Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Winfried Kohnen
Dr. Eric Hofmann

10. Mai 2019

Analysis 2 – Übungsblatt 3

Sommersemester 2019

Aufgabe 1 (1+2+1 Punkte)

Berechnen Sie folgende Integrale:

$$\text{(a)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x)\cdot\exp\big(\sin(x)\big)\,dx, \quad \text{(b)} \int_0^{\sqrt[3]{\pi}} x^5\cdot\cos\big(x^3\big)\,dx, \quad \text{(c)} \int_1^e x\cdot\log(x)\,dx.$$

Aufgabe 2 (2+2 Punkte)

Für $a>0$, $a\neq 1$ wurde in der Vorlesung der *Logarithmus* zur Basis a,

$$\log_a : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R},$$

als Umkehrfunktion der Funktion $f_a : \mathbb{R}\to\mathbb{R}_+$, mit $x\mapsto a^x$, definiert.

(a) Berechnen Sie die Ableitung $(\log_a)'$.

(b) Zeigen Sie, dass

$$\log_a(x) = \frac{\log(x)}{\log(a)} \quad (x\in\mathbb{R}_+)$$

gilt.

Aufgabe 3 (2+2 Punkte)

(a) Zeigen Sie folgende Beziehungen für die Funktionen sinh und cosh:

$$\begin{aligned} \sinh(x+y) &= \sinh(x)\cosh(y)+\cosh(x)\sinh(y) \qquad (x,y\in\mathbb{R}),\\ \cosh(x+y) &= \cosh(x)\cosh(y)+\sinh(x)\sinh(y) \qquad (x,y\in\mathbb{R}). \end{aligned}$$

(b) Zeigen Sie, dass die Funktion $\sinh:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ bijektiv ist und dass für ihre Umkehrfunktion, den Arsinh *„Areasinus hyperbolicus“*, gilt

$$\operatorname{Arsinh}(x) = \log\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) \quad (x\in\mathbb{R}).$$

Abgabe: 17. Mai, bis spätestens 11 Uhr ct.