Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Winfried Kohnen
Dr. Eric Hofmann

28. Juni 2019

Analysis 2 – Übungsblatt 10

Sommersemester 2019

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Sei $U \subset R^n$ eine offene Teilmenge und $f : U \to \mathbb{R}$ eine Abbildung. Seien weiter $x_0 \in U$ und v ein Einheitsvektor.

Zeigen Sie: Existiert die Richtungsableitung L_{x_0} von f in x_0 in Richtung v, so existiert auch die Richtungsableitung von f in x_0 in Richtung $-v$ und es gilt

$$L_{x_0}(-v) = -L_{x_0}(v).$$

Aufgabe 2 (2+2 Punkte)

Seien $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^n ; x > 0, y > 0\}$ und die Abbildung

$$f : \begin{cases} D & \to \mathbb{R} \\ (x, y) & \mapsto (xy)^{\frac{1}{3}} \end{cases}$$

gegeben.

(a) Weisen Sie nach, dass f im Punkte $(1, 1)$ total differenzierbar ist.

(b) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialfläche an den Graphen von f im Punkte $(1, 1, 1)$.

Aufgabe 3 (2+2 Punkte)

Man definiert eine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ durch die Vorschrift

$$f(x, y) = \begin{cases} \sin(x) & \text{falls } \exists t \in \mathbb{R}, t \neq 0 \quad \text{mit } (x, y) = (t, t^2), \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Beweisen Sie:

(a) f ist in $(0, 0)$ stetig, jedoch nicht (total) differenzierbar.

(b) Im Punkte $(0, 0)$ ist f in jeder Richtung v richtungsableitbar.

Abgabe: 5. Juli, bis spätestens 11 Uhr ct.