Übungen zur Algebraischen Geometrie II

Sommersemester 2015

Prof. Dr. K. Wingberg
O. Thomas

Blatt 3
Abgabe bis 06.05.2015, 14:00h

Aufgabe 9. *(3·2 Punkte)*
Sei X ein noethersches Schema und $\mathcal{L}$ und $\mathcal{M}$ invertierbare Garben auf X.

(i) Ist $\mathcal{L}$ ampel und $\mathcal{M}$ von globalen Schnitten erzeugt, so ist $\mathcal{L} \otimes \mathcal{M}$ ampel.

(ii) Ist $\mathcal{L}$ ampel, so ist $\mathcal{L}^n \otimes M$ ampel für hinreichend großes n.

(iii) Ist X von endlichem Typ über einem noetherschen Ring, $\mathcal{L}$ sehr ampel und $\mathcal{M}$ von globalen Schnitten erzeugt, so ist $\mathcal{L} \otimes \mathcal{M}$ sehr ampel.

Aufgabe 10. *(6 Punkte)*
Ist $f\colon \mathbb{P}_k^n \longrightarrow \mathbb{P}_k^m$ ein Morphismus, so ist das Bild von f entweder ein Punkt oder $m \geq n$ und $\dim f(\mathbb{P}_k^n) = n$.

Aufgabe 11. *(1+2+3 Punkte)*
Sei X ein reduziertes noethersches Schema.

(i) Es gibt endlich viele generische Punkte $\eta_1, \ldots, \eta_n$ auf X.

(ii) Es gibt nicht-leere offene integre Unterschemata $U_1, \ldots, U_n$ von X mit $\eta_i \in U_i$ und $U_i \cap U_j = \varnothing$ für $i \neq j$.

(iii) Ist $\iota_k\colon U_k \longrightarrow X$ die kanonische Einbettung, so ist für jede invertierbare Garbe $\mathcal{L}$ der Morphismus
$$\mathcal{L} \longrightarrow \bigoplus_{k=1}^{n} (\iota_k)_* \mathcal{L}|_{U_k}$$
injektiv.

Aufgabe 12. *(6 Punkte)*
Ist X ein reduziertes noethersches Schema, so ist $\mathrm{CaCl}\ X \cong \mathrm{Pic}\ X$.