Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
Dres. Eric Hofmann und Hendrik Kasten

23. 5. 2016

# Riemann'sche Flächen – Übungsblatt 5

## Aufgabe 1

Bestimmen Sie die universelle Überlagerung und den Isomorphietyp der Decktransformationsgruppe von

(a) $\mathbb{C}^\times$ (b) $\mathbb{E}^\times$ (c) $\mathbb{C}$.

## Aufgabe 2

Sei $X$ eine Riemann'sche Fläche, und sei $f : X \to \mathbb{E}^\times := \mathbb{E} \setminus \{0\}$ eine holomorphe Überlagerung. Nach Satz 2.23 sind dann für alle $z \in \mathbb{E}^\times$ die Fasern $f^{-1}(z)$ gleichmächtig. Wir schreiben $B(f) := |f^{-1}(z)| \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$. Zeigen Sie, dass dann das Folgende gilt.

(a) Im Fall $B(f) = \infty$ gibt es eine konforme Abbildung $\varphi : X \to H := \{z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Re}(z) < 0\}$ mit
$$f = (\exp|_H) \circ \varphi.$$

(b) Im Fall $B(f) = k \in \mathbb{N}$ gibt es eine konforme Abbildung $\varphi : X \to \mathbb{E}^\times$ mit
$$f = (z \mapsto z^k)|_{\mathbb{E}^\times} \circ \varphi.$$

Jede Überlagerung von $\mathbb{E}^\times$ ist also isomorph zur Überlagerung des Logarithmus oder zur Überlagerung einer $k$-ten Wurzel.