

Analysis 2 – Übungsblatt 6

Sommersemester 2019

Aufgabe 1 (2+2 Punkte)

Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil von

a) $\left(\frac{5+3i}{2-4i}\right)^2$, b) $(1-\sqrt{3}i)^n \quad (n \in \mathbb{N})$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei $\mathbb{H} = \{z = x + iy \mid y > 0\}$ und $\mathbb{E} = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1\}$. Sei $\beta \in \mathbb{H}$ und setze

$$f_\beta(z) = \frac{z - \beta}{z - \bar{\beta}} \quad (z \in \mathbb{H}).$$

Zeigen Sie, dass die Abbildung $f_\beta : \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{E}$ wohldefiniert und bijektiv ist mit $f_\beta(\beta) = 0$.

Aufgabe 3 (2+2 Punkte)

(a) Bestimmen Sie die Konvergenzradien folgender Potenzreihen

i) $\sum_{n=1}^{\infty} n^\alpha z^n \quad (\alpha \in \mathbb{R})$, ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} z^n$.

(b) Zeigen Sie:

i) $\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} \mp \dots \quad (|x| < 1)$.

ii) $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \mp \dots$.

Hinweis: Für ii) verwenden Sie i) und den Abelschen Grenzwertsatz.