

# Garben auf komplexen Räumen

Seminar im Wintersemester 2018/19

Prof. Dr. O. Venjakob  
O. Thomas

---

Im Jahr 1895 formulierte Cousin zwei Fragen nach der Existenz meromorpher Funktionen auf komplexen Mannigfaltigkeiten. Eine davon lautet: Sei  $(U_i)_i$  eine offene Überdeckung einer komplexen Mannigfaltigkeit  $X$  und seien  $f_i: U_i \rightarrow \mathbb{C} \cup \{\infty\}$  meromorphe Funktionen. Wann gibt es eine meromorphe Funktion  $f: X \rightarrow \mathbb{C} \cup \{\infty\}$ , deren Hauptteil auf den  $U_i$  mit den Hauptteilen der  $f_i$  übereinstimmt (d. h., dass alle  $f - f_i$  auf  $U_i$  holomorph sind)?

Die Techniken, die auf der Suche nach Antworten auf Fragen diesen Typs entwickelt wurden, sind den Methoden der algebraischen Geometrie sehr ähnlich. Tatsächlich sind viele algebro-geometrische Konstruktionen und Argumente direkt der komplexen Geometrie nachempfunden.

Im Seminar werden wir zuerst die wichtigen Grundbegriffe einführen, die benötigt werden, um lokale Lösungen global verkleben zu können: Garben, lokal-geringte Räume und Garbenkohomologie werden in den ersten paar Sitzungen zügig entwickelt. Im weiteren Verlauf geht es um das Studium *kohärenter* Garben auf komplexen Räumen. Mittels eines differentialtopologischen Komplexes werden wir einige Garbenkohomologiegruppen bestimmen und uns so dem eigentlichen Hauptresultat des Seminars nähern: Auf *Steinschen Räumen* verschwindet die Kohomologie aller kohärenter Garben. In diesem Fall passiert etwas Beeindruckendes: Fragen nach Existenz und Fortsetzbarkeit *analytischer* Funktionen haben oft rein *topologische* Obstruktionen, welche mit Methoden der algebraischen Topologie handhabbar sind. Für diese Klasse von Räumen ist dann auch die Beantwortung der angesprochenen Cousin-Probleme verhältnismäßig einfach. Ferner nehmen diese Räume eine zentrale Rolle im Beweis der GAGA-Resultate ein, welche die algebro-geometrische Theorie mit der analytischen Theorie vergleichen.

## ZIELGRUPPE

Das Seminar steht am Schnittpunkt zwischen algebraischer Geometrie, Funktionentheorie und Differentialtopologie; das Seminar ist damit für alle interessant und relevant, die sich für eines der genannten Gebiete interessieren.

## VORAUSSETZUNGEN

Funktionentheorie 1 und Algebra 2, d. h. Grundkenntnisse der Theorie holomorpher Funktionen und Kenntnisse der grundlegenden Resultate der homologischen Algebra.

## ZEIT UND ORT

Donnerstags, 14-16h in SR 3. Vorbesprechung am 26.7.2018 um 13:30h in INF 205 SR 1.

## KONTAKT

Oliver Thomas • INF 205 Raum 3/303 • <https://www.mathi.uni-heidelberg.de/~othomas/>