Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
Dres. Eric Hofmann und Hendrik Kasten

9. 5. 2016

Riemann'sche Flächen – Übungsblatt 3

Aufgabe 1

Sei X ein topologischer Raum, und seien $x_0, x_1, x_2, x_3 \in X$ fest gewählt. Seien weiter $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2 : [0,1] \to X$ Kurven mit

$$\gamma_k(0) = x_k \text{ und } \gamma_k(1) = x_{k+1} \quad \text{für } k \in \{0,1,2\}.$$

Dann gelten die folgenden Homotopien.

(i) $\dot{\gamma}_{x_0} \cdot \gamma_0 \sim \gamma_0 \sim \gamma_0 \cdot \dot{\gamma}_{x_1}$,

(ii) $\gamma_0 \cdot \gamma_0^{-1} \sim \dot{\gamma}_{x_0}$,

(iii) $(\gamma_0 \cdot \gamma_1) \cdot \gamma_2 \sim \gamma_0 \sim (\gamma_1 \cdot \gamma_2)$.

Aufgabe 2

Zeigen Sie die folgenden Aussagen.

(a) Für eine beliebige ganze Zahl $k \geq 1$ ist

$$p_k : \begin{cases} \mathbb{C}^\times & \to \mathbb{C}^\times, \\ z & \mapsto z^k \end{cases}$$

eine Überlagerung.

(b) Die Abbildung $\exp : \mathbb{C} \to \mathbb{C}^\times$ ist eine Überlagerung.

Aufgabe 3

Seien Y ein Hausdorffraum, X eine Riemann'sche Fläche und $f : Y \to X$ eine Überlagerung. Dann gibt es genau eine komplexe Struktur von Y, für die $f \in \mathrm{Hol}(Y, X)$ gilt.

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am Dienstag, dem 17. 5. 2016, um 13 Uhr s.t. besprochen.