RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG

Mathematisches Institut

Vorlesung Geometrische Gruppentheorie

Heidelberg, 08.01.2018

Quiz 1

Besprechung am 10.01.2018

Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche sind falsch?

a) Es gibt nur endlich viele endlich präsentierte Gruppen mit weniger als 4 Erzeugern.

b) Die Konjugationswirkung einer Gruppe auf sich selbst ist nicht frei.

c) Ein 0-hyperbolischer Raum ist ein Graph.

d) Ein Graph mit eckentransitiver Automorphismengruppe ist ein Cayleygraph.

e) Es gibt nicht-isomorphe Gruppen, deren ungerichtete Cayleygraphen isomorph sind.

f) Falls n gerade und m ungerade, so sind die freien Gruppen F_n und F_m quasi-isometrisch.

g) Für alle $m, n \in \mathbb{Z}$ sind $\mathbb{Z}^m$ und $\mathbb{Z}^n$ quasi-isometrisch.

h) Es gibt eine Metrik auf $\mathbb{R}^2$, sodass $\mathbb{R}^2$ bezüglich dieser Metrik δ-hyperbolisch ist für ein geeignetes $\delta \geq 0$.

i) Die Inklusionsabbildung $H \hookrightarrow G$ einer Untergruppe H einer endlich präsentierten Gruppe G ist immer eine Quasi-Isometrie.

j) In einer freien Gruppe F kommutieren zwei Elemente u und v genau dann, wenn ein $w \in F$ existiert, sodass u und v jeweils Potenzen von w sind.

k) Eine Gruppe ist genau dann unendlich, wenn ihr Cayleygraph eine unendliche Geodäte enthält.

l) Es gibt eine freie isometrische Gruppenwirkung von $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ auf $\mathbb{R}^2$ versehen mit der euklidischen Metrik.

m) Die erste Grigorchuk Gruppe ist hyperbolisch.

n) Die Gruppe $\langle a, b | \, (a^p b^p)^8 \rangle$ ist hyperbolisch.

o) Quasikonvexität ist invariant unter Quasi-Isometrien. *Hinweis: Ist $\langle (1,1) \rangle$ quasi-konvex in $\mathbb{Z}^2 = \langle (0,1), (1,0) \rangle$? Und in $\mathbb{Z}^2 = \langle (0,1), (1,0), (1,1) \rangle$?*