

## Zum Auswendiglernen

### Quadrat- und Kubizahlen, Zweierpotenzen

$a$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$a^2$	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400

$a$	1	2	3	4	5	6	10
$a^3$	1	8	27	64	125	216	1000

$n$	1	2	3	4	5	6	10
$2^n$	2	4	8	16	32	64	1024

### Die Potenzgesetze

- Gleiche Grundzahl:  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ,  $a^m : a^n = a^{m-n}$ .
- Gleiche Hochzahl:  $a^m \cdot b^m = (ab)^m$ ,  $a^m : b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$
- Potenz einer Potenz:  $(a^m)^n = a^{mn}$

### Definitionen

- Potenz bindet stärker als Produkt:  $-4^2 = -16$ , aber  $(-4)^2 = +16$ .
- $a^0 = 1$
- $a^{-1} = \frac{1}{a}$  für alle  $a \neq 0$
- $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ ,  $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$  etc. für  $a \geq 0$

### Logarithmus

Der Logarithmus fragt nach der Hochzahl:  $\log_a(b)$  fragt  $a^? = b$ . Hierbei sind  $a$  und  $b$  positive Zahlen.

Grundgesetze:

$$\log(xy) = \log(x) + \log(y)$$

$$\log(a^m) = m \cdot \log(a)$$

Wichtig ist auch, dass man keine weiteren Gesetze erfindet: Es gibt kein Potenzgesetz zum Umformen von Summen; insbesondere ist  $\sqrt{a^2 + b^2}$  nicht das Gleiche wie  $a + b$  (außer wenn etwa  $a = 0$  und  $b \geq 0$  etc. ist)!

Ansonsten: Kann man nicht Umformen, sollte man nachsehen, ob man Ausklammern kann (bei Summen) oder ob man durch Ersetzen von 4, 8, 27 usw. durch  $2^2$ ,  $2^3$ ,  $3^3$  etc. weiterkommt.

Ebenfalls wichtig: Das Offensichtliche sehen! Die Gleichungen

$$\frac{x}{5} = \frac{3}{5}, \quad 2^x = 2^3, \quad \sqrt{x} = \sqrt{3}$$

usw. haben allesamt die offensichtliche Lösung  $x = 3$ .

# Übungen

Die folgenden Übungen muss man so lange machen, bis man jede Aufgabe aus dem Stand und ohne Nachzudenken lösen kann.

Kontrolle mit dem Taschenrechner!

1. Berechne.

a)  $-5^2 =$

b)  $(-2)^3 =$

c)  $-16^{\frac{1}{2}} =$

d)  $25^{-\frac{1}{2}} =$

2. Berechne.

a)  $\sqrt{0,01} =$

b)  $\sqrt{0,09} =$

c)  $\sqrt{0,16} =$

d)  $\sqrt{0,0001} =$

3. Berechne.

a)  $\sqrt[3]{0,001} =$

b)  $\sqrt[3]{0,027} =$

c)  $\sqrt[3]{0,125} =$

d)  $\sqrt[4]{0,0016} =$

4. Berechne.

a)  $25^{-\frac{1}{2}} =$

b)  $25^{\frac{3}{2}} =$

c)  $36^{-\frac{3}{2}} =$

d)  $36^0 =$

5. Berechne.

a)  $8^{\frac{2}{3}} =$

b)  $8^{-\frac{2}{3}} =$

c)  $4^{-\frac{3}{2}} =$

d)  $27^{-\frac{2}{3}} =$

6. Berechne.

a)  $\frac{2^2}{3} =$

b)  $(\frac{2}{3})^2 =$

c)  $(\frac{2}{3})^{-1} =$

d)  $(\frac{2}{3})^{-2} =$

7. Berechne.

a)  $(\frac{4}{9})^{\frac{1}{2}} =$

b)  $(\frac{4}{25})^{-\frac{1}{2}} =$

c)  $(\frac{3}{12})^{\frac{1}{2}} =$

d)  $(\frac{2}{50})^{-\frac{1}{2}} =$

8. Berechne.

a)  $\frac{2^{-1}}{3} =$

b)  $\frac{2}{3^{-1}} =$

c)  $\frac{1}{2^{-1} \cdot 3} =$

d)  $\frac{1}{2^{-1} \cdot 3^{-1}} =$

9. Berechne.

a)  $\sqrt{9 + 16} =$

b)  $\sqrt{1 + \frac{9}{16}} =$

c)  $\sqrt{9 \cdot 16} =$

d)  $\sqrt{\frac{4}{9} - \frac{1}{3}} =$

10. Löse die folgenden Gleichungen.

a)  $2^x = 8$

b)  $3^x = \frac{1}{3}$

c)  $5^x = \frac{1}{25}$

d)  $2^x = -4$

11. Löse die folgenden Gleichungen.

a)  $4^x = 2$

b)  $8^x = 2$

c)  $3^x = \frac{1}{9}$

d)  $9^x = \frac{1}{3}$

12. Berechne.

a)  $\log_{10}(100) =$

b)  $\log_{10}(10) =$

c)  $\log_{10}(1) =$

d)  $\log_{10}(0,1) =$

13. Berechne.

a)  $\log_{10}(0,1) =$

b)  $\log_{10}(0,10) =$

c)  $\log_{10}(0,01) =$

d)  $\log_{10}(0,001) =$

14. Berechne.

a)  $\log_2(32) =$

b)  $\log_2(16) =$

c)  $\log_2(1) =$

d)  $\log_2(\frac{1}{2}) =$

15. Berechne.

a)  $\log_2(\frac{1}{4}) =$

b)  $\log_2(-1) =$

c)  $\log_2(\sqrt{2}) =$

d)  $\log_2(\frac{1}{\sqrt{2}}) =$

16. Berechne.

a)  $\log_2(0,5) =$

b)  $\log_2(0,25) =$

c)  $\log_2(0,125) =$

d)  $\log_2(1) =$

17. Berechne.

a)  $\log_3(\frac{1}{27}) =$

b)  $\log_3(\frac{3}{27}) =$

c)  $\log_3(\sqrt{3}) =$

d)  $\log_9(3) =$

18. Gib möglichst gute Schranken an.

a)  $< \sqrt{20} <$

b)  $< \sqrt{40} <$

c)  $< \sqrt{60} <$

d)  $< \sqrt{80} <$

19. Gib möglichst gute Schranken an.

a)  $< \sqrt[3]{20} <$

c)  $< \sqrt[3]{60} <$

b)  $< \sqrt[3]{40} <$

d)  $< \sqrt[3]{80} <$

20. Gib möglichst gute Schranken an.

a)  $< \sqrt[4]{20} <$

c)  $< \sqrt[5]{50} <$

b)  $< \sqrt[4]{80} <$

d)  $< \sqrt[3]{80} <$

21. Gib möglichst gute Schranken an.

a)  $< \sqrt{0,1} <$

c)  $< \sqrt{0,5} <$

b)  $< \sqrt{0,2} <$

d)  $< \sqrt{0,8} <$

22. Gib möglichst gute Schranken an.

a)  $< \sqrt{0,02} <$

c)  $< \sqrt{0,005} <$

b)  $< \sqrt{0,05} <$

d)  $< \sqrt{0,0008} <$

23. Gib möglichst gute Schranken an.

a)  $< \log_2(10) <$

c)  $< \log_2(50) <$

b)  $< \log_2(20) <$

d)  $< \log_2(100) <$

24. Gib möglichst gute Schranken an.

a)  $< \log_{10}(20) <$

c)  $< \log_{10}(2000) <$

b)  $< \log_{10}(120) <$

d)  $< \log_{10}(4\,000\,000) <$

25. Löse folgende Gleichungen.

a)  $x^3 = 216$

c)  $x^5 = -32$

b)  $x^4 = 16$

d)  $x^3 = \frac{1}{8}$

26. Löse folgende Gleichungen.

a)  $\sqrt{x} = 2$

c)  $\sqrt[3]{x} = 2$

b)  $\sqrt{x} = 16$

d)  $\sqrt[3]{x} = \frac{1}{4}$

27. Löse folgende Gleichungen.

a)  $\log_2(x) = 3$

c)  $\log_2(x) = -1$

b)  $\log_2(x) = 5$

d)  $\log_2(x) = -3$

28. Löse folgende Gleichungen.

a)  $\log_{10}(x) = 3$

c)  $\log_{10}(x) = -2$

b)  $\log_{10}(x) = 0$

d)  $\log_{10}(x) = 4$