

Algebraische Gruppen

11. Übungsblatt

04.07.2018

Es sei G stets eine zusammenhängende affine algebraische Gruppe.

Aufgabe 1. Zeige, dass eine kommutative zusammenhängende reductive Gruppe ein Torus ist.

Aufgabe 2. Sei G eine lineare algebraische Gruppe.

- (a) Zeige, dass $G/R_u G$ reaktiv ist.
- (b) Zeige, dass G/RG halbeinfach ist.

Aufgabe 3. Sei T ein Torus in $Z(G)$. Zeige, dass dann $[G, G] \cap T$ endlich ist.

Aufgabe 4. Sei G reaktiv. Zeige, dass G als Gruppe von G_s erzeugt wird.

Aufgabe 5. Eine *Levi-Untergruppe* von G ist eine zusammenhängende Untergruppe L , sodass G das semidirekte Produkt aus L und $R_u G$ ist.

- (a) Zeige, dass eine Levi-Untergruppe eine maximale reductive Untergruppe ist.
- (b) Sei L eine Levi-Untergruppe. Zeige, dass $S := Z(L)^\circ$ ein maximaler Torus in RG ist und dass $S = L \cap RG$.
- (c) Wir nehmen an, dass jeder maximale Torus in RG eine Cartan-Untergruppe von RG ist. Zeige, dass dann Levi-Untergruppen in G existieren.