Übungen zur Algebraischen Geometrie II

Sommersemester 2015

Prof. Dr. K. Wingberg — Blatt 12

O. Thomas — Abgabe bis 08.07.2015, 14:00h

Aufgabe 45. *(6 Punkte)*
Sei X eine projektive nicht-singuläre Varietät über einem algebraisch abgeschlossenen Körper k. Ist D ein Divisor auf X, so ist durch $s \mapsto (s)_0$ eine Bijektion zwischen

$$(H^0(X, \mathcal{L}(D)) \setminus \{0\})/k^\times$$

und den effektiven zu D linear äquivalenten Divisoren auf X gegeben.

Aufgabe 46. *(6 Punkte)*
Ist

$$0 \longrightarrow \mathcal{F}' \longrightarrow \mathcal{F} \longrightarrow \mathcal{F}'' \longrightarrow 0$$

eine exakte Sequenz kohärenter Garben auf einem projektiven Schema über einem Körper, so ist $\chi(\mathcal{F}) = \chi(\mathcal{F}') + \chi(\mathcal{F}'')$.

Aufgabe 47. *(3+3 Punkte)*
Sei X eine Kurve.

(i) Ist $\mathfrak{p} \in X$, so gibt es eine nicht-konstante Funktion $f \in K(X)$, welche an allen Punkten $\neq \mathfrak{p}$ regulär ist.

(ii) Ist $S \subseteq X$ eine endliche Menge von Punkten auf X, so gibt es eine Funktion $f \in K(X)$ welche an jedem Punkt aus S einen Pol hat und an jedem Punkt außerhalb von S regulär ist.

Aufgabe 48. *(3+3 Punkte)*
Sei X eine Kurve vom Geschlecht g.

(i) Ist D ein effektiver Divisor auf X, so ist $\dim |D| \leq \deg D$.

(ii) Es gibt einen endlichen Morphismus $f\colon X \longrightarrow \mathbb{P}^1$ von Grad $\leq g + 1$.