Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
Wintersemester 2017/18

PD Dr. Fabian Januszewski
Michael Fütterer

L-Funktionen vom Grad 2

4. Übungsblatt

20.11.2017

Aufgabe 1. Es sei G eine endliche Gruppe, die wir mit der diskreten Topologie versehen.

(a) Wie sehen Haarsche Maße auf G aus?

(b) Wie sieht der L^2-Raum von G und die Operation von G darauf aus?

Aufgabe 2. Wir betrachten die Operation von $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ auf der oberen Halbebene

$$\mathbb{H} = \{\tau \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}\tau > 0\},$$

die für $\gamma = \left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right) \in \mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ und $\tau \in \mathbb{H}$ durch

$$\gamma\tau := \frac{a\tau + b}{c\tau + d}$$

gegeben ist.

(a) Zeige, dass die Aktion der Untergruppe $\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})$ eigentlich diskontinuierlich ist. Bestimme einen Fundamentalbereich und sein Volumen.

(b) Zeige, dass die Aktion von $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ transitiv ist und bestimme den Stabilisator von $\mathrm{i} \in \mathbb{H}$.

(c) Zeige, dass der Doppelquotient $\mathrm{SL}_2(\mathbb{Q})\backslash\mathrm{SL}_2(\mathbb{Q}_{\mathbb{A}})/\mathrm{SL}_2(\widehat{\mathbb{Z}})\,\mathrm{SO}_2$ homöomorph zu $\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})\backslash\mathbb{H}$ ist.

Besprechung am 22.11.2017 in der Übung.