

Prof. Dr. Otmar Venjakob

Dr. Malte Witte

Hauptseminar Arithmetische Geometrie  
SS 2016

## Höhere Chern-Klassen in der Iwasawa-Theorie

**Zeit:** Donnerstag 11:15 **Ort:** INF 205 / SR 4

Das Ziel des Seminars besteht darin, nach [BCGKPST] höhere Chern-Klassen  $c_m(M)$  von Iwasawa-Moduln  $M$  bzw. -Komplexen einzuführen und folgendes Hauptresultat zu zeigen: Sei  $E$  ein imaginärquadratischer Grundkörper, in dem sich die Primzahl  $p$  in zwei Primideale  $\mathfrak{p}$  und  $\bar{\mathfrak{p}}$  zerlegt. Dann gilt:

$$c_2^{an} = c_2(X^\psi) + c_2((X^{\omega\psi^{-1}})^\iota(1)).$$

Hierbei ist  $c_2^{an}$  eine höhere analytische Invariante, die mittels des Steinberg-Symbols

$$\{\mathcal{L}_{\mathfrak{p},\psi}, \mathcal{L}_{\bar{\mathfrak{p}},\psi}\} \in K_2$$

der Katz'schen  $p$ -adischen  $L$ -Funktionen  $\mathcal{L}_{\mathfrak{p},\psi}$  und  $\mathcal{L}_{\bar{\mathfrak{p}},\psi}$  definiert wird, während  $X$  einen geeigneten unverzweigten Iwasawa-Modul bezeichnet,  $X^\chi$  die Komponenten gemäß eines Charakters  $\chi$ ,  $-\iota$  die mittels der Involution  $g \mapsto g^{-1}$  modifizierte Galois-Aktion und  $-(1)$  den ersten Tate-Twist.

### Vorträge

1. §2, S. 7-13, Chern-Klassen und charakteristische Symbole, zahmes Symbol, Gersten-Vermutung
2. u. 3. §3, S. 13-17, (Katz'sche)  $p$ -adische  $L$ -Funktionen, Iwasawa-Hauptvermutung in einer und zwei Variablen für  $E$ , Greenberg-Vermutung

je nach Interesse und Bedarf kann und soll hier mehr Hintergrundwissen über die Katz'schen  $p$ -adischen  $L$ -Funktionen und Rubins Hauptvermutung (einschließlich der Aussage, die sich im ersten Satz des Beweises von Theorem 5.2.5 findet) aufbereitet werden, als im Artikel selbst zu finden ist.

4. Appendix A, S. 38-43, Ext-Gruppen und Iwasawa-Adjunkte, Dimensionstheorie von Iwasawa-Moduln

Definition von  $E_\Lambda^i(M)$  von S. 17, dann Appendix, angereichert um die Referenzen [21,22,34,35]. Vergleiche auch [V] für eine allgemeine Dimensionstheorie.

5. §4.1, S. 17-23, Unverzweigte Iwasawa-Moduln

6. §4.2/3 und §5.1, S. 23-29, Spiegelungstheoreme in der Iwasawa-Theorie - der Fall einer Variablen
7. §5.2, S. 29-35, Spiegelungstheoreme in der Iwasawa-Theorie - der Fall von zwei Variablen - und das Hauptergebnis
8. §5.3 und §6, S.33-38, Verallgemeinerung auf andere Grundkörper sowie auf ein nicht-kommutatives Setting.

Der 8. Vortrag kann notfalls weggelassen werden, auch wenn dies im Hinblick auf unsere Forschungsprojekte besonders interessant sein könnte. Sollten wir nicht genügend Vortragende finden, kann 2./3. auch zu einem Vortrag zusammengelegt werden. Für jeden Vortrag gibt es ca. 1.5 Sitzungen. Die Referenzen mit Zahlen verweisen auf das Literaturverzeichnis von [BCGKPST], die anderen siehe unten.

## References

- [BCGKPST] F. M. Bleher, T. Chinburg, R. Greenberg, M. Kakde, G. Pappas, R. Sharifi and M. J. Taylor: *Higher Chern classes in Iwasawa theory*. arXiv:1512.00273v2
- [V] O. Venjakob: *On the structure theory of the Iwasawa algebra of a  $p$ -adic Lie group*, <https://www.mathi.uni-heidelberg.de/~otmar/papervenjakob/auslander.pdf>, J. Eur. Math. Soc. (JEMS) 4 (2002), no. 3, 271–311.