Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
Wintersemester 2017/18

PD Dr. Fabian Januszewski
Michael Fütterer

L-Funktionen vom Grad 2

7. Übungsblatt

6.12.2017

Aufgabe 1. Zeige Prop. 2.2: Ist A eine $\mathbb{C}$-Algebra und M_1, M_2 einfache A-Moduln, die als $\mathbb{C}$-Vektorräume endlichdimensional sind, so ist

$$\mathcal{V}_{M_1} = \mathcal{V}_{M_2} \iff M_1 \cong M_2.$$

Aufgabe 2. Zeige, dass jede zulässige Darstellung von $\mathrm{GL}_1(F)^d$ eine eindimensionale Unterdarstellung enthält.

Aufgabe 3. Sei G eine total unzusammenhängende lokalkompakte topologische Gruppe, $H \subseteq G$ eine abgeschlossene Untergruppe und (V, π) eine glatte Darstellung von H. Es gibt verschiedene Definitionen der Induktion von H nach G:

(a) Für endliche Gruppen G und H:

$$\operatorname{ind}_H^G V = \mathbb{C}[G] \underset{\mathbb{C}[H]}{\otimes} V;$$

(b) normalisierte Induktion wie in der Vorlesung:

$$\operatorname{ind}_H^G V = \left\{ f : G \longrightarrow V \ : \begin{array}{l} f(hg) = \delta_G^{-1/2}(h)\delta_H^{1/2}(h)\pi(h)f(g) \text{ für alle } h \in H, g \in G, \text{ und} \\ \text{es gibt } K_0 \subseteq G \text{ offen mit } f(gh) = f(g) \text{ für alle } g \in G, h \in K_0 \end{array} \right\};$$

(c) kompakte Induktion: diese ist wie die normalisierte Induktion definiert, nur dass das Bild des Trägers von f in G/H kompakt sein soll.

Vergleiche diese Definitionen. Betrachte insbesondere den Fall, dass $G = \mathrm{GL}_2(F)$ und $H = B(F)$ die (Borel-)Untergruppe der oberen Dreiecksmatrizen ist.

Besprechung am 13.12.2017 in der Übung.