Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Winfried Kohnen
Dr. Eric Hofmann

19. Oktober 2018

Analysis 1 – Übungsblatt 1

Wintersemester 2018

Aufgabe 1 (2+2 Punkte)

Seien $n, m, p, q \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie unter Benutzung der in der Vorlesung genannten vier Axiome für $\mathbb{N}$:

(a) Gilt $m > n$ bzw. $m = n$ bzw. $m < n$, so gilt auch $mp > np$ bzw. $mp = np$ bzw. $mp < np$ und umgekehrt.

(b) Gilt $m > n$ sowie $p > q$, so gilt $mp > nq$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeigen Sie unter Benutzung der in der Vorlesung genannten vier Axiome für $\mathbb{N}$, dass es keine natürliche Zahl m mit $n < m < n+1$ gibt (für irgendein $n \in \mathbb{N}$).

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$

$$6 \cdot \left(1^2 + 2^2 + \cdots + n^2\right) = n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)$$

gilt.

Bemerkung zu Aufgabe 1.3: Da in der Vorlesung rationale Zahlen bzw. Brüche noch nicht behandelt wurden, ist in Aufgabe 1.3 die zu zeigenden Aussage hier so formuliert, dass keine Division auftritt. Man sollte sich diese überaus nützlichen Formel jedoch besser in der folgenden Form merken:

$$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Abgabe: 26. Oktober, bis spätestens 11 Uhr ct.