

Übungen zu L -Funktionen und ϵ -Konstanten 1

Wintersemester 2016

Prof. Dr. O. Venjakob
O. Thomas

Blatt 8
keine Abgabe, Besprechung am 25.1.

Wir erinnern uns an Aufgabe 14: Sei $K = \mathbb{Q}(i)$, \mathfrak{q} das eindeutige Primideal über 2 und $\tilde{\psi}(\mathfrak{a})$ der eindeutige Erzeuger von einem zu \mathfrak{q} teilerfremden Ideal, welches kongruent eins modulo \mathfrak{q}^3 ist. Es sei $\psi: C_K \rightarrow \mathbb{C}^\times$ der induzierte Heckecharakter (vgl. Aufgabe 14 oder 26).

Aufgabe 29.

Trage zusammen, welche Invarianten von ψ bereits in der Vergangenheit bestimmt wurden.

Aufgabe 30.

$\chi = \psi \cdot \|\cdot\|^{1/2}: C_K \rightarrow \mathbb{C}^\times$ hat Werte in S^1 .

Aufgabe 31.

Bestimme alle lokalen Epsilon-Faktoren von ψ und χ .

Gegen Ende der Vorlesung wird folgendes Theorem gezeigt werden (wobei wir hier der Einfachheit halber annehmen, dass K keine reellen Einbettungen hat):

Sei $\chi: C_K \rightarrow S^1$ mit $\chi = \prod_v \chi_v$ und (für $v \nmid \infty$) jeweiligem Führer \mathfrak{f}_v . Wir verwenden die Notationen aus III.2.8 und III.2.10. Setze $\mathfrak{f}_\chi = \prod_v \mathfrak{f}_v$,

$$\Lambda(\chi, s) = |d_K|^{s/2} \mathfrak{N}_{\mathfrak{f}_\chi}^{s/2} \prod_{v \in S_C} \Gamma_{\mathbb{C}}(s + s_{\chi_v} + |N_{\chi_v}|/2) L(\chi, s)$$

und für S die Menge der verzweigenden Stellen noch $\tau(\chi) = \prod_{v \in S} \tau(\chi_v)$. Dann gilt mit

$$W(\chi) = i^{\sum_{v \in S_C} |N_{\chi_v}|} \mathfrak{N}_{\mathfrak{f}_\chi}^{-1/2} \prod_{v \in S} \chi_v(\mathfrak{d}_v)^{-1}$$

folgende Funktionalgleichung:

$$W(\chi) \Lambda(\chi, s) = \Lambda(\chi^{-1}, 1 - s).$$

Aufgabe 32.

Bestimme die globale Funktionalgleichung von ψ und χ .