Übungen zur Algebraischen Zahlentheorie 2

Sommersemester 2016

Prof. Dr. O. Venjakob
O. Thomas

Blatt 8
keine Abgabe, Besprechung am 11.7.

Aufgabe 29. *(Differente I.)*
Sei $L|K$ eine Erweiterung von Zahlkörpern und $\alpha \in \mathcal{O}_L$ mit $\mathcal{O}_L = \mathcal{O}_K[\alpha]$. Sei f das Minimalpolynom von α über K. Dann ist die Differente von $L|K$ das von $f'(\alpha)$ erzeugte Hauptideal.

Aufgabe 30. *(Differente II.)*
Sei $L|K$ eine Erweiterung von Zahlkörpern. Zeige oder widerlege: $\mathcal{O}_L$ ist genau dann ein freier $\mathcal{O}_K$-Modul, wenn die Differente ein Hauptideal ist.

Aufgabe 31. *(Explizite Ganzheitsringe.)*
$\mathcal{O}_{\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})} = \mathbb{Z}[\sqrt[3]{2}]$.

Aufgabe 32. *(Explizite Hilbertsche Klassenkörper.)*
Sei $K = \mathbb{Q}(i, \sqrt{-5})$.

(i) $(1, i, \frac{1+\sqrt{5}}{2}, i\frac{1+\sqrt{5}}{2})$ ist eine Ganzheitsbasis von $\mathcal{O}_K$.

(ii) Bestimme $\mathrm{Cl}_{\mathbb{Q}(\sqrt{-5})}$ und $\mathrm{Cl}_{\mathbb{Q}(\sqrt{-5})}^{G(\mathbb{Q}(\sqrt{-5})|\mathbb{Q})}$.

(iii) K ist der Hilbertsche Klassenkörper von $\mathbb{Q}(\sqrt{-5})$.