

## ”Höhere Mathematik für Physiker III

Checkliste zur Klausur

Wintersemester 2014/15

Keine Gewähr auf Vollständigkeit!

---

Denken Sie bitte daran: Wenn in der Klausur ein Satz abgefragt wird, formulieren Sie ihn bitte vollständig mit Voraussetzungen.

Sind Sie vertraut mit folgenden Konzepten?

- Was sind ein Verband  $B$ , ein Halbverband  $B$  und eine monotone Hülle  $B^+$ ? Was ist  $B^{++}$ ?
- Was ist ein abstraktes Integral auf einem Halbverband?
- Formulieren Sie ein Standard-Integral auf  $C_c(\mathbb{Z})$ .
- Wie wird das Lebesgue-Integral definiert?
- Was ist eine Nullmenge? Was ist eine endlich messbare Menge?
- Wann sind Integration und Differentiation vertauschbar?
- Was besagen die Sätze von Beppo-Levi und Lebesgue?
- Wann ist eine Funktion lokal Lebesgue-integrierbar?
- Für welches  $\alpha \in \mathbb{R}$  ist die Funktion  $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |x|^\alpha$  Lebesgue-integrierbar?
- Was können Sie über messbare Funktionen aussagen?
- Was ist eine Schwarzfunktion? Bilden die Schwarzfunktionen einen Vektorraum?
- Was ist ein Hilbertraum? Was ist  $L^2(X)$  für einen Raum  $X$ ? Was ist das  $L^2$ -Skalarprodukt?
- Formulieren Sie das  $\epsilon$ -Kriterium für Nullmengen.
- Wann liegt eine Teilmenge dicht in einem metrischen Raum?
- Formulieren Sie den Satz von Stone-Weierstraß.
- Was ist diskrete Fouriertransformation? Was besagt die Plancherelformel?
- Wie ist die Fouriertransformation in  $L^2(X)$  erklärt? Welche Normierung haben wir gewählt? Was ist  $(\mathcal{F}\mathcal{F}f)(x)$ ?
- Was ist ein Kommutator? Was ist  $[\partial_i, x_j]$  als Operator auf  $C^\infty(\mathbb{R}^n)$ ?
- Was ist eine verallgemeinerte Funktion auf einer offenen Teilmenge  $M \subseteq \mathbb{R}^n$ ? Wie definiert man deren Ableitung?

- Was ist eine Distribution? Was ist eine reguläre Distribution?
- Wie ist die Faltung in  $C_c^\infty(M)$  definiert? Was hat die Faltung mit der Fouriertransformation zu tun? Ist sie kommutativ, assoziativ?
- Was ist die Faltung mit einer Distribution?
- Was ist die Diracdistribution  $\delta_\xi$  für ein  $\xi \in M$ ?
- Formulieren Sie die Wellengleichung und Ihre Fundamentallösung? Gibt es eine Lösung der Wellengleichung im Schwarzaum?
- Was ist eine harmonische Funktion? Formulieren Sie die Coulomb-Distribution (Fundamentallösung der Poissongleichung) für  $n \neq 2$  und für  $n = 2$ .
- Was ist eine Mannigfaltigkeit? Was ist  $\partial M$ ?
- Was besagt der Satz von Stokes? Was besagt die Greensche Formel?
- Formulieren Sie die Oberflächenform  $\sigma_{n-1}$ . Welche Eigenschaften hat sie?
- Wie ist das Volumen der Sphäre  $S^{n-1}$  definiert. Können es über eine Formel ausdrücken?
- Was ist die Kelvin-Transformation?
- Berechnen Sie den Laplace-Operator  $\Delta\|x\|_2$  in  $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ .

Keine Gewähr auf Vollständigkeit!