

Algebraische Gruppen

9. Übungsblatt

13.06.2018

Aufgabe 1. Sei G eine zusammenhängende affine algebraische Gruppe und B eine Boreluntergruppe. Zeige:

- (a) Ist $B = B_s$, so ist G ein Torus.
- (b) Wenn B keinen nichttrivialen Torus enthält, so ist G unipotent.
- (c) In beiden Fällen gilt $G = B$.
- (d) Wenn G einen normalen Torus T enthält, sodass G/T wieder ein Torus ist, so ist auch G selbst ein Torus.

Aufgabe 2. Sei G eine zusammenhängende affine algebraische Gruppe. Zeige die Äquivalenz der folgenden Aussagen:

- (a) G besitzt einen eindeutigen maximalen Torus;
- (b) ein maximaler Torus liegt im Zentrum $Z(G)$;
- (c) G ist nilpotent;
- (d) jede Boreluntergruppe B ist nilpotent.

Aufgabe 3. Zeige, dass jede zusammenhängende affine algebraische Gruppe der Dimension ≤ 2 auflösbar ist.