Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Winfried Kohnen
Dr. Eric Hofmann

24. April 2017

Funktionentheorie 1 – Übungsblatt 1

Sommersemester 2017

Aufgabe 1 (1+2 Punkte)

Bestimmmen Sie Real- und Imaginärteil von

(a) $\left(\frac{5+3i}{2-4i}\right)^2$,

(b) $(1+i)^n$ für $n \in \mathbb{Z}$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Seien $a, b \in \mathbb{C}$ mit $|a| < 1$ und $|b| < 1$. Weisen Sie die Gültigkeit folgender Ungleichung nach:

$$\left|\frac{a-b}{1-\bar{a}b}\right| < 1.$$

Aufgabe 3 (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass $z_0 \in \mathbb{C}$ genau dann Nullstelle eines Polynoms mit reellen Koeffizienten

$$P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k \in \mathbb{R}[X] \quad (n > 0)$$

ist, wenn auch $\bar{z}_0$ Nullstelle von P ist.

Bitte wenden! ⟶

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Sei P ein Polynom vom Grad $n \geq 1$, gegeben durch

$$P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k \in \mathbb{C}[X],$$

insbesondere gelte $a_n \neq 0$. Zeigen Sie, dass es dann ein reelles $L > 0$ gibt, so dass für alle $z \in \mathbb{C}$ mit $|z| \geq L$

$$\frac{|a_n z^n|}{2} < |P(z)| < 2 \cdot \left|a_n z^n\right|$$

gilt.