

Vorlesung über komplexe Räume, der Grauert'sche Endlichkeitssatz
Eberhard Freitag, SS2022
Di, Do 11-13, SR 4 im Mathematikon

Beginn Do 2. Juni

Der Grauert'sche Endlichkeitssatz besagt:

Sei $f : X \rightarrow Y$ eine eigentliche holomorphe Abbildung komplexer Räume, und sei \mathcal{M} eine kohärente Garbe auf X . Dann sind die höheren direkten Bilder

$$R^p f_* \mathcal{M}$$

kohärent.

Hierbei handelt es sich um ein fundamentales Resultat, das die Funktionentheorie mehrerer Veränderlicher erst richtig zum laufen bringt.

Der Beweis erfordert zunächst eine Einführung in die Funktionentheorie mehrerer Veränderlicher bis hin zur Theorie der Steinschen Räume. Hierzu gibt es ein Skript (Eine Einführung in die Funktionentheorie mehrerer Veränderlicher) auf meiner homepage

<https://www.mathi.uni-heidelberg.de/~freitag/>

Dieser Teil wird uns eine Zeitlang beschäftigen, wobei ich aber auf Beweise verzichten werde. Insbesondere werde ich über Garbentheorie referieren aber ebenfalls ohne Beweise.

Danach kommen wir zum eigentliche Gegenstand der Arbeit. Dazu gibt es ein (in Arbeit befindliches) Skript, das man ebenfalls auf meiner homepage findet.

Hier findet man zunächst eine Einführung in eine spezielle Klasse von Frécheträumen, die sogenannten nuklearen Räume im Sinne von Grothendieck. Zwar werde ich diese Theorie eingehend behandeln, eine gewisse Vertrautheit mit funktionalanalytischen Begriffen wird allerdings erwartet.

Die Bedeutung nuklearer Räume in der Funktionentheorie mehrerer Veränderlicher liegt darin, dass die Schnittflächenräume $\mathcal{M}(X)$ von kohärenten Garben auf einem komplexen Raum eine natürliche Struktur als nuklearem Raum besitzen. Beispielsweise ist der Raum der holomorphen Funktionen auf einem offenen Teil des \mathbb{C}^n nuklear.

Die nukleare Struktur wurde von R. Kiehl für einen eleganten (und nach diesen Vorbereitungen sehr einfachen) Beweis des Endlichkeitssatzes verwendet.

Die Vorlesung ist gedacht für fortgeschrittene Studenten, welche an modernen garbentheoretisch orientierten geometrischen Theorien interessiert sind und hier schon erste Erfahrungen gesammelt haben. So sind zum Beispiel Kenntnisse über Grothendiecks Theorie der Schemata zwar nicht notwendig aber sehr hilfreich.

Angeboten werden auch Übungen, welche in Form von Einzelvorträgen begleitend zur Vorlesung abgehalten werden.

Vorläufige Zeit, Do, 14-16, SR 0.200 im EG des Mathematikons.