Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Winfried Kohnen
Dr. Eric Hofmann

2. November 2018

Analysis 1 – Übungsblatt 3

Wintersemester 2018

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass es genau $n!$ verschiedene bijektive Abbildungen $f: A_n \to A_n$ gibt.

Aufgabe 2 (2+2 Punkte)

(a) Sei X eine beschränkte Teilmenge der reellen Zahlen. Sei y ein Element von X. Betrachten Sie die beiden Aussagen

(A) „Jedes Element $x \in X$, mit $x \neq y$, ist größer als y“,

(B) „Es gibt kein Element $x \in X$, das kleiner als y ist“.

Weisen Sie nach, dass die beiden Aussagen (A) und (B) äquivalent sind.

Gilt dies auch noch, wenn man auf das Anordnungsaxiom für $\mathbb{R}$ verzichtet? Welche Implikationsrichtung bleibt erhalten?

(b) Zeigen Sie: Ist $(M_\nu)_{\nu\in\mathbb{N}}$ eine Folge abzählbarer Mengen, so ist auch die Menge $\bigcup_{\nu\in\mathbb{N}} M_\nu$ abzählbar.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeigen Sie: $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ist eine irrationale Zahl.

Bemerkung: Für $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ ist $\sqrt{a}$ die eindeutig bestimmte positive Lösung der Gleichung

$$x^2 = a.$$

Die Existenz und Eindeutigkeit von $\sqrt{a}$ werden später in der Vorlesung gezeigt.

Abgabe: 9. November, bis spätestens 11 Uhr ct.