Symplektische Geometrie **Blatt 1**
Albers, Fuchs **SoSe 2017**

Abgabe am Dienstag, dem 25. April 2017 in der Vorlesung

Sei (V, Ω) ein symplektischer Vektorraum und $W \subset V$ ein linearer Unterraum.

Aufgabe 1. Zeigen Sie die folgenden Aussagen.

a) $\dim(W) + \dim(W^\Omega) = \dim(V)$.
Hinweis: Betrachten Sie dazu die lineare Abbildung

$$V \to W^* \quad v \mapsto [w \mapsto \Omega(v, w)]\,.$$

b) Es gilt $(W^\Omega)^\Omega = W$.

c) Für einen weiteren linearen Unterraum $Y \subset V$ gilt:

$$W \subset Y \Longleftrightarrow Y^\Omega \subset W^\Omega.$$

Aufgabe 2. Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

a) W ist ein isotroper Unterraum. $\Longleftrightarrow$ W^Ω ist ein coisotroper Unterraum.

b) Wenn W ein isotroper Unterraum ist, dann gilt $\dim(W) \leq \frac{1}{2}\dim(V)$.
Formulieren Sie ausserdem eine entsprechende Aussage für coisotrope Unterräume.

c) $W \cap W^\Omega = \{0\} \Longleftrightarrow \Omega|_{W\times W}$ ist nicht degeneriert. $\Longleftrightarrow V = W \oplus W^\Omega$.