

Proseminar im Sommersemester 2019

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Dr. Eric Hofmann

Voraussetzungen: Analysis 1

Zielgruppe: Studierende ab dem 2. Semester

Zeit und Ort: Di 14 Uhr, SR 9 INF 205

Vorbesprechung und Terminvergabe: Di 16.4

Im Proseminar wollen wir uns mit Differentialgleichungen in einer reellen Veränderlichen (sogenannte *gewöhnliche* Differentialgleichungen) beschäftigen. Eine gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung ist eine Gleichung der folgenden Form

$$y' = f(x, y) \tag{1}$$

mit einer reellwertigen Funktion $f(x, y)$, welche auf einer Teilmenge D der x - y -Ebene \mathbb{R}^2 definiert ist. (*Erster Ordnung* bedeutet hier, dass auf der linken Seite der Gleichung lediglich die erste Ableitung vorkommt.)

Unter einer *Lösung* einer Differentialgleichung der Form (1) versteht man nun eine Funktion $y(x) : I \rightarrow \mathbb{R}$, die einem Intervall $I \subset \mathbb{R}$ definiert ist, deren Graph in D enthalten ist und für die (1) erfüllt ist. Mit anderen Worten:

$$(x, y(x)) \in D \quad \text{und} \quad y'(x) = f(x, y(x)) \quad (\forall x \in I).$$

Zu einer Gleichung der obigen Form gibt es nun eine ganze Schaar von Graphen möglicher Lösungen, denn die Gleichung (1) legt zwar für jedes $x \in I$ die Steigung des Graphen (also $y'(x)$) fest, nicht aber den Wert $y(x)$. Man hat somit für jeden Punkt von D einen Wert für die Steigung des Graphen einer Lösung, die durch diesen Punkt geht. Man bezeichnet eine Tripel $(x, y, f(x, y))$ als *Linienelement* und die Gesamtheit aller Linienelemente (für $(x, y) \in D$) als *Richtungsfeld*.

Oft wird deshalb bei einer Differentialgleichung auch eine *Anfangsbedingung* vorgegeben: Das heißt, für ein bestimmtes $x_0 \in I$ ist der Wert $y(x_0) = y_0$ vorgegeben. Mit anderen Worten der Graph von $y(x)$ soll durch den Punkt (x_0, y_0) laufen, und wird dadurch festgelegt.

Literatur

- Königsberger, *Analysis 1*, Springer
- Walter, *Gewöhnliche Differentialgleichungen*, Springer