Übungen zur Algebraischen Geometrie II

Sommersemester 2015

Prof. Dr. K. Wingberg
O. Thomas

Blatt 6
Abgabe bis 27.05.2015, 14:00h

Aufgabe 21. *(6 Punkte)*
Ist $B = A[X_1, \dots, X_n]/(f_1, \dots, f_r)$, und $J = (\partial_i f_j)_{i,j} \in A[X_1, \dots, X_n]^{n \times r}$, so ist

$$\Omega_{B|A} \cong \operatorname{coker}\left(J\colon B^r \longrightarrow B^n\right).$$

Aufgabe 22. *(6 Punkte)*
Sei $X \longrightarrow Y$ ein Morphismus von Schemata und $Y \longrightarrow Z$ eine Immersion. Dann ist $\Omega_{X|Z} \cong \Omega_{X|Y}$.

Aufgabe 23. *(3+3 Punkte)*
Sei R ein kommutativer Ring mit Eins. Es gibt eine exakte Sequenz

$$0 \longrightarrow \bigcap_{n \geq 1} T^n \Omega_{R[[T]]|R} \longrightarrow \Omega_{R[[T]]|R} \xrightarrow{df(T) \mapsto f'(T)dT} R[[T]]dT$$

und $\Omega_{R[[T]]|R}$ ist im Allgemeinen kein endlich erzeugter $R[[T]]$-Modul.

Aufgabe 24. *(6 Punkte)*
Es sei k ein algebraisch abgeschlossener Körper und $X = \mathbb{P}^1_k$. Dann ist $H^i(X, \mathcal{O}_X) = 0$ für alle $i > 0$. (Die Sequenz $0 \longrightarrow \mathcal{O}_X \longrightarrow \underline{k(X)} \longrightarrow \underline{k(X)}/\mathcal{O}_X \longrightarrow 0$, wobei $\underline{k(X)}$ die konstante Garbe mit Halm $k(X)$ bezeichne (vgl. Aufgabe 6 der algebraischen Geometrie 1), kann sich als hilfreich erweisen.)