

Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

Wintersemester 2015/16

Prof. Dr. K. Wingberg
O. Thomas

Blatt 6
Abgabe bis 26.11.2015, 11:00h

Aufgabe 21. (6 Punkte)

Bestimme alle Lösungen in den natürlichen Zahlen von $5^n = a^2 + 1$.

Aufgabe 22. (6 Punkte)

Sei n eine natürliche Zahl und $\psi(n) = \#\{a \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}^\times \mid a^{n-1} \neq 1\}$. Ist $\psi(n) \geq 1$, so ist $\psi(n) \geq \frac{1}{2} \cdot \varphi(n)$.

Aufgabe 23. (3+3 Punkte)

- (i) Bestimme die letzten beiden Ziffern der Dezimaldarstellung von

$$7^{\binom{7}{7}}.$$

- (ii) Bestimme die eindeutige Zerlegung in Primfaktoren von 30 in den gaußschen Zahlen.

Aufgabe 24. (6 Punkte)

Sei R ein euklidischer Ring mit $R^\times = \{\pm 1\}$ und $x \notin \{-1, 0, 1\}$ ein Element minimaler Norm. Dann ist $R/(x)$ als Ring isomorph zu $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ oder $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$.