Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
Dres. Eric Hofmann und Hendrik Kasten

31. 5. 2016

Riemann'sche Flächen – Übungsblatt 6

Aufgabe 1

Sei $f : Y \to X$ eine d-blättrige Überlagerung, sei $x_0 \in X$, und sei $f^{-1}(x_0) = \{y_1, \ldots, y_d\} \subseteq Y$. Zeigen Sie, dass dann die folgenden beiden Aussagen äquivalent sind.

(i) Es gibt ein $h \in \operatorname{Deck}(Y/X)$ mit $h(y_i) = \begin{cases} y_{i+1} & \text{für } 1 \leq i < d, \\ y_1 & \text{für } i = d. \end{cases}$

(ii) f ist normal, und $\operatorname{Deck}(Y/X)$ ist zyklisch.

Aufgabe 2

Operiert eine Gruppe G eigentlich diskontinuierlich auf einem nichtleeren wegzusammenhängenden und lokal wegzusammenhängenden topologischen Raum X, so gelten die folgenden beiden Aussagen.

(a) $\mathrm{proj}_G : X \to X/G$ ist eine Überlagerung.

(b) Es gilt $\operatorname{Deck}(X/(X/G)) = G$.

Aufgabe 3

Sei $f : Y \to X$ eine Überlagerung, und seien $x_0 \in X$ und $y_0 \in f^{-1}(x_0)$ fest gewählt. Dann gilt

$$[f_*\pi_1(Y, y_0)]_{\mathrm{konj}} = \{f_*\pi_1(Y, y) \mid y \in f^{-1}(x_0)\}.$$