

## Übungen zur Algebraischen Geometrie II

Sommersemester 2015

Prof. Dr. K. Wingberg  
O. Thomas

Blatt 10  
Abgabe bis 24.06.2015, 14:00h

---

**Aufgabe 37.** (6 Punkte)

Für  $U = \text{Spec } k[X, Y] \setminus \{(X, Y)\}$  ist  $H^1(U, \mathcal{O}_U)$  der von  $X^i Y^j$  mit  $i, j < 0$  aufgespannte  $k$ -Vektorraum.

**Aufgabe 38.** (3.2 Punkte)

- (i) Für  $n \geq 2$  ist  $\text{Ext}_{\mathbb{Z}}^n(A, B) = 0$  für beliebige abelsche Gruppen  $A$  und  $B$ .
- (ii) Bestimme  $\text{Ext}_{\mathbb{Z}}^{\bullet}(\mathbb{Z}/m, \mathbb{Z}/n)$  für  $m, n \in \mathbb{Z}$ .
- (iii) Bestimme  $\text{Ext}_{\mathbb{Z}}^{\bullet}(\mathbb{Z}[\frac{1}{p}], \mathbb{Z})$  für Primzahlen  $p$ .

**Aufgabe 39.** (3+3 Punkte)

Sei  $X$  ein noethersches Schema und  $\mathcal{F}, \mathcal{G}$  zwei  $\mathcal{O}_X$ -Moduln.

- (i) Sind  $\mathcal{F}$  und  $\mathcal{G}$  kohärent, so auch alle  $\mathcal{E}xt^i(\mathcal{F}, \mathcal{G})$ .
- (ii) Ist  $\mathcal{F}$  kohärent und  $\mathcal{G}$  quasikohärent, so sind auch alle  $\mathcal{E}xt^i(\mathcal{F}, \mathcal{G})$  quasikohärent.

**Aufgabe 40.** (6 Punkte)

Ist  $k$  ein unendlicher Körper und  $X = \mathbb{P}_k^1$ , so gibt es kein projektives Objekt  $\mathcal{P}$  in der Kategorie aller  $\mathcal{O}_X$ -Moduln mit  $\mathcal{P} \rightarrow \mathcal{O}_X \rightarrow 0$  exakt.