

Prof. R. Weissauer

## Seminar Wintersemester 2018/19

# Kombinatorik und Darstellungstheorie

**Vorbesprechung:** In der erste Seminarsitzung am 16. Oktober 2018. Interessenten können sich gern vorab bei Kathrin Maurischat melden.

**Zeit und Ort:** Di 14.15 - 15.45 Uhr, SR 6 INF 205.

**Voraussetzungen:** Lineare Algebra, insbesondere werden Kenntnisse über das Tensorprodukt vorausgesetzt.

**Zielgruppe:** BSc-Studierende Mathematik

## Inhalt

Die endlichdimensionale Darstellungstheorie der allgemeinen linearen Gruppe  $GL(n)$  wird beschrieben durch die der symmetrischen Gruppe  $S_n$ . Dieses Dualitätsresultat von Hermann Weyl aus den 1920er Jahren markiert als Hauptsatz der Invariantentheorie sowohl den Schlusspunkt der klassischen Invariantentheorie des neunzehnten Jahrhunderts als auch den Beginn der modernen Darstellungstheorie.

In diesem Seminar studieren wir das Resultat von Hermann Weyl in moderner Sprache. Die dazu benötigten Elemente der Darstellungstheorie wie der Kombinatorik entwickeln wir selbstverständlich. Daraus ergeben sich einige schöne Anwendungen für die symmetrische Gruppe.

Das genaue Vortragsprogramm findet sich in wenigen Tagen auf der Homepage <https://www.mathi.uni-heidelberg.de/~kmaurisc/>

## Literatur

- [1] B. Sagan: *The Symmetric Group – Representations, combinatorial algorithms, and symmetric functions*, Springer (Second edition, 2001)
- [2] B. L. van der Waerden: *Algebra I*, Springer
- [3] R. Weissauer: *Kapitel 2 Die Lineare Gruppe und Kapitel 3 Tensoren aus dem Skript Differentialgeometrie*, Homepage
- [4] H. Weyl: *The Classical Groups – Their invariants and representations*, Princeton University Press (Edition 1966)

## Vorträge

- (1) **Die allgemeine lineare Gruppe und ihre Liealgebra** Exponentialabbildung, Liealgebra, einhüllende Liealgebra, Casimir-Operator (Definition und Vertauschungseigenschaft). Literatur: [3, 2.2, 2.4, 2.5, 2.7 (Anfang)]
- (2) **Darstellungen und Gewichte der  $GL(n)$**  Definition der algebraischen Darstellungen, Gewichte, Höchstgewichte, Anwendung des Casimir-Operators. Literatur: [3, 2.3, 2.6, 2.7]
- (3) **Höhengraduierung** Eigenschaften der Räume  $G^\nu(W)$  mit „Gewichtsyoga“ und Aussagen über Sprungstellen. Literatur: [3, 2.8, 2.9, 2.10]
- (4) **Die symmetrische Gruppe** Darstellungen der symmetrischen Gruppe, Charaktere, Orthogonalitätsrelation. Literatur: [3, 3.8], siehe auch [2], [1]
- (5) **Die Tensoralgebra, symmetrische Tensoren** multilineare Abbildungen, Tensoralgebra,  $GL(n)$ - und  $S_n$ - Operation. Literatur: [3, 3.2, 3.3, 3.4]
- (6) **Multipolynome, Dimensionswechsel** mit Ordnungsrelation der Gewichte. Literatur: [3, 3.5, 3.10]
- (7) **Die Zerlegung des Tensorprodukts** mit alternierenden Tensoren. Literatur: [3, 3.6, 3.7]
- (8) **Der Satz von Hermann Weyl** und Tensorideale. Literatur: [3, 3.9, 3.10]
- (9) **Young Tableaux** mit Spechtmoduln, Standard-Tableaux. Literatur: [1, 2.1, 2.3, 2.5]
- (10) **Der Ring der symmetrischen Funktionen** und Schurfunktionen I. Literatur: [1, 4.4, 4.6]
- (11) **Die charakteristische Abbildung** und Schurfunktionen II. Literatur: [1, 4.6, 4.7]
- (12) **Die Littlewood-Richardson-Regel**. Literatur: [1, 4.9]
- (13) **Die Murnaghan-Nakayama-Regel**. Literatur: [1, 4.10]

## Grundsätzliches

- Die Vorträge dauern jeweils eine Sitzung (knapp 90 Minuten). Sie werden von uns (R. Weissauer und K. Maurischat) persönlich vergeben. Die zusätzliche Anmeldung in Müsli dient der Erreichbarkeit der Teilnehmer und der Verwaltung.
- Sie halten den Vortrag für die anderen Teilnehmer. Verständlichkeit für diese ist Maxime Ihres Vortrags. Die Vorträge bauen größtenteils aufeinander auf. Durch Ihr Handout (Zusammenfassung) soll dies erleichtert werden.
- Kümmern Sie sich um eine Vortragsvorbesprechung ca. 2 Wochen vor dem Vortrag mit einem von uns. Dort werden Fragen zur Stoffauswahl, zum Inhalt etc. geklärt.
- Es herrscht Anwesenheitspflicht.