Buchbesprechungen

Weil, A., Collected Papers (3 Bände), Berlin – Heidelberg – New York: Springer 1979, Bd. I 878 S., Bd. II 561 S., Bd. III 465 S., insges. DM 199,–

André Weil ist einer der prominenten und einflußreichen Mathematiker der Gegenwart und unmittelbaren Vergangenheit. Wer sich für die Ideengeschichte der Mathematik in unserer Zeit interessiert, der kann an dem Werk von A. Weil nicht vorbeigehen. Es erscheint daher angebracht, seine wissenschaftlichen Arbeiten gesammelt herauszugeben; dies liegt gleichermaßen im Interesse der Mathematiker wie der Historiker.

Die vorliegenden drei Bände enthalten alle mathematischen Publikationen von A. Weil in chronologischer Reihenfolge bis zum Jahre 1978 – mit Ausnahme seiner Bücher. Die Auslassung der Buchpublikationen ist vielleicht verständlich, aber doch zu bedauern. Denkt man etwa an die „Foundations of Algebraic Geometry" oder an das Buch zur Riemannschen Vermutung für Funktionenkörper, so erkennt man, daß diese Bücher eine Reihe von Ideen und Resultaten enthalten, die nicht schon – auch nicht partiell – in anderen Publikationen zu finden sind. Dasselbe gilt für seine anderen Bücher. Als Trost für den Leser sind in dieser Sammlung wenigstens die Einleitungen zu den Büchern des Autors abgedruckt.

Die Sammlung enthält ferner eine Reihe von kleineren Gelegenheitspublikationen, einige bislang unpublizierte Briefe, Vorträge, Rezensionen etc.

Fast alle Beiträge der Sammlung sind durch den Autor mit Kommentaren versehen, welche die Umstände der Entstehung und die Intentionen des Autors erläutern, gelegentlich auch die Wirkung der Arbeit auf die weitere wissenschaftliche Entwicklung. Diese Kommentare geben den „Gesammelten Abhandlungen" einen ganz eigenen, unverwechselbaren Charakter. Nicht nur der Mathematiker sondern auch der Historiker oder der Biograph wird die vorliegenden Bände schon allein der Kommentare wegen mit Interesse zur Hand nehmen.

Nehmen wir zum Beispiel die Thèse des Autors aus dem Jahre 1928, in der sich u. a. der berühmte *Satz von Mordell-Weil* findet, über die endliche Erzeugbarkeit der Divisorklassengruppe einer algebraischen Kurve, definiert über einem algebraischen Zahlkörper. In den Kommentaren dazu erfahren wir, welche Literatur der damals junge Autor zuvor gelesen hatte (*Riemann, Fermat, F. Klein, Poincaré*, vielleicht auch *Hilbert* und *Hurwitz*), inwieweit er durch den Kontakt mit der italienischen Geometrie (*Enriques, Severi*) beeinflußt worden war, und vor allem die entscheidende Rolle, die die Bekanntschaft mit der heute klassischen Arbeit von *Mordell* am Zustandekommen der Thèse spielte. Mordell selbst pflegte ja gegen die Bezeichnung „Satz von Mordell-Weil" Einwände zu erheben; er meinte, daß er (Mordell) und Weil zwei ganz verschiedene, nur locker miteinander zusammenhängende Sätze bewiesen hätten, die somit auch getrennt zu zitieren wären: „Satz von Mordell" und „Satz von Weil". Liest man jedoch hier, daß der Satz von Weil von vorneherein als direkte Verallgemeinerung des Satzes von Mordell auf Kurven höheren Geschlechts konzipiert, und auch die Beweismethode der descente infinie bei Weil unmittelbar durch die bei Mordell beeinflußt worden war, dann erscheint es jedenfalls aus historischer Sicht durchaus gerechtfertigt, von dem „Satz von Mordell-Weil" zu sprechen, wie es heutzutage ja auch allgemein geschieht. – Aus den Kommentaren erfahren wir ferner, daß der junge Autor in Göttingen versucht hatte, den Kreis um *Emmy Noether* für seine Ideen zu interessieren, jedoch ohne großen Erfolg. Dagegen hat er offenbar bei *Siegel* Resonanz, Verständnis und Anregung gefunden, und bei Siegel fand dann ja auch der Mordell-Weilsche Satz seine erste wichtige Anwendung. – Die Fertigstellung der Thèse wurde dadurch sehr verzögert, daß der Autor zunächst auch noch die *Mordellsche Vermutung* beweisen wollte, über die Endlichkeit der Anzahl der rationalen Punkte auf Kurven höheren Geschlechts. Dazu hatte ihm insbesondere *Hadamard* geraten. Nach mehreren Anläufen mußte dieser Plan jedoch schließlich aufgegeben werden (und die Mordellsche Vermutung mußte daher bis zum Jahre 1983 auf ihren Beweis durch *Faltings* warten). – Interessant ist auch die Reaktion von *Severi* auf die Mitteilung über den Mordell-Weilschen Satz: Severi sah sofort einen engen Zusammenhang mit seinem „Basissatz" für algebraische Flächen; seine Intuition wurde jedoch erst mehr als 20 Jahre später durch *Néron* bestätigt. – Wir erfahren auch einen der Gründe, weshalb sich die Thèse in Diktion und Stil so sehr von dem unterscheidet, was wir aus den späteren Publikationen von A. Weil kennen. Nämlich: die französische Tradition, mit *E. Picard* als bedeutendstem Repräsentanten, hielt eine vollkommene Präzision nicht für erforderlich. Daher glaubte sich auch der Autor berechtigt, einige Passagen seiner Thèse nur skizzenhaft auszuführen; die Jury nahm jedenfalls keinen Anstoß an dem Fehlen der Präzision. Und in der Folge stellte es sich ja in der Tat heraus, daß der wesentliche Kern der Arbeit solide ist.

Alle Kommentare sind bewußt subjektiv gehalten, bezogen auf die eigene Person des Autors und seine Beziehung zu dem betreffenden Problem. Eine Bemühung um Objektivität ist nicht zu erkennen. (Vgl. z. B. die Reaktion des Autors auf ein Referat von *H. L. Schmid* aus dem Jahre 1940, in welchem eine Comptes Rendus-Note des Autors anscheinend nicht gebührend gewürdigt worden war: Band I, S. 550.) Diese Subjektivität mindert jedoch den Informationswert der Kommentare nicht, wie ich meine. Nicht nur wird dadurch eine gewisse Lebendigkeit erreicht, die das Interesse wachhält, sondern der Leser erfährt auf diese Weise auch etwas über die ganz persönlichen Triebkräfte und Motivationen, die unsere Wissenschaft weiter geführt haben.

Eine ähnliche Bedeutung besitzt für uns der Brief des Autors an seine Schwester *Simone Weil*, geschrieben im Jahre 1940 aus dem Militärgefängnis „Bonne Nouvelle" von Rouen. Wohl kaum jemand, der diesen Brief liest, wird sich dem Eindruck entziehen können, hier ein bedeutendes biographisches Zeugnis vor sich zu haben. Im ersten Moment wird man an den berühmten Brief von *Galois* an seinen Freund *Chevalier* erinnert; bei näherem Zusehen bemerkt man jedoch, daß es sich hier um eine Schrift ganz anderer Art handelt. Während im Galoisschen Brief neue mathematische Ideen zur Sprache kommen (u. a. das Ideengebäude der heute so genannten Galoisschen Theorie), so handelt es sich im Weilschen Brief um ein historisches Exposé (subjektiv, aus der Sicht des Autors), verbunden mit einem Essay über die Rolle der Analogie und der Intuition als Triebkraft für die mathematischen Entdeckungen. Die ungeschriebenen Gesetze der modernen Mathematik, so schreibt der Autor, verbieten es absolut, daß man in schriftlicher Form Ansichten äußert, die nicht präzise formulierbar sind, geschweige denn einer strengen Nachprüfung zugänglich. Jedoch gebe es erlaubte Ausnahmen, wofür *Hilbert* zitiert wird. Auch der gesamte, nunmehr publizierte Brief des Autors ist offenbar als eine solche Ausnahme anzusehen. Es gibt Passagen, die man fast lyrisch nennen könnte, in denen, unter Bezugnahme auf die *Gîtâ*, die Situation eines Mathematikers auf dem Weg zur Erkenntnis geschildert wird. An einer anderen Stelle des Briefes vergleicht der Autor seine eigene mathematische Aktivität mit der Entzifferung eines dreisprachigen Textes, wobei die drei Sprachen den drei mathematischen Gebieten (1) *Zahlentheorie*, (2) *Riemannsche Funktionentheorie*, (3) *Algebraische Funktionentheorie über endlichem Konstantenkörper*, entsprechen. Es geht dem Autor darum, die Analogien zwischen diesen Gebieten zu erkennen und zu erklären, aber auch die Unterschiede zu berücksichtigen, um schließlich zu einer einheitlichen Interpretation zu gelangen. Bei der Lektüre wird der Leser an die „drei Gaußschen A" erinnert: (1) Arithmetik, (2) Analysis, (3) Algebra. Im Grunde äußert der Autor also keine besonders originelle Idee, wenn er die drei klassischen Gebiete benennt, deren Erforschung, insbesondere in bezug auf die gegenseitigen Zusammenhänge, viele Mathematikergenerationen immer wieder von neuem fasziniert haben. Bemerkenswert ist jedoch hier der programmatische Charakter der Ausführungen des Autors. Möglicherweise können wir in diesem Gleichnis mit dem dreisprachigen Text den Schlüssel zu seinem gesamten wissenschaftlichen Werk finden, dessen Vielseitigkeit und Vielgestaltigkeit von daher die Motivierung und Erklärung in einem einheitlichen Rahmen findet. Daß es sich nicht um eine Äußerung des Augenblicks handelte, sondern daß wir hier tiefergehenden Vorstellungen begegnen, darauf deutet die Tatsache, daß der Autor viel später noch einmal denselben Faden aufnimmt, nämlich in einem 1960 erschienenen Artikel mit dem Titel „Über die Methaphysik der Mathematik". Dort finden sich wörtlich längere Passagen des Briefes an Simone Weil abgedruckt.

In dem Brief an Simone Weil spricht der Autor davon, daß er (damals) gerade an demjenigen Teil des dreisprachigen Textes arbeite, der dem Gebiet (3) entspricht, also an der Theorie der algebraischen Funktionen mit endlich vielen Konstanten. Damit ist offenbar die Arbeit an dem Beweis der „*Riemannschen Vermutung für Kurven*" gemeint. Der Fall des Geschlechts 1 war damals bereits von Hasse erledigt worden, und dem Autor sollte es später gelingen, den Beweis für beliebiges Geschlecht zu erbringen. (Die mathematische Öffentlichkeit spricht jedoch in diesem Falle nicht von dem „Satz von Hasse-Weil", sondern die Bezeichnung „Riemannsche Vermutung für Kurven" bzw. „für Funktionenkörper" wurde beibehalten.) Zu dieser „Riemannschen Vermutung" findet sich in dem vorliegenden Werk eine ganze Serie von Artikeln: je eine vorläufige Version aus den Comptes Rendus de l'Academie des Sciences (1940) und den Proceedings National Academy of Sciences (1941), ein bisher unpublizierter Brief an *Artin* (1942), das Buch über den Kalkül der Schnittmultiplizitäten (1946), sowie schließlich die beiden Bücher bei Hermann über Algebraische Kurven bzw. Abelsche Mannigfaltigkeiten (1948). (Von den Büchern ist jedoch, wie bereits oben gesagt, nur jeweils das Vorwort hier abgedruckt.) Die drei vorbereitenden Schriftstücke 1940–42 waren wie es scheint angefertigt worden, um evtl. entstehenden Prioritätsfragen zu begegnen. Für uns heute besitzen sie deshalb Interesse, weil sie uns zusammen mit den Kommentaren des Autors zeigen, wie sich der Beweis im Laufe der Zeit entwickelt hat. Diese Möglichkeit, die einzelnen Stadien im Auffinden des Beweises beobachten zu können, ist von ganz besonderem Reiz. Obwohl die wesentliche Beweisidee aufgrund der Severischen Theorie zumindest bei der zweiten Note (1941) feststand, so gab es doch bei der Übertragung auf Charakteristik p Schwierigkeiten im Detail, die offenbar zunächst unerwartet waren. Es bedurfte der gewaltigen Anstrengung der „*Foundations of Algebraic Geometry*" (1946), um die Beweisgrundlage für die „Riemannsche Vermutung" sicherzustellen. Zurückblickend stellt der Autor zwar fest, daß allein für die „Riemannsche Vermutung für Kurven" diese Anstrengung vielleicht nicht unbedingt notwendig gewesen wäre. Denn man kommt dabei mit einfacheren Definitionen der Schnittmultiplizität aus, wofür er die (unpublizierte) Thesis seines Schülers *F. Quigley* (Chicago 1953) zitiert. Andererseits sind ja die „Foundations" ein klassisches Werk geworden und haben die Entwicklung der Algebraischen Geometrie stark beeinflußt, ja diese Entwicklung in vielen Bereichen erst ermöglicht. Die Bedeutung der „Foundations" wird keineswegs herabgesetzt durch die Feststellung, daß es sich in diesem Buch nicht um die Gewinnung neuer Erkenntnisse handelt, sondern um die Konsolidierung, die Absicherung der Erkenntnisse der abzählenden Geometrie mit Methoden der Algebra. Es geht also eigentlich um eine Art Übersetzertätigkeit, um das Wiederauffinden bekannter Sätze der Geometrie in der Sprache der modernen Algebra (unter Einschluß des Falles von Primzahlcharakteristik). Es entbehrt nicht einer gewissen Ironie, daß der Autor sich hier einer Art von Arbeit unterzogen hat – und mit glänzendem Erfolg, wie wir wissen –, die er noch wenige Jahre vorher bei anderen Autoren abqualifiziert hat. (Vgl. die Bemerkungen in dem Brief an Simone Weil über die Arbeiten von Deuring zur Korrespondenzentheorie; Bd. I, S. 253.) – Eine Entwicklungsrichtung, die an die „Foundations" anschließt und durch sie ermöglicht wurde, mündet schließlich in die *Weilsche Vermutung* (1949) über die Zetafunktion einer beliebigen Varietät mit endlichem Konstantenkörper; diese Vermutung wurde bekanntlich inzwischen durch *Deligne* bewiesen. Allein schon das Auffinden der Formulierung dieser „Weil-Vermutung" ist ein herausragender Erfolg bei der „Entzifferung des dreisprachigen Textes".

Es ist hier nicht unsere Aufgabe, das wissenschaftliche Werk von A. Weil zu beschreiben. Wir können auch nicht alle diesen Bänden beigegebenen Kommentare des Autors besprechen; das würde den uns vorgegebenen Rahmen sprengen. Die obigen Ausführungen sollen nur exemplarisch den Inhalt und den Charakter dieser Bände vorstellen. Der interessierte Leser wird darüber hinaus eine Fülle von weiteren beachtenswerten und informativen Kommentaren entdecken. Zum Beispiel über die Rolle des Autors bei dem Unternehmen *Bourbaki*, in welchem er von Anfang an aktiv mitgearbeitet hat. Im Kommentar zu der Schöpfung der Grundbegriffe der Topologie (1936) sagt der Autor mit einiger Skepsis: Wer hätte damals gedacht, daß eines Tages die übereifrigen Reformatoren auf den Gedanken verfallen werden, die Begriffe Filter und Filterbasis in den Schulunterricht einzuführen?

Wir erfahren, daß ein beträchtlicher Teil der *historischen Notizen Bourbakis* aus der Feder des Autors stammt. Die Beschäftigung mit der Geschichte unserer Wissenschaft ist bei ihm nicht, wie es von manch anderen bekannten Mathematikern gesagt wird, eine Alterserscheinung. Der Autor hat seit seinen jungen Jahren Gefallen daran gefunden, sich mit den Ideen der großen Klassiker unserer Wissenschaft bekannt zu machen, und er hat daraus Inspiration gezogen. Seine eigentliche Einführung in die Mathematikgeschichte kam, so berichtet er, bei seinen Besuchen im Frankfurter Seminar zustande, in den Jahren 1926–33. Wesentlich wurde er dort durch *Max Dehn* beeinflußt, dessen beeindruckende Persönlichkeit er in bewegten Worten schildert. Von Dehn hat der Autor neben der Vorliebe für die Geschichte auch die hohen intellektuellen Maßstäbe übernommen, die er sich und anderen, die sich mit Mathematikgeschichte auseinandersetzen, angelegt hat. Dies führte einerseits zu brillianten und kritischen Buchbesprechungen (über *Mahoney*, *J. E. Hofmann*), aber andererseits auch zu einer Reihe schöner und informativer Aufsätze des Autors selbst. Auch diese historischen Aufsätze sind hier abgedruckt (bis zum Jahre 1978), einschließlich der Einführung zu den Gesammelten Werken von *Kummer*, sowie zu seinem Buch über *Eisenstein* und *Kronecker*.

Zum Schluß noch die bei solchen Werken anscheinend obligate Feststellung, daß diese Ausgabe *zu teuer* ist – in dem Sinne, daß angesichts des Preises die Bände wohl fast ausschließlich von institutionellen Bibliotheken erworben werden. Sie werden kaum auf dem privaten Bücherregal eines Mathematikers zu finden sein, wo sie eigentlich ihrer Natur nach hingehören. Ist das unabänderlich? Von den Verlagen wird uns berichtet, daß die Herausgabe von „Gesammelten Werken" in der Regel keinen Ertrag bringt und oft auch Verlust. Wäre es nicht mit Hilfe der heutigen Kopiertechniken möglich, die „Gesammelten Werke" durch das Angebot z. B. von billigen Taschenbuchausgaben einem weiteren Leserkreis zugänglich zu machen? Damit könnte nicht nur vielleicht der Ertrag der Verlage verbessert werden, sondern gewiß auch der Wirkungsgrad der Bücher im Interesse der Mathematik und der Mathematiker. Und die Förderung der Wissenschaft ist ja das eigentliche Ziel solcher Editionen, nicht etwa die Ehrung berühmter Mathematiker. Dies gilt natürlich nicht nur für das vorliegende Werk von A. Weil, sondern ganz allgemein für alle „Gesammelten Abhandlungen"; demgemäß richtet sich mein Vorschlag nicht nur an den Springer-Verlag, sondern an alle Verlage, die sich mit der Herausgabe solcher Werke befassen.

Heidelberg P. Roquette

Halmos, P. R., Selecta, Research Contributions, Berlin – Heidelberg – New York: Springer-Verlag 1982, 432 S., DM 88,–

Halmos, P. R., Selecta, Expository Writings, Berlin – Heidelberg – New York: Springer-Verlag, 1982, 256 S., DM 54,–

Seit den ersten Nachkrigsjahren ist der Name P. R. Halmos für Mathematiker ein Synonym für prägnante, durchschlagende Forschungsresultate, genußreich zu lesende Überblicksartikel, Forschungs- und Lehrbücher, sowie glänzend geschriebene Artikel, in denen Fragen, die die gesamte Mathematikerschaft bewegen, abgehandelt werden. Die „Lectures on Ergodic Theory" (1956) haben über zwei Jahrzehnte lang maßgebenden Einfluß auf die Forschung in diesem Spezialgebiet ausgeübt, zu der Halmos selbst z. B. in Gestalt seiner Kategorie-Resultate grundlegende Beiträge geleistet hatte. Das Buch „Measure Theory" (1950) ist bis heute das dominierende Lehrbuch auf seinem Gebiet, vieler anderer exzellent geschriebener und eben dadurch