**Universität Heidelberg**
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Winfried Kohnen
Johann Franke

25. Juni 2018

# Modulformen 1 – Übungsblatt 9

Sommersemester 2018

## Aufgabe 1 (2+2+2 Punkte)

Im Folgenden sei für eine gewöhnliche Dirichletreihe $F(s) = \sum_{n\geq 1} a(n)n^{-s}$ stets

$$\sigma_c(F) := \inf\left\{\sigma \in \mathbb{R} \mid F(s) \text{ konvergiert für ein } s = \sigma + it\right\}$$

und

$$\sigma_a(F) := \inf\left\{\sigma \in \mathbb{R} \mid \sum_{n\geq 1} |a(n)n^{-s}| \text{ konvergiert für ein } s = \sigma + it\right\}.$$

Wir nennen $\sigma_c$ die bedingte und $\sigma_a$ die absolute Konvergenzabszisse. Im Falle, dass $F$ überall konvergiert haben wir $\sigma_c(F) = -\infty$ und falls $F$ nirgends konvergiert analog $\sigma_c(F) = \infty$.

(a) Zeigen Sie, dass die Dirichletreihe $F(s)$, gegeben durch

$$F(s) = 1 - \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} - \frac{1}{4^s} + \cdots$$

die bedingte Konvergenzabszisse $\sigma_c(F) = 0$ und die absolute Konvrgenzabszisse $\sigma_a(F) = 1$ besitzt.

(b) Es sei $G(s)$ eine Dirichletreihe, die irgendwo konvergiert und irgendwo divergiert. Zeigen Sie $\sigma_c(G) \leq \sigma_a(G) \leq \sigma_c(G) + 1$.

(c) Finden Sie ein Beispiel $H$ mit $\sigma_c(H) \in \mathbb{R}$ und $\sigma_c(H) < \sigma_a(H) < \sigma_c(H) + 1$.

*Abgabe: Montag, 02.07, bis spätestens 11 Uhr ct. im Tutorenbriefkasten Nr. 53 in INF 205 im ersten Stock.*