

**Universität Heidelberg**  
Mathematisches Institut  
Prof. Dr. Winfried Kohnen  
Dr. Eric Hofmann

17. Mai 2019

## Analysis 2 – Übungsblatt 4

Sommersemester 2019

---

### Aufgabe 1 (2+2 Punkte)

(a) Berechnen Sie die erste und zweite Ableitung der Funktionen

$$f(x) = x^x \quad (x \in \mathbb{R}_+) \quad \text{und} \quad g(x) = x^{(x^x)} \quad (x \in \mathbb{R}_+).$$

(b) Bestimmen Sie den Limes  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \log(x)^{\log(x)}$ .

### Aufgabe 2 (4 Punkte)

Berechnen Sie die Zahl  $e$  mit einem Fehler kleiner als  $10^{-4}$  unter Benutzung des Satzes von Taylor.

(Hinweis: Auch die Fehlerabschätzung muss begründet werden.)

### Aufgabe 3 (4 Punkte)

Seien  $I$  ein offenes Intervall in  $\mathbb{R}$ ,  $a \in I$  und  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  eine zweimal differenzierbare Funktion, für die im Punkte  $a$  die dritte Ableitung existiert. Zeigen Sie:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h) - 3f(a+2h) + 3f(a+h) - f(a)}{h^3} = f^{(3)}(a).$$

Hinweis: Verallgemeinerter Mittelwertsatz.

---

Abgabe: 24. Mai, bis spätestens 11 Uhr ct.