_{m+\kappa}(A,f) = 0$ für $m < m_0$ bei passendem ganzem m_0. Es ist also κ der Bruchbestandteil der Exponenten von t in der Entwicklung von f bei $\tau = \zeta$. Daher $\kappa = \frac{1}{24}$ $(f = \eta)$, $\kappa_1 = 0$ $(f = \vartheta)$, $\kappa_2 = \frac{1}{8}$ ($f = \vartheta$; letzteres aus der Transformation, die ϑ mit $\sum e^{\pi i \left(m+\frac{1}{2}\right)^2 \tau}$ in Beziehung setzt; Transformation nach Art der obigen ∞ Reihendarstellung von f) — Sei ω ein elliptischer Fixpunkt von Γ, also $= \omega_k$ oder $L\omega_k$ mit L in Γ. Das analog bestimmte E erfüllt $e_1\overline{\omega} + e_2 = e^{\frac{\pi i}{\ell}}$, $e_1 < 0$ für $\underline{E} = \{e_1, e_2\}$, $E\omega = \omega$; der Index k werde unterdrückt, sodaß $v(E) = e^{\pi i \frac{r}{\ell} + 2\pi i \frac{a}{\ell}}$ $(0 \leqq a \leqq \ell-1$, a ganz). Die Ortsvariable zu Γ und ω ist $t = \left(\frac{\tau-\omega}{\tau-\overline{\omega}}\right)^\ell$ und f gestattet eine Entwicklung

$$f(\tau) = (\tau - \overline{\omega})^{-r} \sum_{n=n_0}^{\infty} b_{\ell n + a} \left[\left(\frac{\tau - \omega}{\tau - \overline{\omega}}\right)^\ell\right]^{\left(n + \frac{a}{\ell}\right)},$$

sodaß $\frac{a}{\ell}$ den Rest mod 1 der Exponenten von t in dieser Entwicklung bedeutet. Daraus folgt $a = 0$ wenn $f(\tau)$ in $\tau = \omega$ regulär und $\neq 0$ ist. (vgl oben $a_1 = a_2 = a = 0$ bei $f = \eta$ bzw $f = \vartheta$)

$\boxed{\S 3}$ a. Erweiterung

a. Es sei $\mathfrak{Z}$ eine multiplikative Gruppe komplexer Zahlen mit $e^{2\pi i r} \subset \mathfrak{Z}$, Γ eine `[...]`gr von 1. Art. Wir betrachten die Paare (A, α) mit $A \subset \Gamma$, $\alpha \subset \mathfrak{Z}$ und komponieren gemäß

$$(A,\alpha)(B,\beta) = (AB, \frac{\alpha\beta}{\sigma(A,B)}, \quad \sigma = \sigma^{(r)} \text{ nach } \S 1, \text{e.}$$

Diese Komposition ist assoziativ (S 2 oben), es ist $(I,1)(A,\alpha) = (A,\alpha)(I,1) = (A,\alpha)$ und $\big(A,\alpha)(A^{-1}, \alpha^{-1}\sigma(A,A^{-1})\big) = \big(A^{-1}, \alpha^{-1}\sigma(A,A^{-1})\big)(A,\alpha) = (I,1)$ (nach §1, c. Schluß) die Untergruppe der (I,λ) ist zu $\mathfrak{Z}$ isomorph; wegen

$$(I,\lambda)(A,\alpha) = (A,\alpha)(I,\lambda) = (A,\alpha\lambda) \quad \big(\text{speziell } (A,\alpha) = (A,1)(I,\alpha)\,\big)$$

ist diese Untergruppe Normalteiler. Zwei Paare (A,α) und (B,β) liegen genau dann in der gleichen Nebengruppe, wenn $A = B$. Denn (A,μ) durchläuft die Nebengruppe von (A,α) wenn μ $\mathfrak{Z}$ durchläuft. Das Produkt der Nebengruppen von (A,α) und (B,β) ist die durch AB bestimmte Nebengruppe. — Ergebnis: Sei $\mathfrak{Z}^\Gamma$ die Gruppe der (A,α) (A in Γ, α in $\mathfrak{Z}$). $\mathfrak{Z}^\Gamma$ besitzt den zu $\mathfrak{Z}$ isomorphen Normalteiler $\mathfrak{Z}_1$ der (I,λ) (λ in $\mathfrak{Z}$). Dieser bleibt bei Transformation mit einem beliebigen Element von $\mathfrak{Z}^\Gamma$ elementweise fest. Die

Faktorgruppe $\mathfrak{Z}^\Gamma/\mathfrak{Z}_1$ ist zu Γ isomorph, die Nebengruppe von (A,α) besteht aus allen (A,μ), μ in $\mathfrak{Z}$.

b. Jeder abelsche Charakter χ auf $\mathfrak{Z}^\Gamma$ induziert einen Charakter $\omega = \omega_\chi$ auf $\mathfrak{Z}$ gemäß $\omega(\lambda) = \chi\big((I,\lambda)\big)$ (λ in $\mathfrak{Z}$). Man hat dann

$$\chi\big((A,\alpha)\big) = \chi\big((A,1)\big)\omega(\alpha) = u(A)\omega(\alpha),$$

wo $u = u_\chi$ auf Γ durch $u(A) = \chi\big((A,1)\big)$ erklärt ist und der Komposition

$$u(A,B) = \Big[\chi\big((AB,1)\big) = \chi\Big((A,1)(B,1)\big(I,\sigma(A,B)\big)\Big) =\Big]$$
$$\omega\big(\sigma(A,B)\big)u(A)u(B)$$

genügt. Umgekehrt sei $\omega(\alpha)$ als Charakter auf $\mathfrak{Z}$ und u gemäß der Vorschrift auf Γ gegeben, wobei $u(I) \neq 0$. Man setze

$$\chi\big((A,\alpha)\big) = u(A)\omega(\alpha)$$

Dann haben ω und u genau die vorher fixierte Bedeutung $\omega = \omega_\chi$, $u = u_\chi$.

u genügt genau dann der Komposition

$$u(AB) = \sigma(A,B)u(A)u(B)$$

der MpS $[\Gamma,-r]$, wenn ω der identische Charakter $\omega(\lambda) = \lambda$ (λ in $\mathfrak{Z}$) ist und $\mathfrak{Z}$ möglichst eng gewählt wird, nämlich $\mathfrak{Z}$ = Gruppe der Potenzen von $e^{2\pi ir}$. Damit u ein MpS $[\Gamma,-r]$ sei, muß noch die Normierung $u(-I) = e^{-\pi ir}$ erfüllt werden. Aus der Darstellung von $u(AB)$ und $\sigma(-I,-I) = e^{2\pi ir}$ (§1, d. β. 2.) folgt $u(-I) = \pm e^{-\pi ir}$.

c. 2 Beispiele von expliziten MpS.

Für ganze a, b mit $(b,2a) = 1$ erkläre man die folgenden Legendre–Jacobi–Symbole:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^* = \left(\frac{a}{|b|}\right),\ \left(\frac{a}{b}\right)_* = \left(\frac{a}{|b|}\right)\sigma_{a,b},\ \sigma_{a,b} = (-1)^{\frac{\operatorname{sgn} a-1}{2}\frac{\operatorname{sgn} b-1}{2}} \quad (a \neq 0)$$

und $\left(\frac{0}{\pm 1}\right)_* = 1$. Dabei hat $\left(\frac{a}{|b|}\right)$ die übliche Bedeutung. — Reziprozität für $a \equiv b \equiv 1$ (2):

$$\left(\frac{a}{b}\right)^*\left(\frac{b}{a}\right)_* = \left(\frac{a}{b}\right)_*\left(\frac{b}{a}\right)^* = (-1)^{\frac{a-1}{2}\frac{b-1}{2}};$$
$$\left(\frac{-1}{b}\right)_* = (-1)^{\frac{b-1}{2}}, \quad \left(\frac{2}{b}\right)^* = \left(\frac{2}{b}\right)_* = (-1)^{\frac{b^2-1}{8}}.$$

$\left(\frac{a}{b}\right)^*$ ist periodisch als Funktion von a mod $|b|$, $\left(\frac{a}{b}\right)_*$ als Funktion von b mod $4|a|$.

1. Setzt man $\eta(S\tau) = \lambda(S)(c\tau + d)^{\frac{1}{2}}\eta(\tau)$, so wird mit $\xi_n = e^{\frac{2\pi i}{2n}}$ für natürliches n:

$$\lambda(S) = \xi_4^{-c}\xi_{12}^{(a+d)c-bd(c^2-1)}\lambda_0(S),$$
$$\begin{cases} \lambda_0(S) = \left(\frac{d}{c}\right)^* & (c \equiv 1 \bmod 2) \\ \lambda_0(S) = \left(\frac{c}{d}\right)_* i^{-(c-1)\frac{d-1}{2}} & (d \equiv 1 \bmod 2) \end{cases}$$

wenn S beliebig in $\Gamma(1)$, $\underline{S} = \{c, d\}$.

2. Setzt man $\vartheta(\tau) = \sum\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{\pi i m^2 \tau}$ so gilt $\vartheta(S\tau) = v_\vartheta(S)(c\tau + d)^{\frac{1}{2}}\vartheta(\tau)$, wenn $S \subset \Gamma_\vartheta$, d.h. wenn entweder $a \equiv d \equiv 0$ (2) oder $b \equiv c \equiv 0$ (2). Dann gilt $v_\vartheta(S) = \xi_4^{b+ad}\left(\frac{d}{c}\right)^*$ für $a \equiv d \equiv 0$ (2), $v_\vartheta(S) = \xi_4^{d-1}\left(\frac{c}{d}\right)_*$ für $b \equiv c \equiv 0$ (2).

2.2 undatiert, Fragmentarische Aufzeichnungen von Hasse zu elliptischen Funktionen.

Identitäten: $\boxed{1}$ 12 Bl.

$$\begin{aligned} j_3 &= \sqrt[3]{j} = \frac{12g_2}{\sqrt[3]{\Delta}} = \frac{12g_2}{\sqrt[6]{\Delta}^2} \\ j_2 &= \sqrt[2]{j-12^3} = \frac{3\sqrt{3}g_3}{\sqrt[2]{\Delta}} = \frac{3\sqrt{3}g_3}{\sqrt[6]{\Delta}^3} \end{aligned}$$

Zwischen beiden Funktionen besteht Gleichung

$$j_2^2 = j_3^3 - 12^3$$

Sie def. (neuen!) ell. Funkt. Kp. über $\mathsf{R} = \Omega(j)$ (Ω vorbehalten). Dessen ganzes Diff. ist $\frac{dj_3}{j_2}$.

$$j \cong \frac{\mathfrak{z}_3}{\mathfrak{u}}, \qquad j - 12^3 \cong \frac{\mathfrak{z}_2}{\mathfrak{u}} \qquad (\mathfrak{z}_2, \mathfrak{z}_3, \mathfrak{u} \text{ Primdiv. 1. Grades von } \mathsf{R}/\Omega)$$

In

$$K = \mathsf{R}(j_2, j_3)$$

gilt:

$$j \cong \frac{\mathfrak{Z}_2^3}{\mathfrak{A}^6}, \quad j - 12^3 \cong \frac{\mathfrak{Z}_3^2}{\mathfrak{A}^6}$$

$$\left.\begin{array}{lll} \mathfrak{A} & \text{Primdiv.} & \text{1. Gr.} \\ \mathfrak{Z}_2 & \text{ganzer} & \text{2. Gr.} \\ \mathfrak{Z}_3 & \text{ganzer} & \text{3. Gr.} \end{array}\right\} \quad \text{von } K/\Omega \text{ also}$$

$$j_3 \cong \frac{\mathfrak{Z}_2}{\mathfrak{A}^2}, \quad j_2 \cong \frac{\mathfrak{Z}_3}{\mathfrak{A}^3}$$

es entspr.

$$\mathfrak{A} \longleftrightarrow \sqrt[6]{\Delta}, \quad \mathfrak{Z}_2 \longleftrightarrow g_2, \quad \mathfrak{Z}_3 \longleftrightarrow g_3$$

$\boxed{2}$

Diff. 1. Gatt. von K/Ω ist $\sqrt[6]{\Delta}$
Entw. bei $\mathfrak{A}$, Potenzen in $e^{2\pi i\tau}$

Dirichl. Reihe mit gl. Koeffiz.
(hat Eulersches Produkt)
Dies letztere = Prod. der Rezipr. L–Fkt zu Fkt. Kp.

□□□

$\boxed{\text{I}}$

$$j = \frac{2^6 3^3 g_2^3}{\Delta}\,, \quad j - 2^6 3^3 = \frac{2^6 3^6 g_3^2}{\Delta}\,, \quad \Delta = g_2^3 - 3^3 g_3^2$$
$$j_2 = \sqrt[3]{j} = \frac{2^2 3 g_2}{\Delta_{12}^4}\,, \quad j_3 = \sqrt[2]{j - 2^6 3^3} = \frac{2^3 3^3 g_3}{\Delta_{12}^6}$$
$$\wp'^2 = 2^2 \wp^3 - g_2 \wp - g_3\,, \quad \frac{d\wp}{\wp'} = du$$
$$x = \frac{2^2 3^2 \wp}{\Delta_{12}^2}\,, \quad y = \frac{2^2 3^3 \wp'}{\Delta_{12}^3}\,, \quad \frac{dx}{y} = \frac{1}{3}\Delta_{12} du$$
$$y^2 = x^3 - 3^3 j_2 x - 2\, 3^3 j^3$$
$$(j =)\ j_3^2 = j_2^3 - 2^6 3^3$$

In
$$\mathsf{K} = \mathsf{P}(j_2, j_3)$$
hat man
$$j_2 \cong \frac{\mathfrak{g}_2}{\mathfrak{u}^2}\,, \quad j_3 = \frac{\mathfrak{g}_3}{\mathfrak{u}^3}\,.$$
Demnach entsprechen die Modulformen g_2, g_3, Δ_{12}^2 der Dimensionen $-4, -6,$ -2 den Divisoren $\mathfrak{g}_2, \mathfrak{g}_3, \mathfrak{u}$ von K/P der Grade $2, 3, 1$.

2.3 16.10.1955, Petersson an C. Hasse

16.X.55

Liebe gnädige Frau!

Vor kurzem hörte ich von einer schweren Erkrankung Ihres Gatten. Ich wäre Ihnen sehr zu Dank verbunden, wenn Sie Ihrem Gatten sagen würden, dass ich ihm von Herzen eine baldige gute Besserung wünsche und dass ich mich über nichts mehr freuen würde, als über eine Nachricht, aus der hervorgeht, dass seine völlige Wiederherstellung bald zu erwarten ist. Dürfte ich Sie bitten, mich, falls Ihre Zeit es irgend gestattet, darüber kurz zu unterrichten, wie es ihm und Ihnen jetzt geht?

Uns geht es hier, nachdem wir einen herrlichen August im Zelt an der Eckerförder Bucht verbracht haben, abgesehen von mir relativ gut. Ich habe leider vor drei Wochen einen Sturz mit dem Fahrrad vollzogen, der sich in seinen Folgen als nicht ganz harmlos erwies; erst seit gestern beginne ich mich wieder einigermassen gesund zu fühlen.

Mit den besten Grüssen und Wünschen an Sie und Ihren Gatten, auch von meiner Frau

Ihr ergebener

H. Petersson