Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Winfried Kohlen
Johann Franke

30. April 2018

Modulformen 1 – Übungsblatt 2

Sommersemester 2018

Aufgabe 1 (2+1 Punkte)

Es bezeichne $V_k(\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z}))$ den Vektorraum der Modulformen von Gewicht $k \in \mathbb{Z}$ bezüglich der vollen Modulgruppe.

- (a) Zeigen Sie: gilt $\dim_{\mathbb{C}} V_k(\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})) > 0$, so folgt bereits $\dim_{\mathbb{C}} V_k(\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})) = \infty$.
- (b) Beweisen oder widerlegen Sie: definieren wir mit der j -Invarianten $f(z) = e^{j(z)}$, so ist $f \in V_0(\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z}))$.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Es bezeichne j die j -Invariante. Wir definieren weiter die Mengen

$$\begin{aligned} M_1 &:= \{z \in \mathbb{C} \mid z = \rho + it, t \in \mathbb{R}_{\geq 0}\}, \\ M_2 &:= \{z \in \mathbb{C} \mid z = it, t \in \mathbb{R}_{\geq 1}\}, \\ M_3 &:= \left\{z \in \mathbb{C} \mid z = e^{2\pi i\theta}, \frac{1}{4} \leq \theta \leq \frac{1}{3}\right\}. \end{aligned}$$

wobei wie üblich $\rho := e^{2\pi i/3}$. Zeigen Sie:

- (i) $j(M_1) = (-\infty, 0]$,
- (ii) $j(M_2) = [1728, \infty)$,
- (iii) $j(M_3) = [0, 1728]$.

Abgabe: Montag, 07.05, bis spätestens 11 Uhr ct. im Tutorenbriefkasten Nr. 53 in INF 205 im ersten Stock.