



QUIZ 2

Besprechung am 29.01.2020

Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche sind falsch?

- 1) Es gibt eine endlich erzeugte Gruppe G , so dass G und $\text{Hom}(G, \mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ quasi-isometrisch sind.
- 2) Die Automorphismusgruppe eines regulären Baumes abzählbar ist.
- 3) Es gibt n , so dass die Diedergruppe D_{2n} nilpotent ist.
- 4) Jede Untergruppe einer endlich erzeugten Gruppe ist endlich erzeugt.
- 5) Die Wachstumsfunktion $\beta_{G,S}(r)$ einer endlich erzeugten Gruppe G wird quasi-dominiert von $(r \mapsto e^r \log(r))$.
- 6) Sind G und H hyperbolische Gruppen, so ist $G \times H$ ebenfalls hyperbolisch.
- 7) Die Freie Gruppe \mathbb{F}_2 hat eine normale Untergruppe von Index 7.
- 8) Die Gruppe \mathbb{Z}^n ist polyzyklisch für jedes n .
- 9) Der Rang einer freien Gruppe ist keine Quasi-Isometrie-Invariante.
- 10) Der Gromov-Rand von \mathbb{F}_2 ist homoömorph zu \mathbb{S}^1 ausgestattet mit der Teilraumtopologie von \mathbb{R}^2 .
- 11) Es gibt eine Untergruppe von \mathbb{F}_2 von unendlichem Index, die isomorph zu \mathbb{Z}^2 ist.
- 12) Die Gruppe $H < \text{SL}(3, \mathbb{Z})$ definiert durch $h_{1,2} = h_{1,3} = 0$ hat eine Untergruppe, die zu \mathbb{F}_2 isomorph ist.
- 13) Die Lamplighter Gruppe ist virtuell zyklisch.
- 14) Die Baumslag-Solitar Gruppe $B(p, q)$ wirkt frei auf einem Baum.

15) Es gibt eine torsionfreie Gruppe $G = \langle S \rangle$ und $r \in \mathbb{N}$, so dass $\beta_{G,S}(r)$ gerade ist.

16) Welche der folgenden Graphen können Cayley-Graphen einer Gruppe sein?

