Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Winfried Kohnen
Dr. Eric Hofmann

26. April 2019

Analysis 2 – Übungsblatt 1

Sommersemester 2019

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Beweisen Sie die *Leibnitz'sche Produktregel* für die $n$te Ableitung:

Seien $f, g : U_r(x_o) \to \mathbb{R}$ $(r > 0)$ im Punkte x_o n-mal differenzierbare Funktionen, dann gilt für die $n$te Ableitung der Funktion $f \cdot g$:

$$(f \cdot g)^{(n)}(x_0) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(n-k)}(x_o) \cdot g^{(k)}(x_o),$$

wobei $f^{(0)} := f$ und $g^{(0)} := g$.

Aufgabe 2 (2+2 Punkte)

(a) Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ zwei mal stetig differenzierbar auf (a, b) und es gelte $f'(x_0) = 0$ für ein $x_0 \in (a, b)$. *Zeigen Sie:* Ist $f''(x_o) < 0$ so hat f ein lokales Maximum in x_0. Ist $f''(x_0) > 0$ so hat f ein lokales Minimum in x_0.

(b) Untersuchen Sie die Funktion $x^3 - 3x^2 - 9x - 5$ auf lokale Extrema, und bestimmen Sie deren Typ.

Aufgabe 3 (2+2 Punkte)

(a) Berechnen Sie das unbestimmte Integral

$$\int \frac{x}{(1+x^2)^2}\, dx.$$

(b) Berechnen Sie mit Hilfe von (a) das Integral

$$\int_0^1 \frac{x^2-1}{(1+x^2)^2}\, dx.$$

Hinweis: $$\frac{x^2-1}{(1+x^2)^2} = \frac{2x^2}{(1+x^2)^2} - \frac{1}{1+x^2}.$$

Abgabe: 3. Mai , bis spätestens 11 Uhr ct.