

Programm zum Proseminar *Gewöhnliche Differentialgleichungen* im SS 2019

Eric Hofmann

24. April 2019

Exponentialfunktion und Trigonometrische Funktionen Zur Vorbereitung der weiteren Vorträge sollen hier die wesentlichen Eigenschaften der Exponentialfunktion sowie der trigonometrischen Funktion dargestellt werden. Da es im Zusammenhang mit der Theorie linearer Differentialgleichungen unerlässlich ist, die Trigonometrischen Funktionen über die Exponentialfunktion im komplexen zu definieren, sollte hier auch eine kurze (informelle) Einführung der komplexen Zahlen erfolgen (die Schwingungsgleichung mag hier, wie bei [2] als Motivation dienen). *Quellen: z.B. [2], §8, §10.*

2 Vorträge, Aufteilung: Exponentialfunktion ([2]§8.1 – 8.3, §9.1 (teilweise)), Trigonometrische Funktionen (z.B. [2] §3, §10.1, 10.2)

Grundbegriffe und erste Beispiele Nun sollen die grundsätzlichen Begriffe, die Behandlung gewöhnlicher Differentialgleichungen benötigt werden, eingeführt werden. Zur Illustration sollte außerdem eine sinnvolle Auswahl einfacher Beispiele getroffen werden. *Bemerkung: Eventuell sollte hier eine kleine Tabelle an Stammfunktionen bereitgestellt werden.*

Quellen: [3], §1 oder auch, [1], II.10

1 Vortrag

Systeme linearer DGLn mit konstanten Koeffizienten Die Lösungstheorie für diesen Typ Differentialgleichungen ist recht angenehm. Man behandelt zunächst homogene Systeme, wobei man hauptsächlich die Eigenschaften der Exponentialfunktion und etwas lineare Algebra benötigt. Ein Eindeutigkeitssatz bildet die theoretische Grundlage, um auch für inhomogene Systeme aus einer sog. *partikulären* Lösung die allgemeine Lösung zu erhalten. Ein mögliches Verfahren, partikuläre Lösungen zu gewinnen, ist die Variation der Konstanten.

Quellen: [2] §11 eventuell auch [1] II.11 und [3] §17. 2 Vorträge

System n-ter Ordnung: Hier sollten kurz anknüpfend an das vorherige Thema erläutert werden, wie sich Differentialgleichungen *n*ter Ordnung auf Systeme 1ter Ordnung zurückführen lassen. Allgemein z.B. nach [1] II.10 und speziell für lineare DGLn etwa nach [1] II.12 oder auch [3] §19, 20. **1 Vortrag**

Elementare Lösungsverfahren In diesem Vortrag sollen Beispiele mit elementaren Lösungsverfahren vorgestellt werden. Zur Auswahl gerne nochmal Rücksprache mit mir halten. *Quellen: [2] §14, [3] §1, oder [1] II.11 1 Vortrag*

Existenz und Eindeutigkeitsätze Es gilt nun die Fragen nach der Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen gewöhnlichen Differentialgleichungen etwas allgemeiner zu betrachten.¹ Hauptergebnisse sind hier ein Eindeutigkeitsatz für DGLn der Form $y' = f(x, y)$, wenn f einer sog. *Lipschitz-Bedingung* genügt, und der Existenzsatz von *Picard-Lindelöf*.

Quelle: [1] II.10. (ab Definition der Lipschitz Bedingung)

2 Vorträge, Aufteilung: Eindeutigkeit, Existenzsatz von Picard-Lindelöf.

Kurvenscharen Exakte Differentialgleichungen, Satz über Stammfunktionen und Euler Multiplikatoren (aka. integrierende Faktoren)

Quellen: [3] §3, eventuell auch [2] §13

1 Vortrag Genauere Themenauswahl noch abzusprechen.

Implizite Differentialgleichungen (Noch frei!) *Quelle: [3] §4 1 Vortrag*

Literatur

[1] O. Forster, *Analysis II*, Springer

[2] K. Königsberger, *Analysis 1*, Springer

[3] W. Walter, *Gewöhnliche Differentialgleichungen*, Springer Lehrbuch

¹Hierzu sind auch einige Voraussetzungen aus der Analysis 2 erforderlich, diese sollten aber inzwischen in der Vorlesung behandelt worden sein.