Übungen zu Funktionentheorie 1 Sommersemester 2020

Prof. Dr. R. Weissauer
Dr. Mirko Rösner

Blatt 7
Abgabe auf Moodle bis zum 12. Juni

Bearbeiten Sie vier Aufgaben. Jede Aufgabe ist vier Punkte wert. Sei D eine offene nichtleere wegzusammenhängende Teilmenge von $\mathbb{C}$.

27. Aufgabe: Seien f und g holomorphe Funktionen auf D. Dann gilt für jede stetige, stückweise differenzierbare und geschlossenen Kurve $\gamma : [0,1] \to D$ die Formel der partiellen Integration:

$$\oint_\gamma f(z)g'(z)\mathrm{d}\,z = -\oint_\gamma f'(z)g(z)\mathrm{d}\,z\ .$$

28. Aufgabe: Sei $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ eine nichtkonstante holomorphe Funktion. Zeigen Sie: $\exp \circ f$ ist kein Polynom.

29. Aufgabe: Sei $\sigma : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ stetiger Körper-Automorphismus. Zeigen Sie: σ ist die Identität oder die komplexe Konjugation.

30. Aufgabe: Sei $R > 0$ und $a \in D$ sodass der offene Ball $B_R(a)$ in D enthalten ist. Sei $f : D \to \mathbb{C}$ holomorph. Zeigen Sie für beliebiges $0 < r < R$ die Mittelwertformel

$$f(a) = \int_0^1 f(a + re^{2\pi i t})\mathrm{d}t\ .$$

31. Aufgabe: Bearbeiten Sie eine der verbleibenden nummerierten Aufgaben von Blatt 6.