Die Korrespondenz Helmut Hasse – Hanna von Caemmerer (verh. Neumann)

t – fertig transkribiert, k – nach Tippfehlern durchgesehen

Version vom 12.10.2006
Letztmalig geändert am 12.10.2006

Quelltext: hascae_061012.tex
übersetzt am 15. März 2007

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Die Korrespondenz Hasse–v.Caemmerer

1.1 Vorbemerkung

`[...]` steht als Platzhalter für Text, der nicht oder nicht eindeutig zu entziffern war.[1]
□□□ steht für ausgestrichene, aber lesbare Passagen.[2]

[1] erreichbar mit `\xxx`
[2] erreichbar mit `\boxes`

1.2 22.08.1938, v.Caemmerer an Hasse

8, Southwood Lane
Highgate Village
London N 6

22. 8. 38.

Sehr geehrter Herr Professor!

Als ich nach Semesterschluss nach Berlin kam, erfuhr ich, dass ich, aus familiären Gründen, wahrscheinlich meine Arbeit in Göttingen abbrechen müsse, also im Winter nicht nach Göttingen zurückkommen könne. Nun habe ich eben hierher — ich verbringe zur Zeit einen Erholungsurlaub bei einer Bekannten in London — von zu Hause endgültige Nachricht bekommen, dass ich leider tatsächlich meine Absicht, in Göttingen zu arbeiten und den Doktor zu machen, vorläufig aufgeben muss, und ich teile Ihnen dies umgehend mit, damit Sie rechtzeitig Bescheid wissen.

Ich hoffe sehr, in der folgenden Zeit doch noch weiterhin zum Arbeiten zu kommen, und ich wäre Ihnen dankbar, wenn ich mich auch dann noch gelegentlich mit Fragen oder auch mit der Mitteilung von Ergebnissen an Sie wenden dürfte. Ich glaube, dass ich dank der vielfachen Anregungen und Ratschläge, die Sie mir während meines Aufenthalts in Göttingen gegeben haben, und für die ich Ihnen noch einmal meinen besonderen Dank aussprechen möchte, auch allein und neben anderen Dingen weiterarbeiten kann, sodass die Zeit in Göttingen trotz des vorzeitigen Abreisens für mich ein grosser Gewinn war.

Ich schicke Ihnen gleichzeitig Ihre Notizen zurück, die Sie mir zur Verfügung gestellt hatten. Darf ich Sie dabei darauf aufmerksam machen, dass auf S. 6 ein Irrtum ist? Zwei verschiedene Primdivisoren $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{P}' \neq \mathfrak{P}$ können gemeinsame Primstellen $\mathfrak{p}$ mit $\mathfrak{p}/\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{p}/\mathfrak{P}'$ haben (im Allgemeinen sogar unendlich viele; geometrisch sind es die zwei irreduziblen Mannigfaltigkeiten gemeinsamer Punkte), und ein Element a mit $a \equiv 0 \bmod \mathfrak{P}$ und $\frac{1}{a} \equiv 0 \bmod \mathfrak{P}'$ ist dann für $\mathfrak{p}$ eine Unbestimmtheitsstelle. Z. B. haben im rationalen Fkt. Körper $k(x_1, x_2)$ die den Primpolynomen $x_1 + x_1$ und $x_1 - x_2 - 2$ zugeordneten Primdivisoren $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{P}'$ die gemeinsame Primstelle $\mathfrak{p}$, die durch $(x_1, x_2) \longrightarrow (1, -1)$ definiert ist. — In dem Satz II. zur Distributionenlehre (S. 9) kann man wohl nur verlangen, dass $a_1^\star, \ldots, a_g^\star$ algebr. unabhängig sind und den Hauptnenner $\mathfrak{N}$ haben, andernfalls wäre ja gerade wegen II. z. B.

schon $a_g^\star$ (ganz) algebraisch abhängig von $a_1^\star \cdots a_{g-1}^\star$. Ich glaube allerdings, man wird, um II. zu zeigen, den Zusammenhang zwischen[1] den Primdivisoren $\mathfrak{P}$ bzgl. $x_1 \cdots x_g$ und den Primdivisoren $\mathfrak{P}'$ bzgl. einer anderen Transzendenzbasis $x_1' \cdots x_g'$ brauchen. Ich hoffe, mir das in der nächsten Zeit noch genau überlegen zu können. I ist leicht zu beweisen; ich schicke Ihnen den Beweis mit, ferner den Beweis der Behauptung über „Einsetzungen" im Abelschen Funktionenkörper (Ausarb. v. W. S. 37/38, S. 131/132).

Mit nochmaligem Dank für Ihre freundliche Unterstützung und Ihre Anregungen bei meiner Arbeit in Göttingen, und mit Empfehlungen an Ihre Frau Gemahlin bin ich

Ihre sehr ergebene

Hanna v. Caemmerer.

[1] undeutlich

1.3 26.08.1938, Hasse an v.Caemmerer

26. 8. 38

Liebe Frl. v. Caemmerer,

Es tut mir sehr leid, aus Ihrem Brief zu entnehmen, dass Sie sich gezwungen sehen, Ihre Arbeit in Göttingen zunächst aufzugeben. Sie schreiben in Ihrem Brief▶ nichts Näheres über die Gründe. Sollte es so sein, dass Sie es finanziell nicht weiter durchführen können, so würde ich gerne versuchen, Ihnen zu helfen. Dazu wüsste ich gerne, unter welchen Bedingungen Sie in der Lage wären, doch wieder hierherzukommen. Ich fände es wirklich sehr schade, wenn nun aus den allen den Ansätzen nichts würde. Also bitte lassen Sie mich doch bald noch ein Wort hören. Ich will alles versuchen, Ihnen zu helfen, wenn es in meiner Macht liegt.

Ihre Aufzeichnungen habe ich kurz durchgesehen. Sie scheinen mir in Ordnung. Ich muss allerdings noch alles im Einzelnen prüfen, was bei nächster Gelegenheit geschehen wird. Augenblicklich bin ich mit den letzten Ausfeilungsarbeiten an Band 1 meines Buches beschäftigt. Das Ms. selbst ist seit drei Wochen abgeschlossen, und damit ist mir ein grosser Stein von der Seele genommen. Im September fahre ich erst zum Deutschen Kongress nach Baden–Baden und dann nach Finnland und Schweden.

Herzlichen Dank auch für den Hinweis auf den offensichtlichen Fehler in meinen eigenen Aufzeichnungen. Die beiden Beweise, die Sie mir geschickt haben, sind in meinen Augen sehr wichtig für den Fortgang der Theorie. Ich hoffe im Wintersemester die Zeit zu finden, mich dieser meiner eigentlichen Forschungstätigkeit wieder mit voller Kraft zu widmen, und ich denke, dass dann dabei Ihre beiden Beweise sehr nützlich sein werden.

Für Ihren Erholungsaufenthalt in England wünsche ich Ihnen alles Gute. Mit herzlichen Grüssen und in der Hoffnung, dass Sie vielleicht doch noch im Winter wieder hier sein können, Ihr

H. Hasse

1.4 02.09.1938, v.Caemmerer an Hasse

8, Southwood Lane
Highgate Village
London N 6

2. 9. 38.

Sehr geehrter Herr Professor!

Sehr vielen Dank für Ihren freundlichen Brief▸, insbesondere für Ihr Angebot, mir im Falle finanzieller Schwierigkeiten zu helfen. Leider muss ich Ihnen mitteilen, dass es sich in diesem Fall nicht um finanzielle Gründe handelt, ich würde dann gern und mit Dank Ihre Hilfe in Anspruch nehmen. Es sind vielmehr rein persönliche Gründe — die ich nicht näher präzisieren kann — die es tatsächlich unmöglich machen, dass ich im Winter wieder in Göttingen arbeite.

Es würde mich freuen, wenn Ihnen die neulich mitgeschickten Bemerkungen nützlich sein könnten. Leider habe ich das zur vollständigen Durchführung der Distributionen noch fehlende in den letzten Tagen noch nicht ergänzen können. Sehr freue ich mich auf das Erscheinen Ihres Buches, das nunmehr ja schon in nahe Zukunft gerückt ist.

Mit nochmaligem Dank für Ihre Freundlichkeit und den besten Grüssen bin ich

Ihre sehr ergebene

Hanna v. Caemmerer.

Kapitel 2

Weiteres Material zu Hasse–v.Caemmerer

2.1 Juni 1938, Manuskript von Hasse

Siehe hierzu Brief v. Caemmerer 22. 8. 38▶. Juni 1938

Primdivisoren und Primstellen bei Transzendenzgrad g.

k beliebiger Körper.

K/k Transzendenzbasis $x_1, \ldots, x_g$, endlich–algebraisch (separabel) über $K_0 = k(x_1, \ldots, x_g)$.

a.) Primdivisoren $\mathfrak{P}$ von K/k bezgl. $x_1, \ldots, x_g$.

Betrachte zunächst K_0/k. Für die Elemente $a \neq 0$ aus K_0 besteht eindeutige Primzerlegung

$$a = \alpha \prod_P P^{w_P(a)}$$

nach den Primpolynomen P in $x_1, \ldots, x_g$ über k mit einem Faktor $\alpha \neq 0$ aus k. Jedes P liefert eine diskrete Bewertung und damit einen Primdivisor $\mathfrak{P}_0$ von K_0/k. Außerdem liefert jedes x_i eine diskrete Bewertung (negativer Grad in x_i) und damit einen Primdivisor $\mathfrak{P}_0^{(i)}$ von K_0/k. Setze

$$f_i(\mathfrak{P}_0) = -w_{\mathfrak{P}_0^{(i)}}(P) = \text{Grad } P \text{ in } x_i$$

und

$$f_i(\mathfrak{P}_0^{(i)}) = 1, \quad f_i(\mathfrak{P}_0^{(j)}) = 0 \quad (j \neq i).$$

Durchläuft jetzt $\mathfrak{P}_0$ alle diese Primdivisoren (einschl. der $\mathfrak{P}_0^{(i)}$), so entspricht jedem $a_0 \neq 0$ aus K_0 eindeutig ein endlicher Divisor

$$a_0 \cong \prod_{\mathfrak{P}_0} \mathfrak{P}_0^{w_{\mathfrak{P}_0}(a_0)}$$

mit den g Gradbedingungen

$$\sum_{\mathfrak{P}_0} f_i(\mathfrak{P}_0) w_{\mathfrak{P}_0}(a_0) = 0 \qquad (i = 1, \ldots, g).$$

Dieser Divisor legt a_0 bis auf einen Faktor $\alpha \neq 0$ aus k fest. Für einen beliebigen endlichen Divisor

$$\mathfrak{A}_0 = \prod_{\mathfrak{P}_0} \mathfrak{P}_0^{\alpha_{\mathfrak{P}_0}}$$

seien die Grade durch

$$f_i(\mathfrak{A}_0) = \sum_{\mathfrak{P}_0} f_i(\mathfrak{P}_0)\alpha_{\mathfrak{P}_0} \qquad (i = 1, \ldots, g)$$

erklärt. Dann und nur dann ist $\mathfrak{A}_0 \cong a_0$, wenn alle $f_i(\mathfrak{A}_0) = 0$ sind.

Die Primdivisoren $\mathfrak{P}$ von K/k bezgl. $x_1, \ldots, x_g$ werden durch Anwendung der Fortsetzungstheorie auf die endlich–algebraische (separable) Erweiterung K/K_0 erklärt:

$$\mathfrak{P}_0 = \mathfrak{P}_1^{e_1} \ldots \mathfrak{P}_r^{e_r}, \quad N(\mathfrak{P}_\rho) = \mathfrak{P}_0^{\mathfrak{f}_\rho}, \quad \sum_{\rho=1}^{r} e_\rho \mathfrak{f}_\rho = n = [K : K_0] \,.$$

Die Grade der $\mathfrak{P}_\rho$ werden so erklärt:

$$f_i(\mathfrak{P}_\rho) = f_i(\mathfrak{P}_0) \cdot \mathfrak{f}_\rho \,.$$

Dann entspricht jedem Element $a \neq 0$ aus K eindeutig ein endlicher Divisor

$$a \cong \prod_{\mathfrak{P}} \mathfrak{P}^{w_{\mathfrak{P}}(a)}$$

mit den g Gradbedingungen

$$\sum_{\mathfrak{P}} f_i(\mathfrak{P}) w_{\mathfrak{P}}(a) = 0 \qquad (i = 1, \ldots, g).$$

Dieser Divisor legt a bis auf einen Faktor $\alpha \neq 0$ aus k fest. Für einen beliebigen endlichen Divisor

$$\mathfrak{A} = \prod_{\mathfrak{P}} \mathfrak{P}^{\alpha_{\mathfrak{P}}}$$

seien die Grade durch

$$f_i(\mathfrak{A}) = \sum_{\mathfrak{P}} f_i(\mathfrak{P})\alpha_{\mathfrak{P}} \qquad (i = 1, \ldots, g)$$

erklärt. Die Gruppe der Hauptdivisoren $\mathfrak{A} \cong a$ ist dann jedenfalls eine Untergruppe der Gruppe aller Divisoren mit Graden $f_i(\mathfrak{A}) = 0$.

Im Gegensatz zum Falle $g = 1$ ist nicht notwendig jeder Grad $f_i(\mathfrak{P}) \neq 0$. Daß etwa $f_1(\mathfrak{P}) = 0$ ist, bedeutet, daß das zugehörige Primpolynom P von

x_1 nicht abhängt, bzw. die zugehörige Gradbewertung nicht die nach x_1 ist. Dies ist genau dann der Fall, wenn $\mathfrak{P}$ schon in $k_1 = k(x_2, \ldots, x_g)$ eine nicht–identische Bewertung induziert, wenn also $\mathfrak{P}$ nicht schon Primdivisor von K/k_1 ist. Daß $f_1(\mathfrak{P}) \neq 0$ ist bedeutet also, daß $\mathfrak{P}$ schon Primdivisor von K/k_1 ist; dann ist ersichtlich $f_1(\mathfrak{P})$ einfach der Grad von $\mathfrak{P}$ als solcher.

b.) Primstellen $\mathfrak{p}$ von K/k bezgl. $x_1, \ldots, x_g$.

Sei $\mathfrak{J}$ der Integritätsbereich der in $x_1, \ldots, x_g$ ganzalgebraischen Elemente aus K, und $\mathfrak{J}_0 = k[x_1, \ldots, x_g]$.

$\mathfrak{J}$ ist ein endlicher $\mathfrak{J}_0$–Modul:

$$\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_0 y_1 + \cdots + \mathfrak{J}_0 y_m \qquad (m \geqq n).$$

Die (endlichen) Primstellen $\mathfrak{p}$ von K/k bezgl. $x_1, \ldots, x_g$ werden als die nicht–konjugierten Homomorphismen von $\mathfrak{J}/k$ auf Körper $k_\mathfrak{p}/k$ erklärt; dabei ist $k_\mathfrak{p}/k$ endlich–algebraisch (aber nicht notwendig separabel). Die $\mathfrak{p}$ entsprechen umkehrbar eindeutig den maximalen Primidealen von $\mathfrak{J}$, als deren Restklassenhomomorphismen. Jede Primstelle $\mathfrak{p}$ von K/k bezgl. $x_1, \ldots, x_g$ induziert eine Primstelle $\mathfrak{p}_0$ von K_0/k bezgl. $x_1, \ldots, x_g$; höchstens n verschiedene $\mathfrak{p}$ induzieren dasselbe $\mathfrak{p}_0$. Die $\mathfrak{p}_0$ entsprechen umkehrbar eindeutig den nicht–konjugierten über k algebraischen Elementsystemen $\alpha_1, \ldots, \alpha_g$, derart daß $(x_1, \ldots, x_g) \longrightarrow (\alpha_1, \ldots, \alpha_g)$ bei $\mathfrak{p}_0$. Jedem $\mathfrak{p}_0$ entspricht wirklich mindestens eine Fortsetzung $\mathfrak{p}$.

c.) Die Relation $\mathfrak{p} \mid \mathfrak{P}$.

Es bezeichne

$\mathfrak{J}_\mathfrak{P}$	den Integritätsbereich der für $\mathfrak{P}$ ganzen Elemente von K (Bewertung $\geqq 0$)
$\mathfrak{P}$	gleichzeitig die durch $\mathfrak{P}$ teilbaren Elemente von K (Bewertung > 0),

ferner entsprechend

$\mathfrak{J}_\mathfrak{p}$	den Integritätsbereich der für $\mathfrak{p}$ ganzen Elemente von K (endlich abgebildet)
$\mathfrak{p}$	gleichzeitig die durch $\mathfrak{p}$ teilbaren Elemente von K (auf 0 abgebildet).

$\mathfrak{J}_\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{J}_\mathfrak{p}$ sind ganz–algebraisch abgeschlossen mit K als Quotientenkörper, $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{p}$ sind Primideale von $\mathfrak{J}_\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{J}_\mathfrak{p}$.

> [1] $\mathfrak{p} \mid \mathfrak{P}$ bedeute $\mathfrak{P} \leqq \mathfrak{p}$ für die Primideale, oder — was dasselbe — $\mathfrak{J}_{\mathfrak{P}} \geqq \mathfrak{J}_{\mathfrak{p}}$ für die Integritätsbereiche.

Da für die oben allein definierten endlichen Primstellen $\mathfrak{p}$ gilt $\mathfrak{J}_{\mathfrak{p}} \geqq \mathfrak{J}$, kann für sie $\mathfrak{p} \mid \mathfrak{P}$ nur dann gelten, wenn auch $\mathfrak{J}_{\mathfrak{P}} \geqq \mathfrak{J}$ ist, wenn also $\mathfrak{P}$ aus einem Primpolynom $P(x_1, \ldots, x_g)$ aus $\mathfrak{J}_0$ entspringt. Jede über k algebraische Lösung von $P(\alpha_1, \ldots, \alpha_g) = 0$ definiert eine Primstelle $\mathfrak{p}_0$ von K_0 bezgl. $x_1, \ldots, x_g$. Für jede Fortsetzung $\mathfrak{p}$ eines solchen $\mathfrak{p}_0$ gilt dann $\mathfrak{p} \mid \mathfrak{P}$. Das sind auch alle Möglichkeiten für $\mathfrak{p} \mid \mathfrak{P}$.

Da für jedes über k algebraische System $\alpha_1, \ldots, \alpha_g$ mindestens ein Primpolynom $P(x_1, \ldots, x_g)$ aus $\mathfrak{J}_0$ verschwindet, gibt es umgekehrt zu jedem $\mathfrak{p}$ mindestens ein $\mathfrak{P}$ mit $\mathfrak{p} \mid \mathfrak{P}$. Es gibt aber auch nur ein solches $\mathfrak{P}$ zu $\mathfrak{p}$.[2] Angenommen nämlich es sei auch $\mathfrak{p} \mid \mathfrak{P}'$ mit $\mathfrak{P}' \neq \mathfrak{P}$. Wegen der Unabhängigkeit der zu $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{P}'$ gehörigen Bewertungen gibt es ein Element a in K mit den Eigenschaften:

$$a \equiv 0 \bmod \mathfrak{P}\,, \qquad \frac{1}{a} \equiv 0 \bmod \mathfrak{P}'.$$

Dann gälte bei $\mathfrak{p}$ gleichzeitig

$$a \to 0\,, \qquad \frac{1}{a} \to 0\,,$$

was ein Widerspruch ist.

Hiernach ordnen sich die Primstellen $\mathfrak{p}$ in elementfremde Systeme nach der Zugehörigkeit zu den $\mathfrak{P}$, und dabei kommen genau alle endlichen $\mathfrak{P}$ (mit $\mathfrak{J}_{\mathfrak{P}} \geqq \mathfrak{J}$) vor.

Für $g = 1$ ist dies Entsprechen gegenseitig eindeutig (Charakterisierung der Primdivisoren durch ihre Restklassenhomomorphismen), für $g > 1$ entspricht jedem $\mathfrak{P}$ ein unendliches System von $\mathfrak{p}$.

Um auch den unendlichen $\mathfrak{P}$ unendliche Stellen $\mathfrak{p}$ zuzuordnen, betrachte man neben $\mathfrak{J}_0 = k[x_1, \ldots, x_g]$ die Integritätsbereiche $\mathfrak{J}_0^{(i)}$, wo x_i durch $\frac{1}{x_i}$ ersetzt ist, und die zugehörigen endlichen Primstellen mit $\frac{1}{x_i} \to 0$. Dann gelten ganz entsprechende Tatsachen. Die von $\mathfrak{J}_0^{(i)}$ hinzukommenden Primstellen $\mathfrak{p}$ verteilen sich auf die Primdivisoren $\mathfrak{P}$, die aus der Gradbewertung nach x_i entspringen.

---

[1]Randnotiz, offenbar von Hasse: *falsch! Man hat auch die unbestimmt abgebildeten Elemente zu berücksichtigen*

[2]Vermerk, augenscheinlich von Hasse: *falsch!*

Unter Umständen kann es zweckmäßig sein, diese besondere Art der Einführung unendlicher Primstellen noch abzuändern.

d.) Zum Aufbau der Distributionenlehre.

k endlich–algebraischer Zahlkörper.

Eine Distribution von K/k wird erklärt als eine Funktion $\mathfrak{d}(\mathfrak{p})$ der Primstellen $\mathfrak{p}$ von K/k (bezgl. $x_1, \ldots, x_g$), die für „fast alle“ $\mathfrak{p}$ als Ideal von $k_{\mathfrak{p}}$ erklärt ist, wobei „fast alle“ $\mathfrak{p}$ bedeutet: alle $\mathfrak{p}$ bis auf die Nullstellen eines festen Elements $u \neq 0$ aus $\mathfrak{J}$, also die $\mathfrak{p}$ mit $u \equiv 0 \bmod \mathfrak{p}$, kurz $u(\mathfrak{p}) = 0$.

Jedem Element $a \neq 0$ aus $\mathfrak{J}$ entspricht eine Hauptdistribution, definiert durch die Hauptideale $a(\mathfrak{p})$ für alle $\mathfrak{p}$, für die bei einer Quotientendarstellung $a = \frac{b}{c}$ ($b, c \neq 0$ in $\mathfrak{J}$) gilt $b(\mathfrak{p})c(\mathfrak{p}) \neq 0$.

Zwei Distributionen $\mathfrak{d}(\mathfrak{p}), \mathfrak{d}'(\mathfrak{p})$ heißen gleich:

$$\mathfrak{d}(\mathfrak{p}) \dot{\cong} \mathfrak{d}'(\mathfrak{p}),$$

wenn es zwei feste (von $\mathfrak{p}$ unabhängige) Ideale $\mathfrak{u}, \mathfrak{u}'$ von k derart gibt, daß

$$\mathfrak{d}'(\mathfrak{p}) \mid \mathfrak{u}\,\mathfrak{d}(\mathfrak{p}), \qquad \mathfrak{d}(\mathfrak{p}) \mid \mathfrak{u}'\mathfrak{d}'(\mathfrak{p})$$

ist. In diesem Sinne hängt die Hauptdistribution $a(\mathfrak{p})$ nur vom Hauptdivisor a ab.

Um die Distributionenlehre nach voller Analogie zum Falle $g = 1$ aufzubauen, braucht man lediglich folgende Sätze über die Divisoren von K/k (bzgl. $x_1, \ldots, x_g$) zu beweisen:

I. *Jeder Divisor von K/k läßt sich durch Multiplikation, Division und Bildung des größten gemeinsamen Teilers in endlich vielen Schritten aus endlich vielen Elementen von K herleiten.*

II. *Sind $a_1, \ldots, a_r$ Elemente aus K mit dem Hauptnenner $\mathfrak{N}$ und ist b ein Element aus K, das höchstens den Nenner $\mathfrak{N}$ hat, so gehört b zu $k(a_1, \ldots, a_r)$. Genauer: Ist $\mathfrak{p}$ der Transzendenzgrad von $k(a_1, \ldots, a_r)$ über k, so gibt es γ linear–unabhängige Systeme $\alpha_{i1}, \ldots, \alpha_{ir}$ $(i = 1, \ldots, \gamma)$ aus k derart, daß*

$$a_i^\star = \alpha_{i1}a_1 + \cdots + \alpha_{ir}a_r \cong \frac{\mathfrak{Z}_i}{\mathfrak{N}}, \qquad (\mathfrak{Z}_i, \mathfrak{N}) = 1$$

ist, und b gehört zu $k(a_1^\star, \ldots, a_\gamma^\star)$. Dabei ist

$$b \quad \textit{ganzalgebraisch über} \quad k(a_1^\star, \ldots, a_\gamma^\star)$$

und

$$\frac{b}{a_i^\star} \quad \textit{ganzalgebraisch über} \quad k\left(\frac{a_1^\star}{a_i^\star}, \ldots, \frac{a_{i-1}^\star}{a_i^\star}, \frac{1}{a_i^\star}, \frac{a_{i+1}^\star}{a_i^\star}, \ldots, \frac{a_\gamma^\star}{a_i^\star}\right).$$

2.2 26.01.1972, Hasse an Cossey

Jan. 26, 1972

Dr. John Cossey
C/– Department of Pure Mathematics
Australian National University
P. O. Box 4, Canberra, A. C. T.
Australia

Dear Dr. Cossey,[1]

Enclosed you will find a cheque of USA $ 50.–, destined for the Hanna Neumann memorial fund.

Will you please convey to Professor Neumann my deep sympathy. I shall never forget highly the gifted, excellent student Hanna von Caemmerer of mine in Göttingen 1938/39.

As to a contribution to the memorial volume of your Journal, I greatly regret not being in the position to submit one.

Yours very sincerely,

H. Hasse

[1]Vermerk von Hasse: *Hanna Neumann*

Kapitel 3

Register