

# Übungen zur Algebraischen Zahlentheorie 2

Sommersemester 2016

Prof. Dr. O. Venjakob  
O. Thomas

Blatt 7  
keine Abgabe, Besprechung am 4.7.

---

**Aufgabe 25.** (*Artins Lemma.*)

Vollziehe den Beweis von Artins Lemma durch Konstruktion des Körpers  $E$  für  $L = \mathbb{Q}(\sqrt{-3})$ ,  $K = \mathbb{Q}$ ,  $\mathfrak{p} \in \{3, 5\}$  und  $S = \{7\}$  nach.

**Aufgabe 26.** (*Führer.*)

Bestimme die zulässigen Ideale von  $\mathbb{Q}(\sqrt{-3})|\mathbb{Q}$ .

**Aufgabe 27.** (*Hasses Normensatz.*)

- (i) Für nicht-zyklische Erweiterungen von Zahlkörpern gibt es Gegenbeispiele zu Hasses Normensatz.
- (ii)  $f(x, y) = x^2 - ay^2 + b$  hat für Einheiten eines Zahlkörpers  $a, b$  genau dann eine Nullstelle, wenn es überall lokal eine Nullstelle gibt.

**Aufgabe 28.** (*Verzweigung in  $\mathbb{Z}_p$ -Erweiterungen.*)

Sei  $K$  ein Zahlkörper und  $K_\infty|K$  galoissch mit  $G(K_\infty|K) \cong \mathbb{Z}_p$ . Jede verzweigte Primstelle teilt  $p$  und mindestens eine Stelle verzweigt.