

Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

Wintersemester 2015/16

Prof. Dr. K. Wingberg
O. Thomas

Blatt 12
Abgabe bis 21.1.2016, 11:00h

Aufgabe 45. (3+3 Punkte)

- (i) Bestimme die Primidealzerlegung von $6\mathcal{O}_{\mathbb{Q}(\sqrt{-5})}$.
- (ii) Sei p prim. Bestimme die Primidealzerlegung von $p\mathcal{O}_K$ für $K = \mathbb{Q}(\sqrt{p})$ und $K = \mathbb{Q}(\sqrt{-p})$.

Aufgabe 46. (6 Punkte)

Seien K und K' zwei quadratische Zahlkörper. Stimmen die Mengen derjenigen Primzahlen überein, die in K bzw. K' zerlegt sind, so ist $K = K'$.

Aufgabe 47. (6 Punkte)

$$\#(\mathcal{O}_K/\mathfrak{a})^\times = \mathfrak{N}(\mathfrak{a}) \cdot \prod_{\mathfrak{p}|\mathfrak{a}} 1 - \frac{1}{\mathfrak{N}(\mathfrak{p})}$$

für quadratische Zahlkörper K und nicht-triviale Ideale \mathfrak{a} , wobei \mathfrak{p} die Primideale durchläuft, welche \mathfrak{a} teilen.

Aufgabe 48. (6 Punkte)

Folgere aus der Tatsache, dass $\mathcal{O}_{\mathbb{Q}(\sqrt{-163})}$ faktoriell ist, dass $n^2 - n + 41$ prim ist für $-39 \leq n \leq 40$.